

具有可测强外扰作用的伺服系统应用二次型最优控制和最优观测器的工程实践

何长安

(西北工业大学)

摘要

本文应用线性二次型最优控制理论设计了具有可测强外扰作用的伺服系统。该系统不仅具有最优的状态反馈,而且具有最优的前馈补偿和外扰补偿,系统性能有明显的提高。文中还介绍了当系统的状态不能直接量测时,最优状态观测器的设计问题。通过一个电液力伺服系统的实例具体说明了设计步骤、计算结果和实验结果。

一、理论概述

1. 线性二次型最优伺服控制问题^[1]

设确定性线性定常伺服系统的状态空间表达式为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{f}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x},\end{aligned}\quad (1)$$

其中 \mathbf{x} 为状态; \mathbf{u} 为控制; \mathbf{f} 为可测强外扰; \mathbf{y} 为输出。现考虑 \mathbf{y} 跟踪给定目标 $\boldsymbol{\eta}$ 的二次型最优伺服控制问题,其性能指标为

$$\begin{aligned}J_1 &= \frac{1}{2} [\boldsymbol{\eta}(t_f) - \mathbf{y}(t_f)]^T \mathbf{S} [\boldsymbol{\eta}(t_f) - \mathbf{y}(t_f)] \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{ [\boldsymbol{\eta} - \mathbf{y}]^T \mathbf{Q} [\boldsymbol{\eta} - \mathbf{y}] + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} \} dt,\end{aligned}\quad (2)$$

其中 \mathbf{S} , \mathbf{Q} 为非负定权阵; \mathbf{R} 为正定权阵。

设 $t_f \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{S} = 0$, 性能指标简化为

$$J_2 = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ [\boldsymbol{\eta} - \mathbf{y}]^T \mathbf{Q} [\boldsymbol{\eta} - \mathbf{y}] + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} \} dt.\quad (3)$$

由最优控制理论可知其哈密尔顿函数为

$$H = \frac{1}{2} [\boldsymbol{\eta} - \mathbf{C}\mathbf{x}]^T \mathbf{Q} [\boldsymbol{\eta} - \mathbf{C}\mathbf{x}] + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + \boldsymbol{\lambda}^T [\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{f}].\quad (4)$$

由 $\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \dot{\mathbf{x}}$ 即得状态方程

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} + E\mathbf{f}, \quad (1)$$

由 $\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\dot{\boldsymbol{\lambda}}$ 得共态方程

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -C^T Q[C\mathbf{x} - \boldsymbol{\eta}] - A^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (5)$$

由 $\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = 0$ 得控制方程

$$\mathbf{u} = -R^{-1}B^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (6)$$

由横截条件可得

$$\boldsymbol{\lambda}(t_f) = C^T S[C\mathbf{x}(t_f) - \boldsymbol{\eta}(t_f)]. \quad (7)$$

若设

$$\boldsymbol{\lambda} = P\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\zeta}, \quad (8)$$

则

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \dot{P}\mathbf{x} + P\dot{\mathbf{x}} - \dot{\boldsymbol{\xi}} - \dot{\boldsymbol{\zeta}}. \quad (9)$$

将 (1), (6) 式代入 (9) 式, 将 (8) 式代入 (5) 式分别得

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \dot{P}\mathbf{x} + PA\mathbf{x} - PBR^{-1}B^T[P\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\zeta}] + PE\mathbf{f} - \dot{\boldsymbol{\xi}} - \dot{\boldsymbol{\zeta}}. \quad (10)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -C^T Q C\mathbf{x} + C^T Q \boldsymbol{\eta} - A^T P\mathbf{x} + A^T \boldsymbol{\xi} + A^T \boldsymbol{\zeta}. \quad (11)$$

对比 (10) 式和 (11) 式可得下列三个方程

Riccati 方程

$$\dot{P} = -PA - A^T P + PBR^{-1}B^T P - C^T Q C, \quad P(t_f) = C^T S C; \quad (12)$$

与 $\boldsymbol{\eta}$ 有关的方程

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = -[A - BR^{-1}B^T P]^T \boldsymbol{\xi} - C^T Q \boldsymbol{\eta}, \quad \boldsymbol{\xi}(t_f) = C^T S \boldsymbol{\eta}(t_f); \quad (13)$$

与 \mathbf{f} 有关的方程

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = -[A - BR^{-1}B^T P]^T \boldsymbol{\zeta} + PE\mathbf{f}, \quad \boldsymbol{\zeta}(t_f) = 0. \quad (14)$$

则最优控制规律由 (6), (8), (12—14) 式可得

$$\mathbf{u} = -R^{-1}B^T P\mathbf{x} + R^{-1}B^T \boldsymbol{\xi} + R^{-1}B^T \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{u}_x + \mathbf{u}_\xi + \mathbf{u}_\zeta. \quad (15)$$

其中 $\mathbf{u}_x = -R^{-1}B^T P\mathbf{x} = -K\mathbf{x}$ 称为最优反馈控制; $\mathbf{u}_\xi = R^{-1}B^T \boldsymbol{\xi}$ 称为最优前馈控制; $\mathbf{u}_\zeta = R^{-1}B^T \boldsymbol{\zeta}$ 称为最优的外扰补偿控制.

应当指出, 若 $\boldsymbol{\eta}$ 和 $\mathbf{f}(t \in [t_0, t_f])$ 已知时, 逆时间解 (13), (14) 式, 即可得出 $\boldsymbol{\xi}(t)$ 和 $\boldsymbol{\zeta}(t)$. 但是在 t_0 时刻就要知道此后任意时刻的 $\boldsymbol{\eta}$ 和 \mathbf{f} 显然是不现实的. 然而当采用性能指标 J_2 , 并预先给定 $\boldsymbol{\eta}$ 和 \mathbf{f} 是某种类型的时间函数时, 则可以逆时间求出 (13), (14) 式的强迫分量, 在 $t \rightarrow t_0$ 时可用它们来代表 $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\boldsymbol{\zeta}$. 例如 $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{a}_\eta + \mathbf{b}_\eta t + \mathbf{c}_\eta t^2$ 和 $\mathbf{f} = \mathbf{a}_f + \mathbf{b}_f t + \mathbf{c}_f t^2$ 在工程上已是相当普遍的情况, 若将 $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\boldsymbol{\zeta}$ 的强迫解表示成 $\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \ddot{\boldsymbol{\eta}}$ 和 $\mathbf{f}, \dot{\mathbf{f}}, \ddot{\mathbf{f}}$ 的函数, 经过简单推导即可得出

$$\boldsymbol{\xi} = N^{-1}C^T Q \boldsymbol{\eta} + (N^{-1})^2 C^T Q \dot{\boldsymbol{\eta}} + (N^{-1})^3 C^T Q \ddot{\boldsymbol{\eta}}, \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\zeta} = N^{-1}PE\mathbf{f} + (N^{-1})^2 PE\dot{\mathbf{f}} + (N^{-1})^3 PE\ddot{\mathbf{f}}. \quad (17)$$

其中

$$N = -[A - BR^{-1}B^T P]^T.$$

这一表示式的方便之处在于 $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\boldsymbol{\zeta}$ 不显含 t , 而分别是 $\boldsymbol{\eta}$ 和 \mathbf{f} 及其各阶导数的当前值的

线性函数,且系数通过代数运算即可确定.

2. 最优状态观测器^[2]

有干扰输入 f 的状态观测器的方程为

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + M(y - \hat{y}) + Bu + Ef = (A - MC)\hat{x} + My + Bu + Ef, \\ \hat{y} &= C\hat{x}.\end{aligned}\quad (18)$$

其中 M 为观测器的前向增益阵,本文采用二次型最优化的方法进行设计. 因 u, f, y 是观测器子系统的外部输入,则可写出其不考虑输入的对偶系统状态方程为

$$\dot{z} = (A - MC)^T z = (A^T - C^T M^T)z. \quad (19)$$

设其二次型最优控制系统的典型表达式为

$$\dot{z} = (A_0 - B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0)z. \quad (20)$$

其中下标“0”意味着“观测器的对偶系统”.

对比(19), (20)式可知 $A_0 = A^T$, $B_0 = C^T$, $R_0^{-1} B_0 P_0 = M^T$, 当采用 J_2 性能指标时, P_0 为下列 Riccati 方程逆时间的稳态解

$$\dot{P}_0 = -P_0 A^T - A P_0 + P_0 C^T R_0^{-1} C P_0 - Q_0, P_0(t_f) = 0. \quad (21)$$

其中 Q_0, R_0 为相应的权阵.

则得

$$M = [R_0^{-1} C P_0]^T. \quad (22)$$

因而采用最优化方法设计观测器时,可应用与最优控制相同的解 Riccati 方程的子程序. 当不考虑随机噪声时,这种优化方法可理解为将观测器的极点配置在某一最优位置上. 若考虑随机噪声,且 Q_0 及 R_0 分别选为系统噪声和测量噪声的方差阵时,这种优化方法与卡尔曼-布西滤波器相类同. 故可称其为最优观测器.

当部分状态可直接量测时,工程上为了减少积分器数目可采用降维观测器.

设 x_1 是需要估计的状态变量; x_2 是直接量测的状态变量(设即是 y).

则系统方程可用分块矩阵形式表示

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} f, \quad (23)$$

$$y = [0 \mid I] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_2 = \hat{x}_2. \quad (24)$$

设估计值

$$\hat{x}_1 = w + My, \quad (25)$$

其中 M 为降维观测器的前向增益阵,且

$$\begin{aligned}\dot{w} &= (A_{11} - MA_{21})w + (B_1 - MB_2)u + (E_1 - ME_2)f \\ &\quad + [A_{12} - MA_{22} + (A_{11} - MA_{21})M]y.\end{aligned}\quad (26)$$

由于测量放大装置总可起某种滤波作用,所以实际上测量值 y 不至包含宽带白噪声,这时优化方法也可应用降维观测器. 故首先

解

$$\dot{P}_0 = -P_0 A_{11}^T - A_{11} P_0 + P_0 A_{21}^T R_0^{-1} A_{21} P_0 - Q_0, P_0(t_f) = 0 \quad (27)$$

得

$$M = [R_0^{-1}A_{21}P_0]^T. \tag{28}$$

3. 具有观测器的最优伺服系统

综上所述，具有状态观测器的最优伺服系统如图 1 所示，整个系统的状态空间表达式为

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & -BK \\ 0 & A - MC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{\mathbf{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BR^{-1}B^T \\ 0 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} BR^{-1}B^T \\ 0 \end{bmatrix} \zeta + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{f}, \tag{29}$$

$$\mathbf{y} = [C \mid 0] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{\mathbf{x}} \end{bmatrix}. \tag{30}$$

其中 $\tilde{\mathbf{x}}$ 为估计误差，即 $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ 。

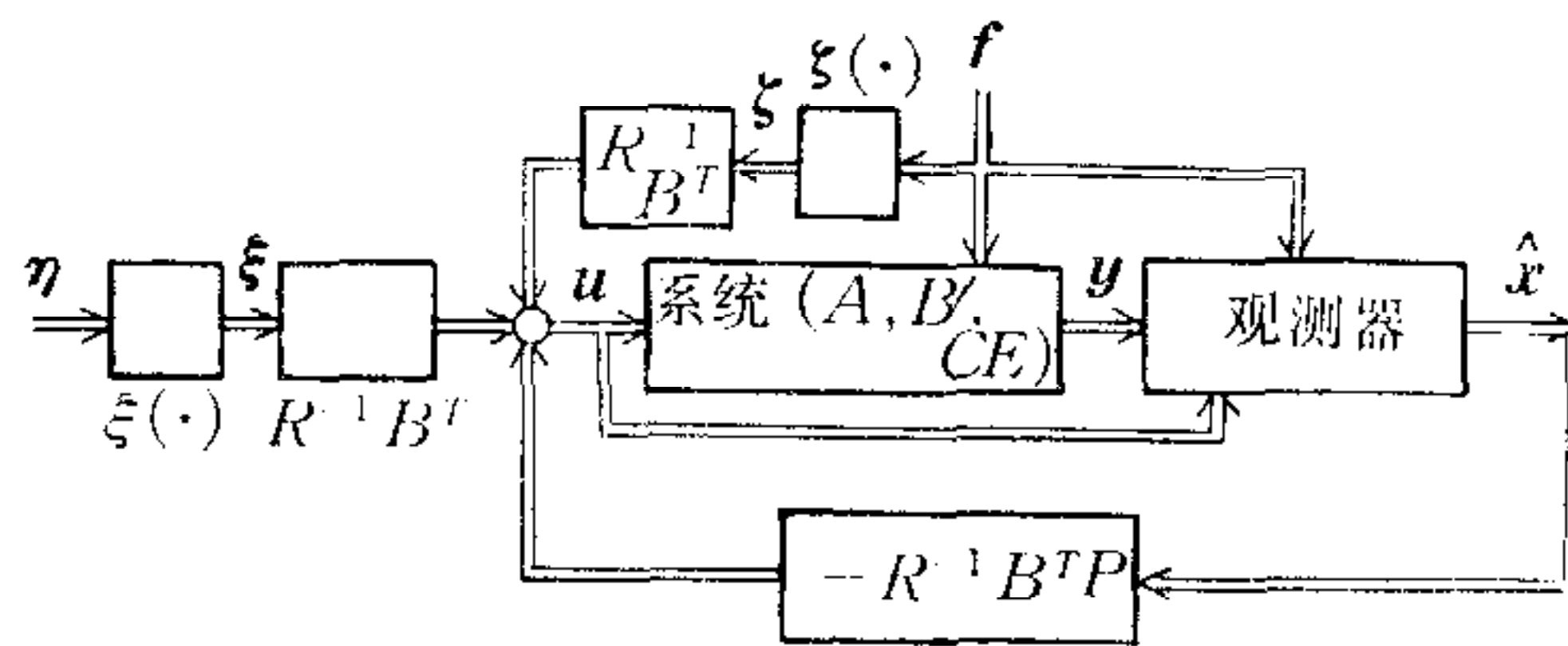


图 1 具有状态观测器的最优伺服系统

二、实例——电液力伺服系统

1) 工作原理简述.

图 2 所示为给运动对象加载的电液力伺服系统原理图。液压作动筒通过缓冲弹簧和力传感器给运动对象加力，液压作动筒的运动受电液伺服阀控制，伺服阀的电流 i 是系统的控制 u ，而加载力的大小需跟踪给定的目标函数 η ，然而当受力对象运动时会引起很大的干扰力，即受力对象的运动参数(位移 f_p 、速度 f_v 、加速度 f_a)是系统的强外扰，可直接量测。

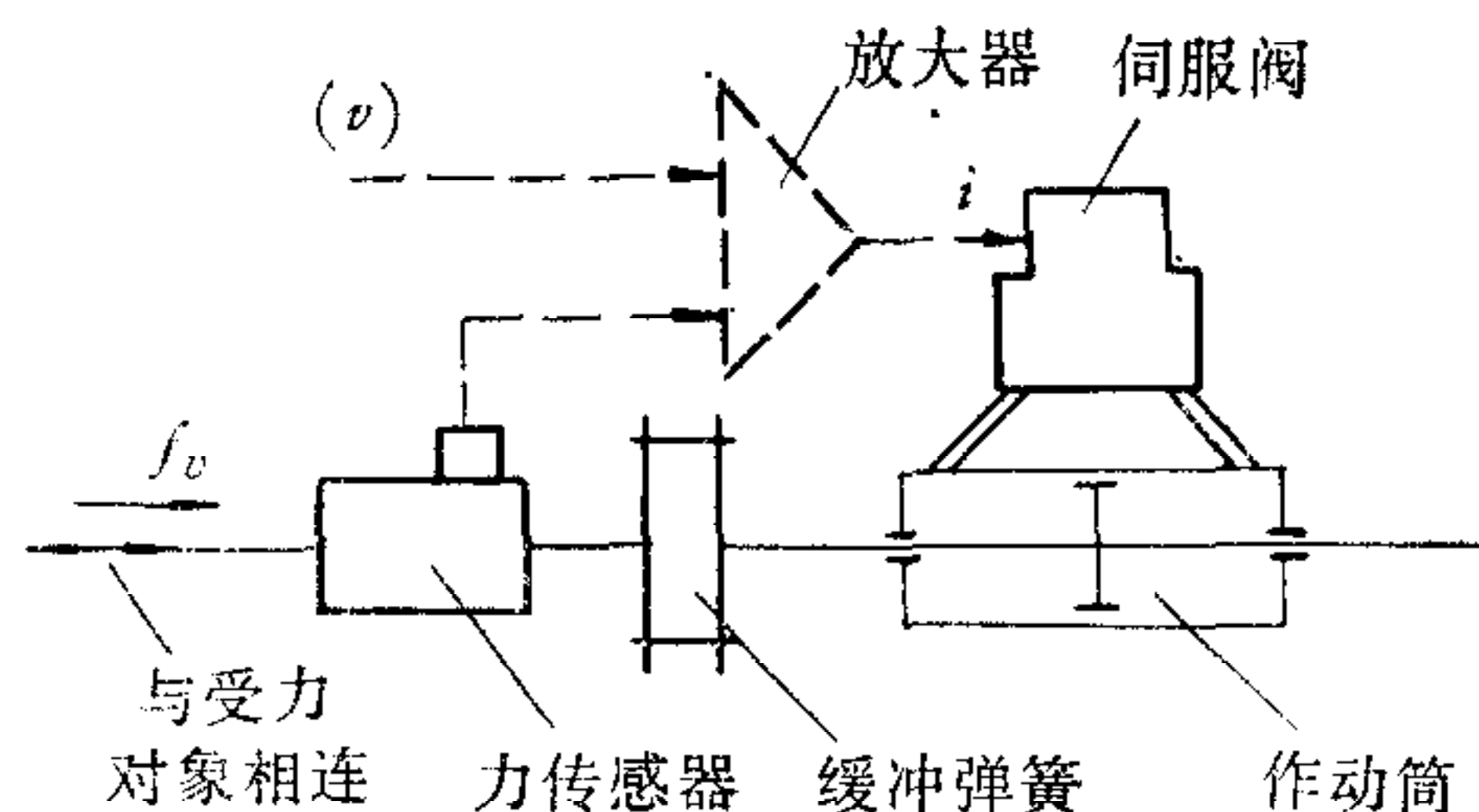


图 2 电液力伺服系统系统原理图

2) 数学模型

通过原理分析和实验验证，在小扰动线性化的条件下可建立该电液力伺服系统的数

学模型

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ef_v, \quad (31)$$

$$y = Cx. \quad (32)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b}{m} & \frac{A_e}{m} & \frac{-1}{m} \\ \frac{4N}{V} & \frac{-4NA_e}{V} & \frac{-4NC_p}{V} & 0 \\ 0 & K_e & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{K_s}{T_s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_e \end{bmatrix};$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1].$$

式中系统有关参数的意义及具体数据见表 1.

表 1 参数意义及具体数据

符 号	意 义	数 据	单 位
K_s	伺服阀放大系数	33	$\text{cm}^3/\text{sec} \cdot \text{ma}$
T_s	伺服阀时间常数	0.005	sec
A_e	作动筒活塞面积	9.9	cm^2
K_e	变形段的综合刚度	5000	kg/cm
V	作动筒容腔总体积	344	cm^3
N	油液及容腔的综合弹性系数	5400	kg/cm^2
C_p	负载压力流量增益	0.3	$\text{cm}^3/\text{kg} \cdot \text{sec}$
m	活动部分总质量	0.0289	$\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$
b	作动筒等效阻尼系数	6	$\text{kg} \cdot \text{sec}/\text{cm}$

方程中四个状态变量的意义是： x_1 为伺服阀空载流量； x_2 为作动筒运动速度； x_3 为作动筒两腔压差； x_4 为输出力。该数学模型表示一个线性定常单输入单输出并有强外扰(f_v)作用的系统，在已给的数据下系统是能控能观的。

3) 解 Riccati 方程，得出状态反馈阵 K

计算时取 $R = 1$, $Q = q$ 取几组不同的数值，在计算机上解得 P , K ，并求得 $(A - BK)$ 的特征值，此特征值可用来与工程上通常提的频宽要求相对照，从而确定合适的 q 及 K 阵。计算结果见表 2.

4) 求解 ξ 和 ζ ，得出最优的前馈控制 u_ξ 和最优的干扰补偿控制 u_ζ

由 (16), (17) 式，又因本例中 η 和 f_v 都是单变量函数，故立即可得：

$$u_\xi = R^{-1}B^T\xi = k_7\eta + k_8\dot{\eta} + k_9\ddot{\eta}, \quad (33)$$

$$u_\zeta = R^{-1}B^T\zeta = k_5f_v + k_6\dot{f}_v. \quad (34)$$

表 2 最优控制系统的 P, K 阵及 $(A - BK)$ 阵的特征值

$q = 0.0001$	$P =$	$\begin{bmatrix} 0.1660 \times 10^{-5} & -0.2371 \times 10^{-6} & 0.6243 \times 10^{-5} & 0.7014 \times 10^{-6} \\ -0.2371 \times 10^{-6} & 0.1494 \times 10^{-4} & 0.4141 \times 10^{-5} & 0.1135 \times 10^{-5} \\ 0.6243 \times 10^{-5} & 0.4141 \times 10^{-5} & 0.3024 \times 10^{-4} & 0.2911 \times 10^{-5} \\ 0.7014 \times 10^{-6} & 0.1135 \times 10^{-5} & 0.2911 \times 10^{-5} & 0.5110 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$
	$K =$	$[0.01096 \quad -0.001565 \quad 0.04121 \quad 0.004630]$
	$(A - BK)$ 的特征值	$\lambda_1 = -105$ $\lambda_2 = -174.5$ $\lambda_{3,4} = -109.6 \pm 614j \quad (\omega_0 = 623.7; \xi = 0.1758)$
$q = 0.0016$	$P =$	$\begin{bmatrix} 0.5915 \times 10^{-5} & -0.2250 \times 10^{-5} & 0.3098 \times 10^{-4} & 0.2615 \times 10^{-5} \\ -0.2250 \times 10^{-5} & 0.2292 \times 10^{-3} & 0.7461 \times 10^{-4} & 0.1882 \times 10^{-4} \\ 0.3098 \times 10^{-4} & 0.7461 \times 10^{-4} & 0.2474 \times 10^{-3} & 0.1782 \times 10^{-4} \\ 0.2615 \times 10^{-5} & 0.1882 \times 10^{-4} & 0.1782 \times 10^{-4} & 0.4532 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$
	$K =$	$[0.03904 \quad -0.01485 \quad 0.2045 \quad 0.01726]$
	$(A - BK)$ 的特征值	$\lambda_{1,2} = -224.5 \pm 142.2j \quad (\omega_0 = 265.8; \xi = 0.8449)$ $\lambda_{3,4} = -117.5 \pm 623.1j \quad (\omega_0 = 634.1; \xi = 0.1853)$
$q = 0.016$	$P =$	$\begin{bmatrix} 0.1422 \times 10^{-4} & 0.2049 \times 10^{-4} & 0.1155 \times 10^{-3} & 0.6933 \times 10^{-5} \\ 0.2049 \times 10^{-4} & 0.2022 \times 10^{-2} & 0.9262 \times 10^{-3} & 0.2009 \times 10^{-3} \\ 0.1155 \times 10^{-3} & 0.9262 \times 10^{-3} & 0.1430 \times 10^{-2} & 0.1018 \times 10^{-3} \\ 0.6933 \times 10^{-5} & 0.2009 \times 10^{-3} & 0.1018 \times 10^{-3} & 0.3623 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$
	$K =$	$[0.09387 \quad 0.1353 \quad 0.7620 \quad 0.04576]$
	$(A - BK)$ 的特征值	$\lambda_{1,2} = -368.2 \pm 232.3j \quad (\omega_0 = 435.3; \xi = 0.8457)$ $\lambda_{3,4} = -154.8 \pm 670.7j \quad (\omega_0 = 688.3; \xi = 0.2249)$
$q = 0.10$	$P =$	$\begin{bmatrix} 0.2404 \times 10^{-4} & 0.1688 \times 10^{-3} & 0.2770 \times 10^{-3} & 0.1906 \times 10^{-4} \\ 0.1688 \times 10^{-3} & 0.1092 \times 10^{-1} & 0.5136 \times 10^{-2} & 0.1216 \times 10^{-2} \\ 0.2770 \times 10^{-3} & 0.5136 \times 10^{-2} & 0.4665 \times 10^{-2} & 0.4717 \times 10^{-3} \\ 0.1906 \times 10^{-4} & 0.1216 \times 10^{-2} & 0.4717 \times 10^{-3} & 0.2128 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$
	$K =$	$[0.1587 \quad 1.114 \quad 1.828 \quad 0.1258]$
	$(A - BK)$ 的特征值	$\lambda_{1,2} = -523.1 \pm 295.3j \quad (\omega_0 = 600.7; \xi = 0.8708)$ $\lambda_{3,4} = -213.7 \pm 759.2j \quad (\omega_0 = 788.7; \xi = 0.2710)$

其中 f_v 和 \dot{f}_v 可由速度和加速度传感器直接量测; 目标函数 η 通常是给定的电信号, 为求 $\dot{\eta}$ 和 $\ddot{\eta}$ 就需要近似的微分装置(当 η 与对象运动参数有关时, $\dot{\eta}$ 和 $\ddot{\eta}$ 可通过 f_v 和 \dot{f}_v 取得)。

5) 降维观测器的设计及其结果

如前所述, 为了减少积分器的数目, 且由力传感器测量到的输出量经过载波放大器之后已经过初步滤波, 因此可采用优化的方法设计降维观测器(三维); 取 $R_0 = 1$, 并取几组不同数值的 $Q_0 = q_0$, 其计算结果见表 3。由此可见取 $q_0 = 10^6$ 时降维观测器的特征值已足够远了。此时

$$\dot{w} = \begin{bmatrix} -200 & -5318 \times 10^2 & 0 \\ 0 & -4082 & 342.6 \\ 62.79 & 3008 \times 10 & -18.84 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 6600 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$+ \begin{bmatrix} -5318 \times 10^2 \\ -4299 \\ -2946 \times 10 \end{bmatrix} f_v + \begin{bmatrix} -4775 \times 10^2 \\ -1519 \\ -1924 \times 10 \end{bmatrix} y,$$

$$\hat{x}_1 = w + My.$$

表 3 降维观测器的设计结果

1	$q_0 = 10^9$	$M^T =$	[2080.7 2.3922 43.213]
2	$q_0 = 10^8$	$M^T =$	[772.91 1.7078 22.321]
3	$q_0 = 10^7$	$M^T =$	[286.84 1.2143 11.497]
4	$q_0 = 10^6$	$M^T =$	[106.36 0.85797 5.8920]
		$(A_{11} - MA_{21})$ 的特征值	$\lambda_1 = -1977, \lambda_{2,3} = -1162 \pm 2107j$ ($\omega_0 = 2406$ $\xi = 0.483$)

6) 最优反馈控制 u_x

用 \hat{x} 代替 x 构成最优反馈控制, $u_x = -K\hat{x}$. 现在 $K = [k_1 k_2 k_3 k_4]$. 则

$$u_x = -(k_1 \hat{x}_1 + k_2 \hat{x}_2 + k_3 \hat{x}_3 + k_4 \hat{x}_4)$$

$$= -k_1 w_1 - k_2 w_2 - k_3 w_3 - (k_1 m_1 + k_2 m_2 + k_3 m_3 + k_4) y.$$

考虑了运算放大器的反号特性及测量装置的传递系数, 最后所得之降维观测器及状态反馈如图 3 所示, 由此可知三个积分器的传递系数最大的约在 5000 左右. 试验表明这样大的传递系数尚可实现.

7) 实验研究及结果¹⁾

对力伺服系统, 作者仅做了频率特性的实验研究, 图 3 表示实验原理总图(取 $q = 0.016, q_0 = 10^6$ 时的情况). 主要的测试仪器是 BT-6 频率特性分析仪.

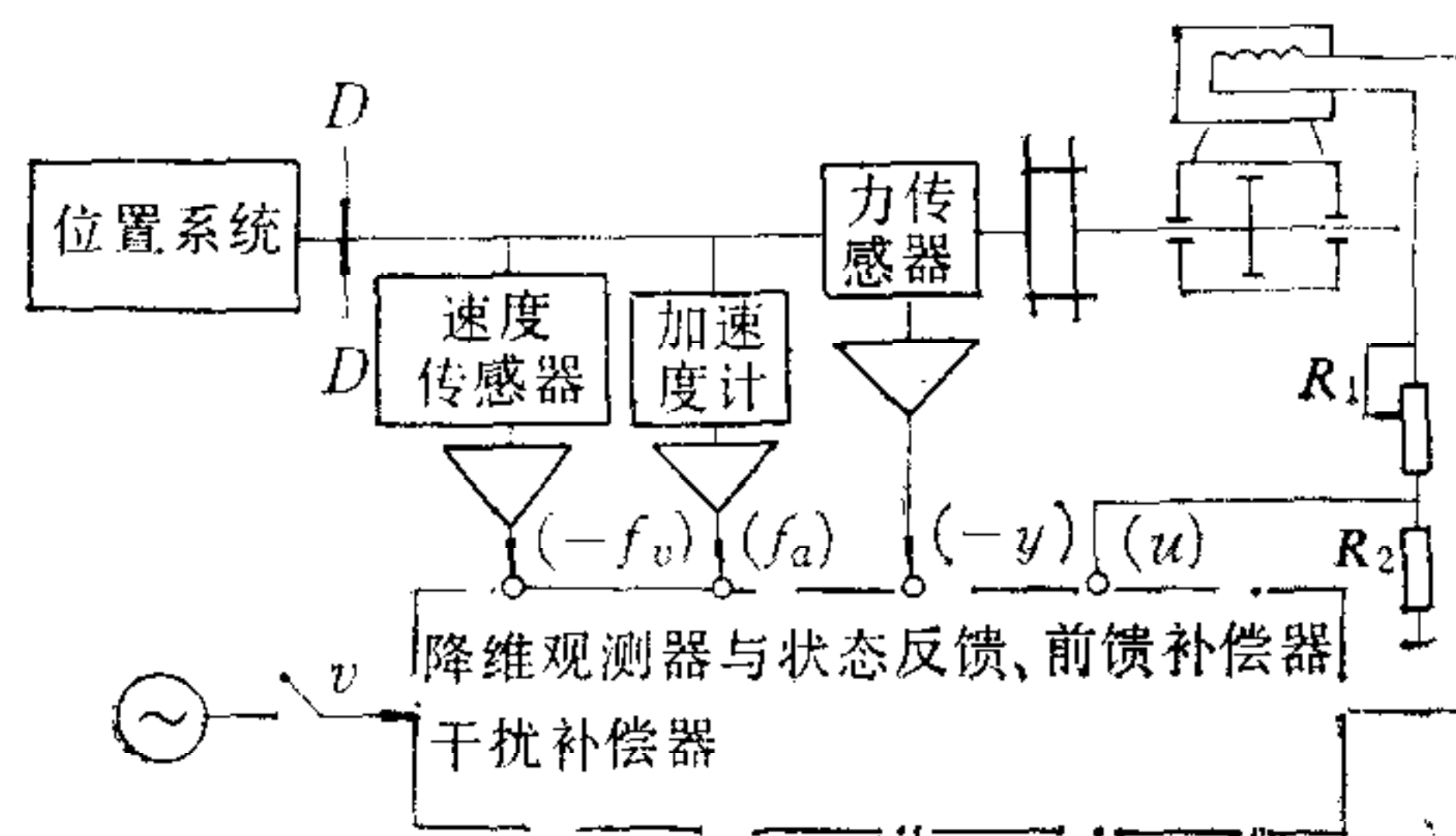


图 3 实验原理总图

试验分两种情况: 一种是给正弦输入信号 v (正比于 η), 而 $f_v = 0$ 的情况, 即在图 3 中将 D-D 处固定住, 测出 y 的频率特性, 为了使实验在小扰动条件下进行, 要求输入 v 的幅值使输出力在 200kg 以下为限. 试验结果见图 4, 可见频宽由 27Hz 提高到 115Hz 左右; 另一种是给定正弦型的强外扰而使 $v = 0$ 的情况, 强外扰由作为受力对象的位置伺服系统产生(此时将 D-D 处松开). 实验结果以相对力梯度频率特性的形式(即以 $20 \lg [|y(\omega) / f_p(\omega) |] - 20 \lg k_f$ 表示幅频)表示在图 5 上, 其中 k_f 是某一给定的干扰力

1) 实验是在詹孟权、罗昌贵、万建平同志协助下进行的.

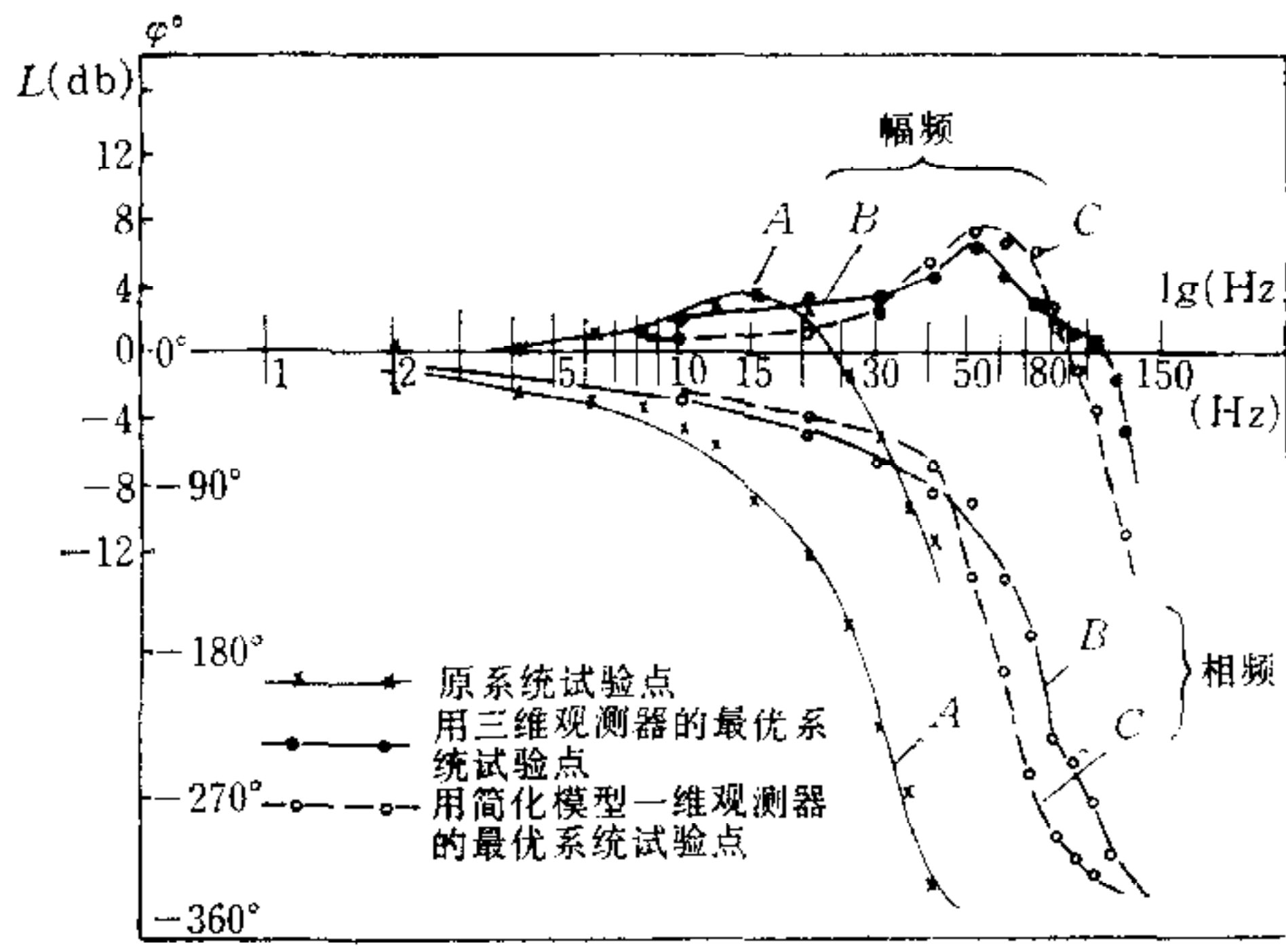


图 4 闭环无干扰的频率特性

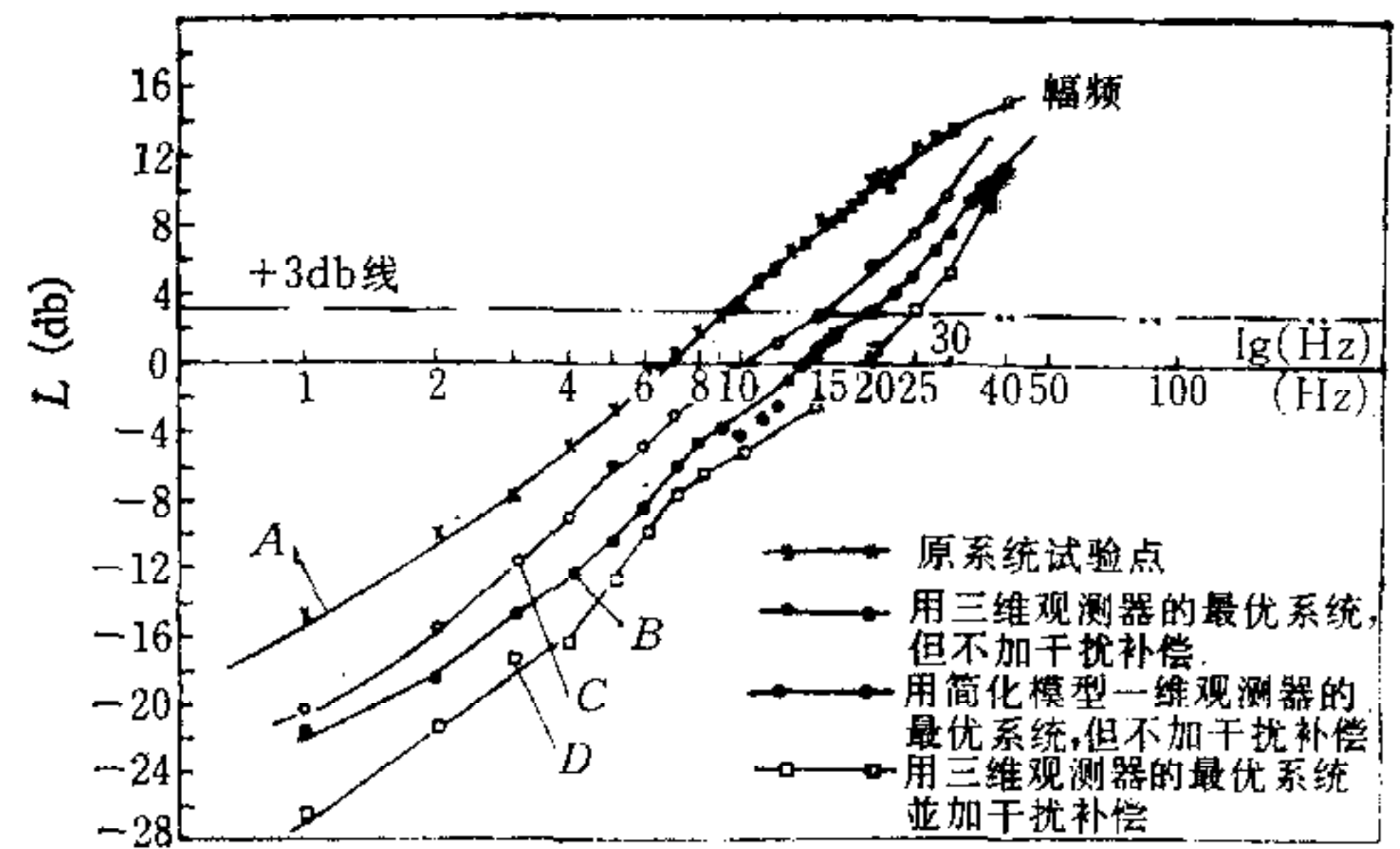


图 5 干扰力梯度频率特性

梯度。当实际的干扰力梯度达到图上的 +3db 时，认为到了容许的极限值，因此可据此来衡量频宽。同样为了使实验在小扰动条件下进行，位移干扰的幅值在 2mm 以下。由图 5 可见，此时频宽由 9Hz 提高到 25Hz 左右。由线性叠加原理可知，只要这两种试验结果都满意，则伺服系统的总的性能也将是满意的。

因为原系统四个特征值中有两个离原点很远，故在一定的近似程度内可将系统简化成二阶的，则降维观测器只有一维，设备简化，调试计算都很简易。图 4、5 中的曲线 C 表示简化后最优系统的试验结果，可见性能有所提高。

三、结 束 语

(1) 实验表明按线性二次型最优伺服控制理论设计的系统，其性能确有明显的提高。这是因为它相当于引入了较为完善的串联校正、反馈校正、前馈校正和干扰补偿校正。

(2) 受到模拟运算放大器性能的限制，状态反馈阵和观测器的放大倍数都不能设计得太大，否则干扰噪声太大，这是一个实际问题。

(3) 实验中发现以最优化方法设计的状态反馈阵和状态观测器配合不好时，整个系统可能出现不稳定。这是由于“模型误差”引起的，容易理解因为实际系统存在着非线性。小扰动线性化只是一种近似，模型误差总会不同程度地存在着。因而在实际设计时必须研究灵敏度和鲁棒性问题。

(4) 在设计最优伺服系统时，也有一种方法是把强外扰作为增广的状态变量对待，然后再按最优调节器问题来设计。但是由于增广的状态变量是不能控的，所以 Riccati 方程解的唯一性得不到保证，同时状态变量维数的增加，使计算工作量随之增大。因此不如按二次型最优伺服控制问题设计为好。

(5) 文中的前馈补偿和干扰补偿是按最优化方法得出的，虽然与按古典不变性原理所得之补偿在形式上相似，但意义不同。实际数值上也有差别。

(6) 降维观测器不能抑制输出 y 的噪声，因而当输出中含有宽带白噪声时，最优化方法不适合于降维观测器的设计。

参 考 文 献

- [1] Andrew P. Sage and Chelsea C. White, III, Optimum Systems Control, Prentice-Hall, Inc. (1977) P. 190—193.
- [2] Thomas Kailath, Linear Systems, Prentice-Hall, Inc. (1980) P. 293—295, P. 522—523.

**ENGINEERING PRACTICE OF APPLYING LQ OPTIMAL
CONTROL AND OPTIMAL OBSERVER TO SERVO-
SYSTEM WITH MEASURABLE STRONG
EXTERNAL DISTURBANCE**

HE CHANGAN

(Northwestern Polytechnical University)

ABSTRACT

A servosystem with measurable strong external disturbance is designed by LQ optimal theory in this paper. The resultant system has not only an optimal state-variable feedback but also an optimal feedforward compensator and an optimal compensator of disturbance, therefore the performance of the system is appreciably improved. A design method of an optimal observer is also introduced in this paper for the case when the states of the system can not be measured directly. As an example, an electric-hydraulic loading system has been introduced to illustrate the design procedure and the results of calculation and experiment.