

连续控制系统中调节器的快速自动设计

林瑞燊 周永华 陈良
(上海工业大学)

摘 要

本文运用实际系统向二阶模型逼近的方法,导出了求解调节器参数的矩阵方程,并编制了相应的计算机辅助设计的程序。利用此程序,只要输入所期望的指标和系统固有的参数,就可自动快速地完成调节器的设计和仿真检验。

设计调节器的结构和参数通常采用综合法和分析法,这两种传统的设计方法都带有一定的试凑性质。为此作者运用实际系统向二阶可变参数模型逼近的原理,提出了快速求解调节器参数的方法。

一、自动设计的理论依据

设计控制系统时,最重要的一点是使系统的动态性能指标达到预定的要求,所谓动态性能指标可分为时域和频域指标,时域指标主要指超调量 σ 、过渡过程时间 t_s 、上升时间 t_r 和超调量时间 t_p 。

设图 1 所示控制系统,图中 $G_o(s)$ 为系统固有的开环传递函数, $H(s)$ 为系统的反馈传递函数; $G_s(s)$ 为调节器的传递函数,设该系统的闭环传递函数为 $G_c(s)$, 则有

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{G_o(s)G_s(s)}{1 + H(s)G_o(s)G_s(s)} \\ &= \frac{B'_0 + B'_1s + B'_2s^2 + \dots + B'_ms^m}{A'_0 + A'_1s + A'_2s^2 + \dots + A'_ns^n}, \quad n \geq m \end{aligned} \quad (1)$$

称为 n 阶或高阶系统。根据“黑箱”原理,可以选择各种性能及参数均已知的典型 I 型系统(图 2)作为可变参数的模型,通过使高阶系统向模型的逼近来确定满足性能指标要求

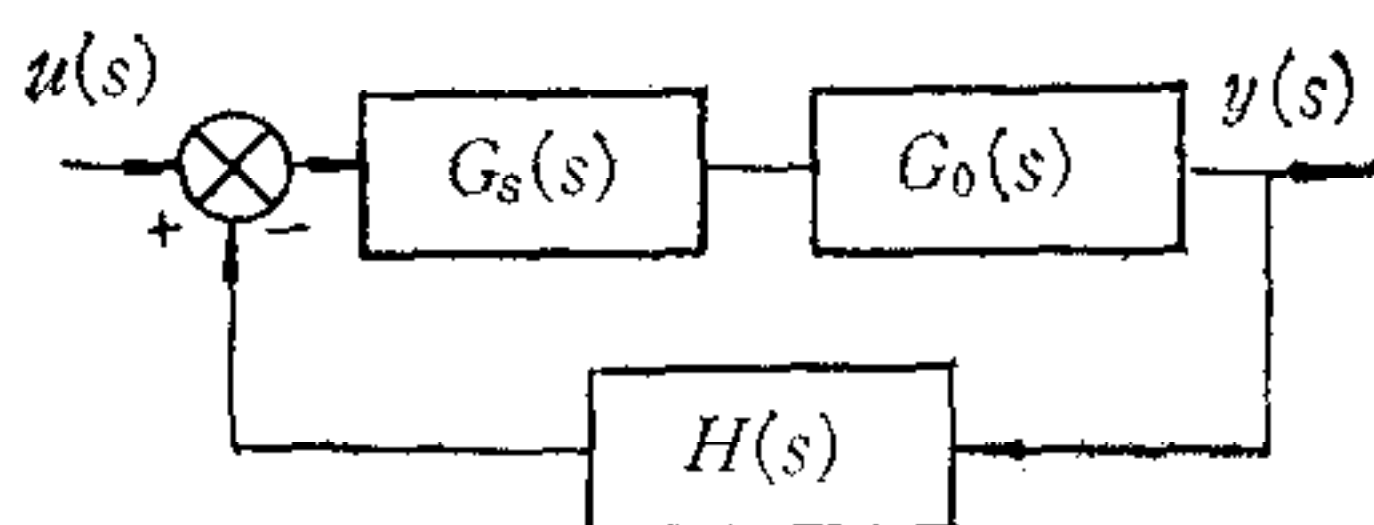


图 1

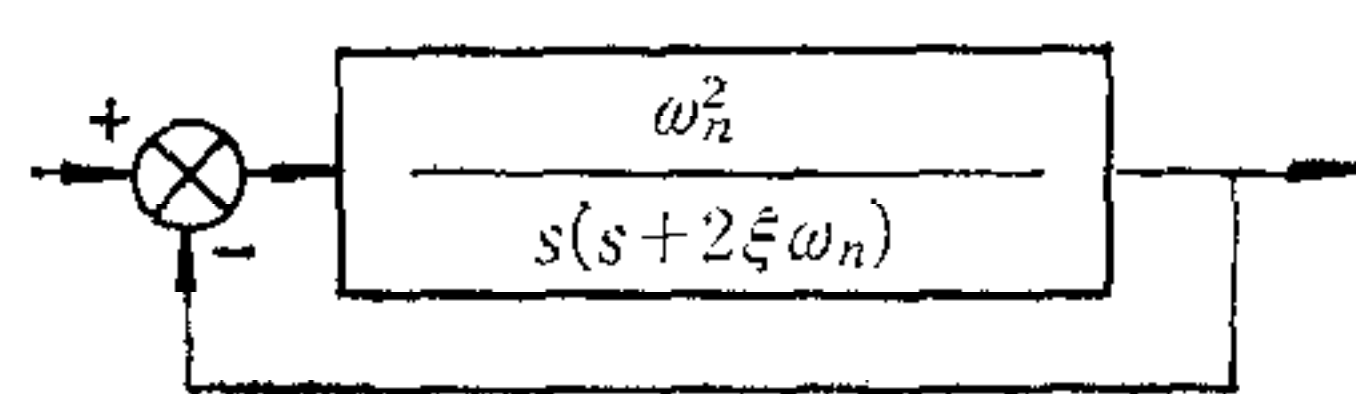


图 2

的调节器的结构和参数。典型 I 型系统的闭环传递函数为 $W(s)$ ，则

$$W(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}, \quad (2)$$

式中 ω_n 为系统的固有频率； ξ 为系统的阻尼系数； $T = 1/\omega_n$ 为系统的时间常数。显然这是一个典型二阶系统或称为二阶模型，对此系统不难推导出：

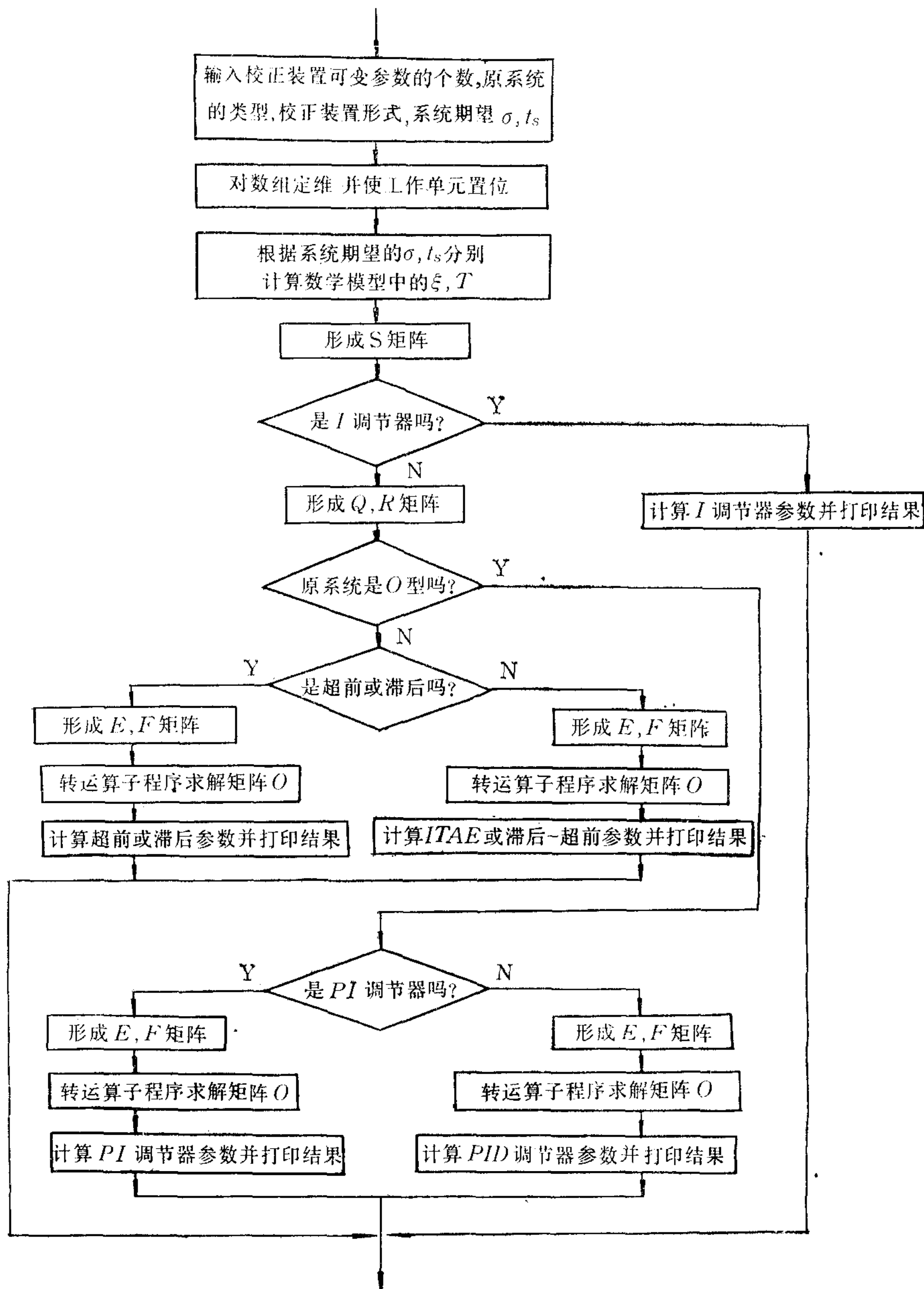


图 3

$$\xi = \sqrt{\frac{\ln^2 \sigma}{\pi^2 + \ln^2 \sigma}}, \quad (3)$$

$$T = \frac{t_s \sqrt{\frac{\ln^2 \sigma}{\pi^2 + \ln^2 \sigma}}}{3 - \ln \sqrt{\frac{\pi^2}{\pi^2 + \ln^2 \sigma}}}. \quad (4)$$

由式(3), (4)可知,只要给定时域指标,二阶模型 $W(s)$ 就可以唯一地被确定下来.

为便于进一步分析,对式(2)在 $s = 0$ 附近按台劳级数展开,可得

$$W(s) = \sum_{i=0}^{\infty} q_i s^i, \quad (5)$$

式中

$$q_i = \frac{1}{i!} \cdot \left. \frac{d^i [W(s)]}{ds^i} \right|_{s=0}, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, \infty). \quad (6)$$

q_i 的值仅取决于 σ, t_s .

同理,式(1)也可化为

$$G_c(s) = \sum_{i=0}^{\infty} P_i s^i, \quad (7)$$

$$P_i = \frac{1}{i!} \cdot \left. \frac{d^i [G_c(s)]}{ds^i} \right|_{s=0}, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, \infty). \quad (8)$$

系数 P_i 中的未知部分仅仅是调节器的参数.

为了使实际系统向模型逼近,则只需满足

$$G_c(s) \approx W(s) \quad (9)$$

或

$$P_i = q_i, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, K). \quad (10)$$

式(10)中 K 为正整数. K 值越大,逼近的误差越小.从式(9)可以求得所用的调节器参数,这就是自动设计的理论依据.

二、便于计算机辅助设计的矩阵方程推导

对 n 阶系统设

$$G_o(s) = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}, \quad (11)$$

$$G_s(s) = \frac{c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + \dots + G_n s^n}{F_0 + F_1 s + F_2 s^2 + \dots + F_n s^n}. \quad (12)$$

为便于分析,令 $c_0 = 1$; $a_0 F_0 = 0$; $H(s) = 1$. 对 $H(s) \cong 1$ 的系统可运用框图代数简化为单位反馈系统,于是可得

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)G_s(s)}{1 + G_o(s)G_s(s)} = \frac{1 + \sum_{i=1}^{2n} B_i S^i}{1 + \sum_{j=1}^{2n} A_j S^j} \quad (13)$$

从式(11), (12), (13)可推导出各系数之间的关系式:

$$\begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \\ \hline B_{n+1} \\ \vdots \\ B_{2n} \end{bmatrix} = \frac{1}{b_0} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ b_0 & 0 & & \vdots \\ b_1 & b_0 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ b_{n-1} & b_1 & b_0 & \vdots \\ \hline b_n & b_{n-1} & \cdots & b_2 & b_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & & & b_{n-1} & \vdots \\ \hline 0 & & & & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \\ F_0 \\ F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} + \frac{1}{b_0} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ \vdots \\ A_n \\ \hline A_{n+1} \\ \vdots \\ A_{2n} \end{bmatrix} = \frac{1}{b_0} \begin{bmatrix} 0 & & & a_0 \\ b_0 & 0 & & a_1 & a_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_1 & b_0 & & a_n & \cdots & a_1 & a_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n-1} & b_1 & b_0 & a_n & \cdots & a_1 & a_0 \\ \hline b_n & b_{n-1} & \cdots & b_2 & b_1 & 0 & a_n & \cdots & a_2 & a_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & & & b_n & b_{n-1} & \cdots & b_2 & b_1 & 0 & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \\ F_0 \\ F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} = \frac{1}{b_0} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & q_1 & -1 & 0 & & \vdots \\ \vdots & q_2 & -q_1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & q_{2n-1} & -q_{2n-2} & q_{2n-3} & \cdots & q_1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2\xi T \\ T^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & P_1 & -1 & & \vdots \\ 0 & P_2 & -P_1 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & P_{2n-1} & -P_{2n-2} & \cdots & -P_1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_{2n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & +1 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & -1 & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & & & & & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \vdots \\ B_{2n} \end{bmatrix} \quad (17)$$

把式(14), (15), (17)分别表示为 $B = EO + G$, $A = FO + G$, $S = QA + RB$, 经过一些简单变换后可解得

$$O = [QF + RE]^{-1}[S - (Q + R)G], \tag{18}$$

式中 $[QF + RE]$ 是 $(2n + 1) \times (2n + 1)$ 方阵, 其逆存在的条件是 $|QF + RE| \neq 0$. 这一条件在调节器的设计中通常均能满足. 式(18)就是适用于计算机设计调节器参数的矩阵方程, 该部分的程序框图如图3所示.

三、设计计算和应用举例

一个典型的双环调速系统的结构图如图4所示:

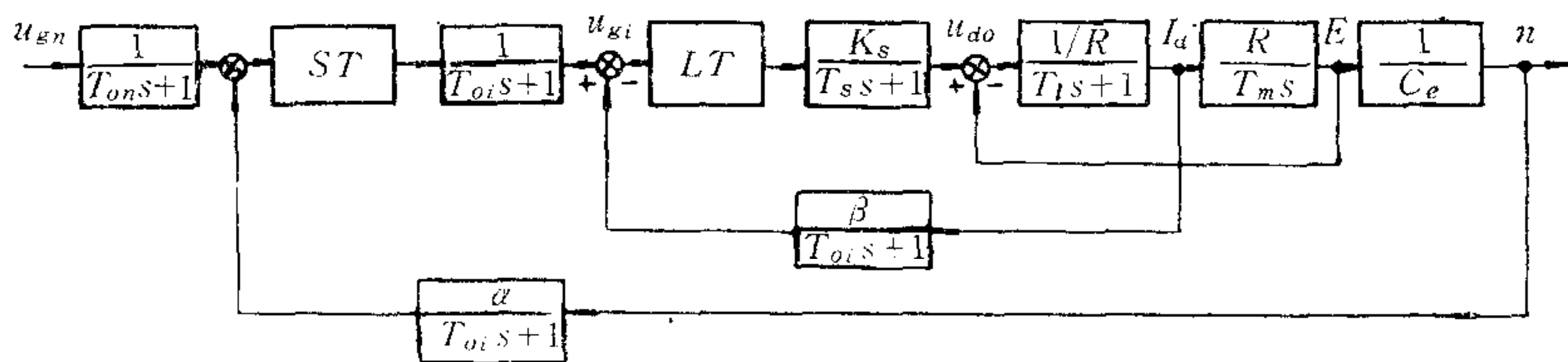


图 4

图中的参数如下: 直流电动机: $u_{ed} = 220V$; $I_{ed} = 136A$; $n_{ed} = 1460rpm$; $c_e = 0.132V/rpm$, $K_s = 40$; $R = 0.5\Omega$; $T_l = 0.03sec$; $T_m = 0.18sec$; $\beta = 0.05A/V$; $\alpha = 0.07V/rpm$; $T_{oi} = 0.002sec$, $T_{on} = 0.01sec$; $T_s = 0.0017sec$.

设计要求, 稳态指标, 无静差; 动态指标, 电流超调量 $\sigma_i \leq 5\%$. 响应时间 $t_{s,i} \leq 0.1sec$. 转速超调量 $\sigma_n \leq 10\%$; 响应时间 $t_{s,n} \leq 1sec$.

电流环设计结果如下:

采用 PI 调节器, $R_1 = 50 K\Omega$; $R_2 = 8.1 K\Omega$; $c_1 = 2.3 \mu f$; 调节器结构如图5所示. 校正后仿真结果 $\sigma_i = 3.4\%$; $t_{s,i} = 0.11sec$, 达到设计要求.

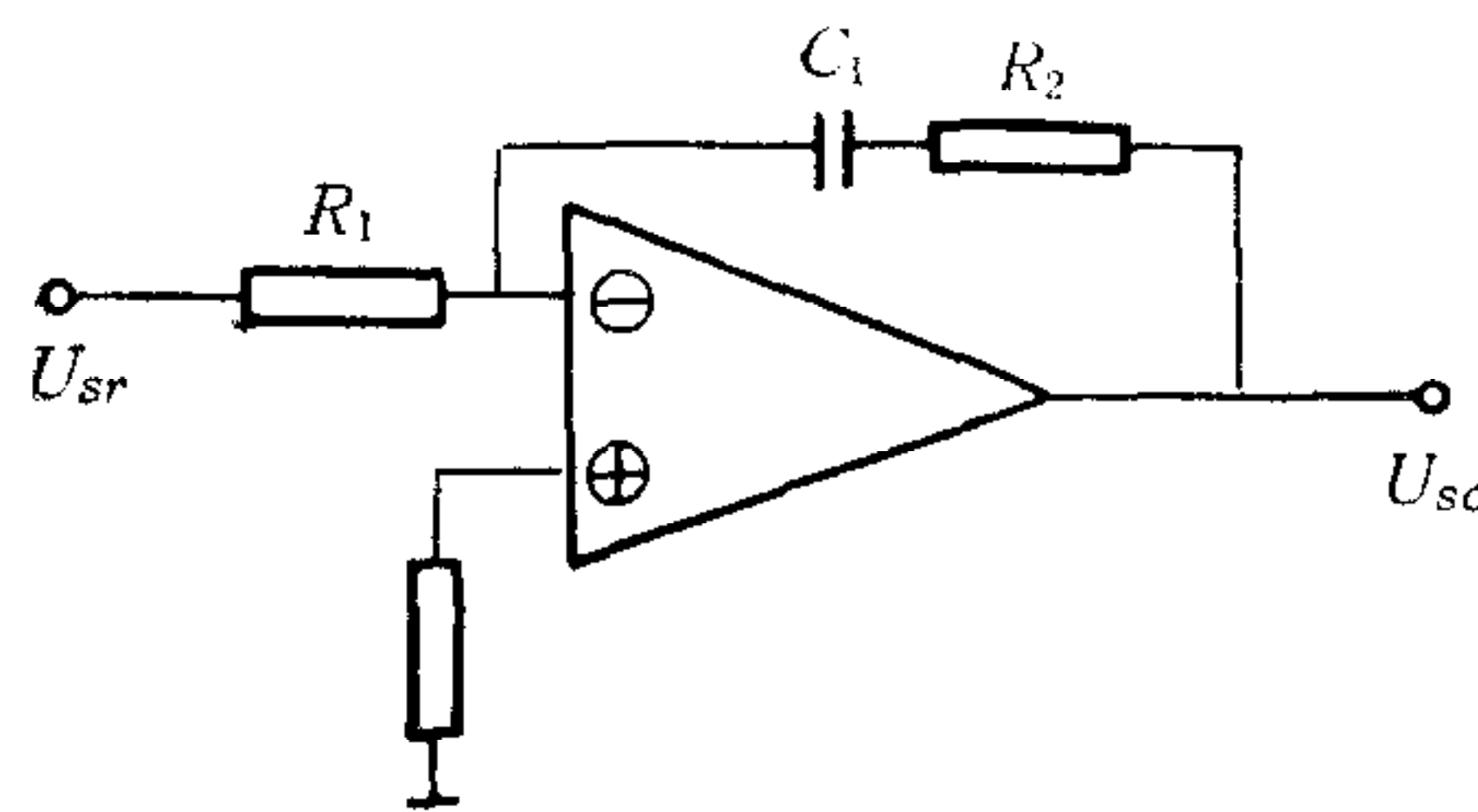


图 5

转速环设计结果如下:

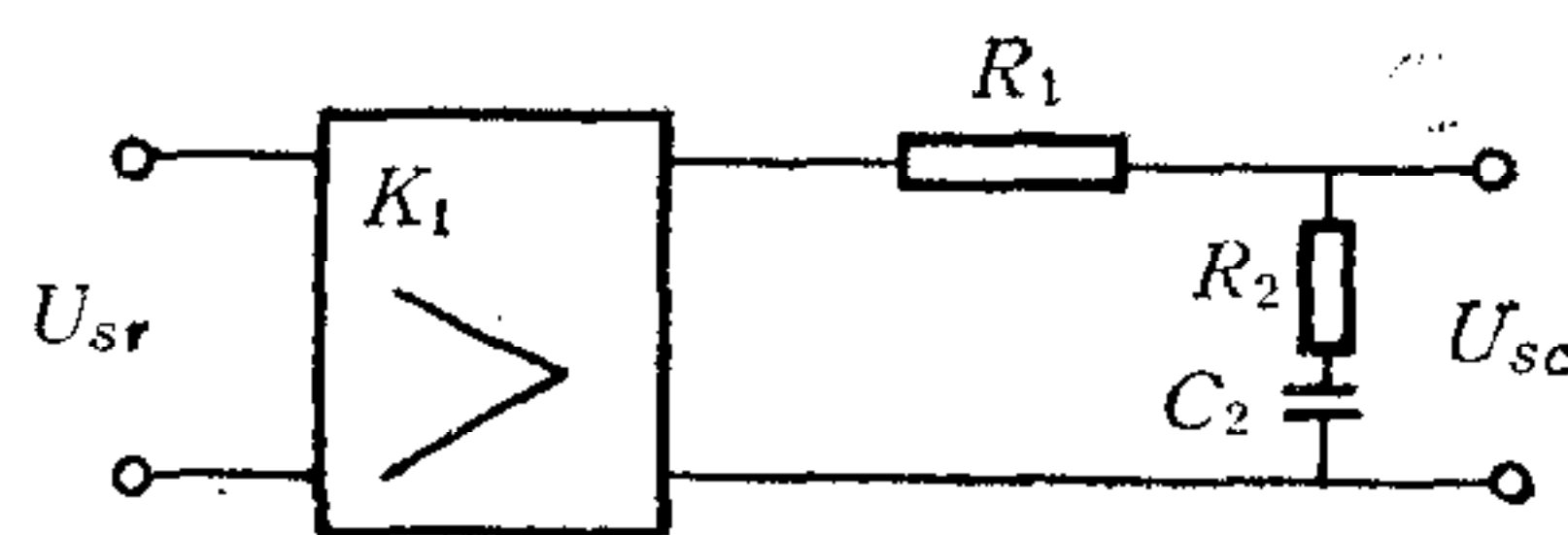


图 6

采用滞后网络, $R_1 = 500K\Omega$; $R_2 = 191.6K\Omega$; $c_2 = 0.234\mu f$; $K = 1.56$, 校正装置结构如图 6 所示. 校正后仿真结果: $\sigma_n = 9.6\%$; $t_{sn} = 0.99\text{sec}$; 同样达到设计要求.

结 束 语

本文提出的方法和程序可以快速和优化设计串联调节器的参数, 并且适用于高阶的多环系统. 从工程实际应用看. 本文方法适用于每个单环内传递函数的分母最高阶次不超过 5 阶的情况, 对于具有调节器饱和和非线性的调速系统也可用本方法设计调节器.

参 考 文 献

- [1] 绪方胜彦, 现代控制工程, 卢伯英等译, 科学出版社, 1978.
- [2] Hubin, W. N., Basic Programming for Scientists and Engineers, Prentical-Hall, 1978.
- [3] Granind A. Korn and John. V. Watt, Digital Continuous-System Simulation, 1978.
- [4] 熊光楞, 控制系统的数字仿真, 清华大学出版社, 1982.

FAST AND AUTOMATIC DESIGN OF REGULATORS IN CONTINUOUS CONTROL SYSTEM

LIN RUISENG ZHOU YONGHUA CHEN LIANG

(Shanghai University of Technology)

ABSTRACT

In this paper, a matrix equation for solving regulator parameters is derived, based on approximating the practical system to a typical two-order model. Corresponding *CAD* program is provided. Utilizing this program, the design of regulators and simulation tests can be completed automatically and fast when the desirable performance specification and original parameters of the system are input.