第11卷 第4期　　自 动 化 学 报　　Vol. 11, No. 4
1985年10月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Oct., 1985

配置特征结构的动态补偿器设计

程　鹏
(北京航空学院)

摘　要

本文讨论了配置特征结构的动态补偿器的设计问题，给出了达到阶次下限的动态补偿器存在的充分必要条件．当上述存在性条件不能满足时，提出了构成最小阶次的具有给定特征结构的动态补偿器的逐步扩展方法．

文献[1—3]研究了用输出反馈配置系统特征值-特征向量（简称特征结构）问题，形式上给出了可配置的充要条件[2,3]，还研究了采用动态补偿器的可能性[2]，但未明确指出补偿器的阶次如何确定，也未给出一般的设计方法．本文在文献[2,3]的基础上讨论配置特征结构的动态补偿器的设计问题．

一、问题的提法

考虑以下系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u}, \quad \boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x}, \tag{1}$$

其中 A,B 和 C 分别为 $n\times n$, $n\times m$ 和 $l\times n$ 的常量矩阵．不妨假定 $\operatorname{rank}B = m$ 和 $\operatorname{rank}C = l$.

给定一组复共轭数值-向量对

$$\varphi_k = \{(\lambda_1,\boldsymbol{s}_1)(\bar{\lambda}_1,\bar{\boldsymbol{s}}_1)\cdots(\lambda_r,\boldsymbol{s}_r)(\bar{\lambda}_r,\bar{\boldsymbol{s}}_r)(\lambda_{2r+1},\boldsymbol{s}_{2r+1})\cdots(\lambda_k,\boldsymbol{s}_k)\}, \tag{2}$$

式中 λ_i 是复数，$\boldsymbol{s}_i$ 是 n 维列向量，$(\bar{\lambda}_i, \bar{\boldsymbol{s}}_i)$ 表示 $(\lambda_i, \boldsymbol{s}_i)$ 的共轭复数-向量组．若记 $\boldsymbol{s}_i = \boldsymbol{s}_{i1} + j\boldsymbol{s}_{i2}\ (i = 1,2,\cdots,r)$，则有 $\bar{\boldsymbol{s}}_i = \boldsymbol{s}_{i1} - j\boldsymbol{s}_{i2}$.

定义． 若存在反馈

$$\boldsymbol{u} = K\boldsymbol{y} + \boldsymbol{v}, \tag{3}$$

使闭环系统以 φ_k 为其特征值-特征向量，则称特征结构 φ_k 是 (A,B,C) 可配的．

引理． φ_k 是 (A,B,C) 可配的充要条件为

i) $\operatorname{rank}[B\ \ SA - AS] = \operatorname{rank}B = m,$ $\quad(4)$

ii) $\operatorname{rank}\begin{bmatrix} CS \\ SA - AS \end{bmatrix} = \operatorname{rank}CS.$ $\quad(5)$

引理的证明及(4),(5)式中所采用的符号见文献[3]．如果引理的条件不满足，那么给定的 φ_k 不是 (A,B,C) 可配的，这时就有必要考虑采用动态补偿器进行配置的可能性．加

本文于1983年10月31日收到，曾在1983年12月第四届全国控制理论及应用学术交流会上宣读．

动态补偿器后的闭环系统如图 1 所示.

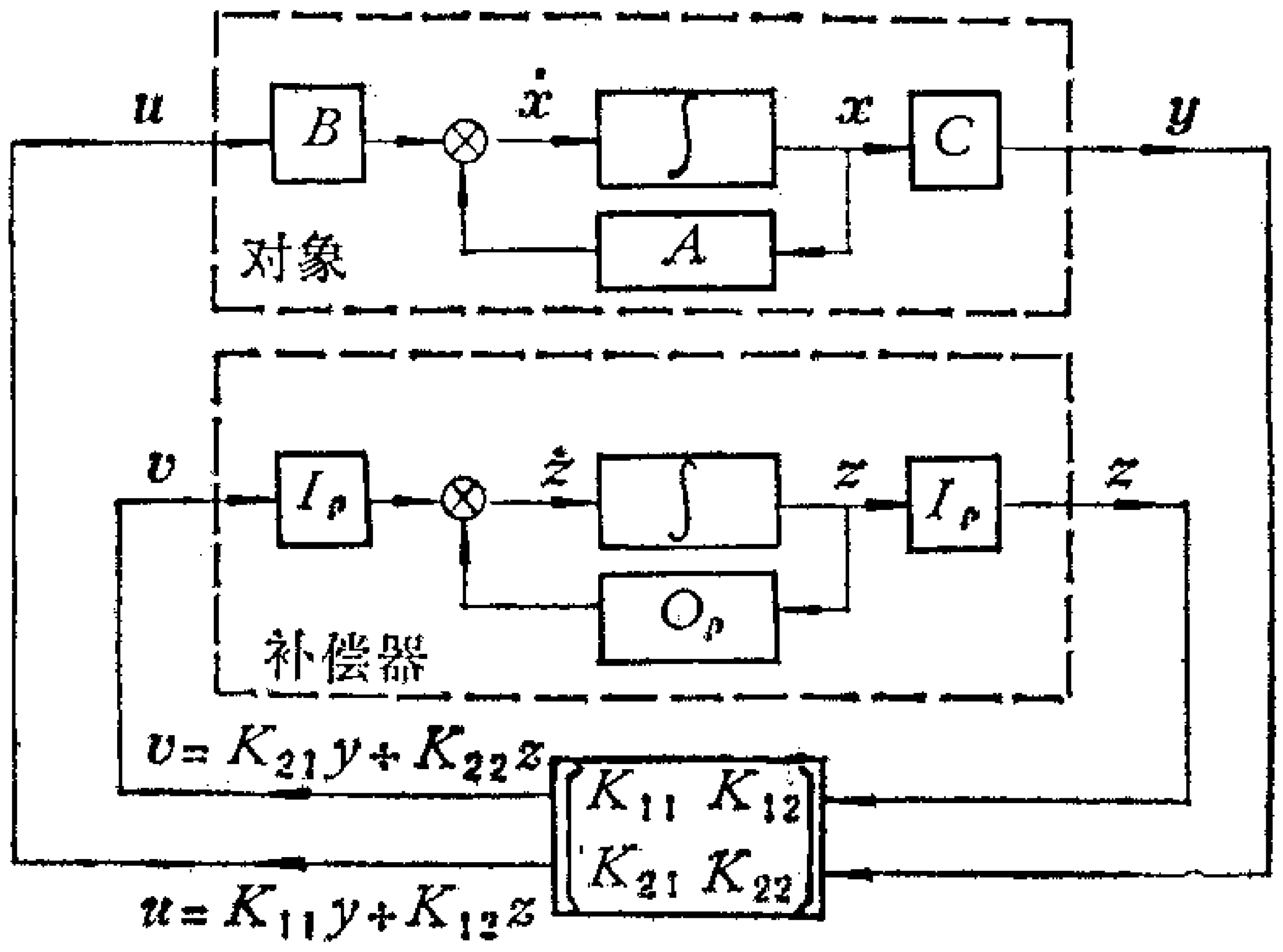

图　1

考虑了 p 阶动态补偿器后的开环系统为

$$\bar{A}=\begin{bmatrix}A&0\\0&O_p\end{bmatrix},\quad \bar{B}=\begin{bmatrix}B&0\\0&I_p\end{bmatrix},\quad \bar{C}=\begin{bmatrix}C&0\\0&I_p\end{bmatrix}. \tag{6}$$

对于扩展了维数的系统(6)，相应地将 φ_k 中的 $\boldsymbol{s}_i$ 延拓一个后续部分 $\boldsymbol{s}_i'$，这里 $\boldsymbol{s}_i'$ 是待定的 p 维列向量. 经过对 $\boldsymbol{s}_i$ 延拓后的 φ_k 记为 $\bar{\varphi}_k$，由引理可知 $\bar{\varphi}_k$ 是 $(\bar{A},\bar{B},\bar{C})$ 可配的充要条件为

i) $\operatorname{rank}[\bar{B}\ \bar{S}\Lambda-\bar{A}\bar{S}]=\operatorname{rank}\bar{B}=m+p$, $\quad$ (4′)

ii) $\operatorname{rank}\begin{bmatrix}\bar{C}\bar{S}\\ \bar{S}\Lambda-\bar{A}\bar{S}\end{bmatrix}=\operatorname{rank}\bar{C}\bar{S}$, $\quad$ (5′)

式中

$$\bar{S}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{s}_{11}\boldsymbol{s}_{12}\cdots\boldsymbol{s}_{r1}\boldsymbol{s}_{r2}\boldsymbol{s}_{2r+1}\cdots\boldsymbol{s}_k\\ \boldsymbol{s}_{11}'\boldsymbol{s}_{12}'\cdots\boldsymbol{s}_{r1}'\boldsymbol{s}_{r2}'\boldsymbol{s}_{2r+1}'\cdots\boldsymbol{s}_k'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}S\\S'\end{bmatrix}. \tag{7}$$

容易证明式(4′)成立的充要条件为(4)式成立. 这表明，对于因为(4)式不满足造成 φ_k 不是 (A,B,C) 可配的情况，加动态补偿器的方法无法使 $\bar{\varphi}_k$ 对 $(\bar{A},\bar{B},\bar{C})$ 可配，因此以下讨论动态补偿器时总假定 (4) 式成立.

命题 1. 若 $\operatorname{rank}CS=L$，$(L\leqslant l)$，

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}CS\\S\Lambda-AS\end{bmatrix}=L+\alpha,\quad (m\geqslant\alpha>0), \tag{8}$$

则采用 p 阶动态补偿器可使 $\bar{\varphi}_k$ 是 $(\bar{A},\bar{B},\bar{C})$ 可配，且 $\alpha\leqslant p\leqslant k-L$.

证明. 因为

$$\begin{bmatrix}\bar{C}\bar{S}\\ \bar{S}\Lambda-\bar{A}\bar{S}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}C&0\\0&I_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}S\\S'\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}S\\S'\end{bmatrix}\Lambda-\begin{bmatrix}A&0\\0&O_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}S\\S'\end{bmatrix}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}CS\\S'\\S\Lambda-AS\\S'\Lambda\end{bmatrix},$$

由 (8) 式可知 $S\Lambda-AS$ 有 α 行与 CS 的行线性无关. 若取 $p=k-L$，且 S' 取得使 $\operatorname{rank}\begin{bmatrix}CS\\S'\end{bmatrix}=k$，这时 $S\Lambda-AS$，$S'\Lambda$ 诸行均可表示成 $\begin{bmatrix}CS\\S'\end{bmatrix}$ 的行的线性组合，即

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}\bar{C}\bar{S}\\ \bar{S}A-\bar{A}\bar{S}\end{bmatrix}=\operatorname{rank}\bar{C}\bar{S}=k.$$

这表明 φ_k 对 $(\bar{A},\bar{B},\bar{C})$ 可配，如果可以取得 $p(p<k-L)$ 行 S' 使得式 (5)′ 满足，那就说明有 p 阶补偿器存在. 显然因为 $SA-AS$ 有 α 个与 CS 的行线性无关的行向量，故 p 最小只能取 α.

命题 1 给出了使 φ_k 是 $(\bar{A},\bar{B},\bar{C})$ 可配的动态补偿器阶次的上限与下限. 如果 S' 确定（p 值也就相应确定），由文献[3]给出的公式即可求出相应的反馈增益阵. 另外在实际中，总是希望补偿器的阶次 p 取得尽可能小，因此补偿器的设计就集中为寻求满足(5′)式的 S'，且 S' 的行数尽可能小. 为了便于讨论，引进以下记号：G 为 $k\times L$ 矩阵，其列由 CS 的线性无关行转置而成；H 为 $k\times\alpha$ 矩阵，其列和 G 的列线性无关，是由 $SA-AS$ 中与 CS 线性无关的行转置而成；$F=\Lambda^T$ 为 $k\times k$ 的对角块矩阵，实际的特征结构配置可设 F 为非奇异矩阵. 这样，上述的补偿器设计问题可重新叙述如下：

寻找 $k\times p$ 的矩阵 X，满足

1) $[FX\ \ H]=[GX]M$, (9)

这里 M 是依赖于 X 的 $(L+p)\times(p+\alpha)$ 常阵.

2) X 的列与 G 的列线性无关.

3) p 尽可能小，即 $p=p_{\min}$.

如果 p 可取到阶次下限 α，则称达到阶次下限的动态补偿器存在，或简称 α 阶补偿器存在.

二、α 阶补偿器的存在性

命题 2. α 阶补偿器存在的充要条件为

$$\mathscr{X}_0=\operatorname{Im}[G\ \ H]\cap\operatorname{Im}[F^{-1}G\ \ F^{-1}H]$$

中有 α 个与 G 的列线性无关的向量.

证明. 设 α 阶补偿器存在，即有 $k\times\alpha$ 阵 X 满足

$$FX=GM_1+XN_1,\tag{10}$$

$$H=GM_2+XN_2.\tag{11}$$

因为 X 的列与 G 的列线性无关，故 N_2 非奇异，由 (11) 式可得

$$X=HN_2^{-1}-GM_2N_2^{-1}.\tag{12}$$

即 $X\in\operatorname{Im}[GH]$. 将(12)式代入(10)式，可知 $X\in\operatorname{Im}[F^{-1}G\ \ F^{-1}H]$，所以 $X\in\mathscr{X}_0$，即 $\mathscr{X}_0$ 中有 α 个与 G 的列线性无关的(以下简称与 G 无关的)向量. 反之，若 $\mathscr{X}_0$ 中有 α 个与 G 无关的向量 $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_\alpha$，令 $X=[\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2\cdots\boldsymbol{x}_\alpha]$，可以证明 X 满足(9)式. 为了进一步研究 $\mathscr{X}_0$ 中与 G 无关的向量，考虑以下线性方程组

$$[G\ \ H\ \ F^{-1}G\ \ \ F^{-}H]\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}\\ \boldsymbol{b}\\ \boldsymbol{a}'\\ \boldsymbol{b}'\end{bmatrix}=\mathbf{0},\tag{13}$$

这里 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{a}'$ 是 L 维列向量，$\boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}'$ 是 α 维列向量. 设

$$\operatorname{rank}[G\ H\ F^{-1}G\ F^{-1}H] = k, \tag{14}$$

从 $[F^{-1}GF^{-1}H]$ 中可选出 $k-(L+\alpha)$ 个列向量，记为 $\bar{G}_1$，并使 $[G\,H\,\bar{G}_1]$ 可逆，把 $[F^{-1}G\ F^{-1}H]$ 中除掉 $\bar{G}_1$ 后所剩下的列记为 $\bar{G}_2$，(13) 式可改写为

$$[G\,H\,\bar{G}_1]\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}\\ \boldsymbol{b}\\ \boldsymbol{a}''\end{bmatrix} = \bar{G}_2\boldsymbol{b}''. \tag{15}$$

其中 $\boldsymbol{a}''$ 和 $\boldsymbol{b}''$ 分别为 $k-(\alpha+L)$ 和 $2(\alpha+L)-k$ 维的列向量，$\boldsymbol{b}''$ 的维数即方程组 (15) 或 (13) 解的基础解系数目，由 (15) 式可得

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}\\ \boldsymbol{b}\\ \boldsymbol{a}''\end{bmatrix} = [G\ H\ \bar{G}_1]^{-1}\bar{G}_2\boldsymbol{b}''. \tag{16}$$

令

$$[G\,H\ \bar{G}_1]^{-1} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix}\begin{matrix}\}\,L\text{ 行}\\ \}\,\alpha\text{ 行}\\ \}\,k-(\alpha+L)\text{ 行},\end{matrix} \tag{17}$$

因此有

$$\boldsymbol{a} = Y_1\bar{G}_2\boldsymbol{b}'', \quad \boldsymbol{b} = Y_2\bar{G}_2\boldsymbol{b}''.$$

所以 $\mathscr{X}_0$ 中向量的一般形式为

$$GY_1\bar{G}_2\boldsymbol{b}'' + HY_2\bar{G}_2\boldsymbol{b}'' = (GY_1\bar{G}_2 + HY_2\bar{G}_2)\boldsymbol{b}''. \tag{18}$$

由于 (18) 式中的第一项属于 G 的值域，因此 $\mathscr{X}_0$ 中有与 G 无关的 α 个向量，当且仅当 $\operatorname{rank}Y_2\bar{G}_2 = \alpha$. 又由于 $\bar{G}_2$ 可表示成 $[G\,H\,\bar{G}_1]$ 的列的线性组合

$$\bar{G}_2 = GT_1 + HT_2 + \bar{G}_1T_3, \tag{19}$$

由 (17) 式可知

$$Y_2\bar{G}_2 = T_2. \tag{20}$$

因此 $\mathscr{X}_0$ 中有与 G 无关的 α 个向量，当且仅当 $\operatorname{rank} T_2 = \alpha$ 成立.

显然将 $[F^{-1}G\ F^{-1}G]$ 划分为 $\bar{G}_1$，$\bar{G}_2$ 的分法可以不止一种，因此按 (19) 式所得的 T_2 也可以不同，但是可以证明 $\operatorname{rank} T_2$ 与 $\bar{G}_1$，$\bar{G}_2$ 的具体取法无关. 这样有以下命题:

命题 3. α 阶补偿器存在的充要条件为

$$\operatorname{rank} T_2 = \alpha. \tag{21}$$

下面将 (20) 式所定义的矩阵称为 α 阶补偿器存在性判别矩阵，(21) 式称为判别式. 若 (21) 式成立，由 (18) 式可计算出所需要的 $\mathscr{X}_0$ 中与 G 无关的 α 个向量，即得到了(9) 式的 X，$S' = X^T$ 就给出了 φ_k 的延拓部分，由文献[3]可计算反馈增益阵.

必须指出，在以上推证中，(14) 式关于秩为 k 的假定是不必要的. 如果 $\operatorname{rank}[G\ H\ F^{-1}G\ F^{-1}H] = k' < k$ 时，可以在(15)式中取 k' 阶不为零的子式进行完全类似的讨论.

三、构成最小阶次补偿器的逐步扩展法

当 $\mathscr{X}_0$ 中与 G 无关的向量少于 α 个，即 $\operatorname{rank} T_2 = \beta < \alpha$ 时，α 阶补偿器不存在，则

应寻求更高阶次的补偿器,下列命题给出了逐步扩展方法的基础.

命题 4. 若 $\mathscr{X}_0$ 中有 $\beta<\alpha$ 个与 G 无关的向量,则存在与 $[G\ H]$ 无关的向量 $H_{\alpha+1}$,使得

$$\mathscr{X}_1=\operatorname{Im}[G\ \ H\ \ H_{\alpha+1}]\cap\operatorname{Im}[F^{-1}G\ \ F^{-1}H\ \ F^{-1}H_{\alpha+1}] \tag{22}$$

中有 $\beta+2$ 个与 G 无关的向量.

证明. 不妨设(14)式成立,由命题 2 中的分法,可得 $[G\ H\ \bar{G}_1]$ 非奇异,令

$$H_{\alpha+1}=[G\ \ H\ \ \bar{G}_1]\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}\\ \boldsymbol{b}\\ \boldsymbol{c}\end{bmatrix}, \tag{23}$$

式中 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 分别为 $L,\alpha,k-(L+\alpha)$ 维待定向量. 为了使 $H_{\alpha+1}$ 与 $[GH]$ 无关,不妨可取 $\boldsymbol{c}$ 的第一个分量 $c_1\neq 0$, 用 $H_{\alpha+1}$ 取代 $\bar{G}_1$ 中的第一个列向量 $\bar{G}_{11}$, $\bar{G}_1$ 中去掉 $\bar{G}_{11}$ 后的 $k\times[k-(\alpha+L+1)]$ 矩阵记为 $\bar{G}_{12}$, 于是有

$$[G\ \ H\ \ H_{\alpha+1}\ \ \bar{G}_{12}]=[G\ \ H\ \ \bar{G}_1]\begin{bmatrix}I_L & & \boldsymbol{a} & \\ & I_\alpha & \boldsymbol{b} & \\ & & c_1 & \\ & & c_2 & \\ & & \vdots & I_{k-(\alpha+L+1)}\end{bmatrix},$$

$$[G\ \ H\ \ H_{\alpha+1}\ \ \bar{G}_{12}]^{-1}=\begin{bmatrix}I_L & & \dfrac{-\boldsymbol{a}}{c_1} & \\ & I_\alpha & \dfrac{-\boldsymbol{b}}{c_1} & \\ & & \dfrac{1}{c_1} & \\ & & -\dfrac{c_2}{c_1} & \\ & & \vdots & I_{k-(\alpha+L+1)}\end{bmatrix}\begin{array}{l}\left[\begin{array}{c}Y_1\\ Y_2\\ Y_{31}\\ Y_{32}\end{array}\right]\end{array}\begin{array}{l}\}L\text{行}\\ \}\alpha\text{行}\\ \ \ 1\text{行}\\ \}k-(\alpha+L+1)\text{行}.\end{array} \tag{24}$$

设

$$\left.\begin{aligned}&\bar{G}_2=GT_1+HT_2+\bar{G}_{11}T_{31}+\bar{G}_{12}T_{32}\\ &F^{-1}H_{\alpha+1}=GT_4+HT_5+\bar{G}_{11}T_{61}+\bar{G}_{12}T_{62}\\ &[F^{-1}G\ \ F^{-1}H\ \ F^{-1}\bar{G}_1]=[G\ \ H\ \ \bar{G}_1]\begin{bmatrix}M_{11} & M_{21} & M_{31}\\ M_{12} & M_{22} & M_{32}\\ M_{13} & M_{23} & M_{33}\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}, \tag{25}$$

由(20)式可计算出相应的判别矩阵为

$$\begin{bmatrix}Y_2+\dfrac{-\boldsymbol{b}}{c_1}Y_{31}\\ \dfrac{1}{c_1}Y_{31}\end{bmatrix}\cdot[G_{11}\ \ G_2\ \ F^{-1}H_{\alpha+1}]=\begin{bmatrix}-\dfrac{\boldsymbol{b}}{c_1} & T_2+\dfrac{-\boldsymbol{b}}{c_1}T_{31} & T_5+\dfrac{-\boldsymbol{b}_1}{c_1}T_{61}\\ \dfrac{1}{c_1} & \dfrac{1}{c_1}T_{31} & \dfrac{1}{c_1}T_{61}\end{bmatrix}. \tag{26}$$

(26)式最后的矩阵经初等变换后可化为

$$\begin{bmatrix} -\frac{\boldsymbol{b}}{c_1} & T_2 & T_5 \\ \frac{1}{c_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{27}$$

因为这时判别矩阵已增加为 $\alpha+1$ 行，如果(27)式的秩取为 $\beta+1$，起不到增加 $\mathscr{X}_1$ 中与 G 无关向量的有效数的作用，因此为了确保扩展的有效性，应使 (27) 式的秩为 $\beta+2$，这就要求 T_5 取得与 T_2 列无关. 另外由(25)式可知 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 应满足

$$T_5 = [M_{12}\ \ M_{22}\ \ M_{32}]\begin{bmatrix} \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{c} \end{bmatrix}. \tag{28}$$

由式(25)可知 $[M_{12}\ \ M_{22}\ \ M_{32}]$ 满行秩，故(28)式的相容性总可保证，式 (28) 可解. 且解中属于 $\boldsymbol{c}$ 的第一个分量 c_1 总可做到是非零元素.

命题 4 的证明过程给出了扩展 $H_{\alpha+1}$ 的方法，利用这一方法可以进行阶次比 α 高的补偿器的设计. 例如当 $\beta=\alpha-1$ 时，由上选择的 $H_{\alpha+1}$，就可保证 $\mathscr{X}_1$ 中与 G 无关的向量有 $\beta+2=\alpha+1$ 个. 而这时由于 $[H\ \ H_{\alpha+1}]$ 的列数正好与 $\mathscr{X}_1$ 中与 G 无关的向量数相等，根据命题 2 或命题 3 可知 $\alpha+1$ 阶补偿器存在. 更一般的可以证明有

命题 5. $\alpha+i$ 阶补偿器存在的充要条件为存在与 $[G\ \ H]$ 无关的 i 个向量 $H_{\alpha+1}, H_{\alpha+2}, \cdots, H_{\alpha+i}$，使

$$\mathscr{X}_i = \operatorname{Im}[G\ \ H\ \ H_{\alpha+1}\cdots H_{\alpha+i}] \cap \operatorname{Im}[F^{-1}G\ \ F^{-1}H\ \ F^{-1}H_{\alpha+1}\cdots F^{-1}H_{\alpha+i}] \tag{29}$$

中有 $\alpha+i$ 个与 G 无关的向量.

当 α 阶补偿器不存在时，可以扩展 $H_{\alpha+1}$，如果扩展后 $\alpha+1$ 阶补偿器仍不存在，用类似的方法再扩展 $H_{\alpha+2}$，依此类推，设进行如上 i 次扩展后，达到 $(\alpha+i)\times(\alpha+i)$ 的判别矩阵的秩和 $\mathscr{X}_i$ 中与 G 无关的向量数相等，即 $\beta+2i=\alpha+i$. 由此可得 $i=\alpha-\beta$，由命题 5 可知 $\alpha+i=2\alpha-\beta$ 阶补偿器存在. 又因为在每次扩展时都保持了命题 4 的结果，所以 i 次扩展是最小次数的扩展，故有以下命题成立：

命题 6. 若 $\operatorname{rank}T_2=\beta$，则达到 φ_k 可配置的动态补偿器的最小阶次

$$p_{\min} = 2\alpha-\beta.$$

对于 $\operatorname{rank}[G\ \ H\ \ F^{-1}G\ \ F^{-1}H]=k'<k$ 的情况，可按秩为 k 的情况进行类似的讨论，但在扩展新的向量时，需保持秩 k' 不变.

四、例 题

为了说明 α 阶补偿器的结果，下面计算文献[2]中的例题. 系统方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u, \quad y = [1\ \ 0]\boldsymbol{x},$$

给定

$$\varphi_2 = \left\{\left(-1, \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ -3\alpha_1 \end{bmatrix}\right), \left(-2, \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ -4\alpha_2 \end{bmatrix}\right)\right\}.$$

这里 α_1 和 α_2 均不为零. 显然 (4) 式满足, 式 (5) 不满足, 需采用动态补偿器. 为此, 先选取 $\left(-3,\begin{bmatrix}\alpha_3\\-5\alpha_3\end{bmatrix}\right)$ $(\alpha_3\neq 0)$, 使之与 φ_2 组成 φ_3. 对于 φ_3, (4)式满足, (5)式不满足, 并且可知二阶补偿器肯定可达到 $\bar{\varphi}_3$ 的配置. 下面讨论一阶补偿器是否存在. 为了方便起见, 设 $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=1$, 因此

$$\begin{bmatrix}CS\\SA-AS\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3\\9\alpha_1 & 16\alpha_2 & 25\alpha_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\9 & 16 & 25\end{bmatrix}.$$

根据所引入的记号, 有

$$G=[1\ 1\ 1]^T,\quad H=[9\ \ 16\ \ 25]^T,\quad F^{-1}=\mathrm{diag}\left[-1\quad \frac{-1}{2}\quad \frac{-1}{3}\right],$$

$$\mathrm{rank}[G\ \ H\ \ F^{-1}G\ \ F^{-1}H]=3,$$

$$\begin{bmatrix}Y_1\\Y_2\\Y_3\end{bmatrix}=[G\ \ H\ \ \bar{G}_1]^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 9 & -1\\1 & 16 & \frac{-1}{2}\\1 & 25 & \frac{-1}{3}\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{20}\begin{bmatrix}-43 & 132 & -69\\1 & -4 & 3\\-54 & 96 & -42\end{bmatrix}.$$

由(20)式可得

$$T_2=Y_2\bar{G}_2=\frac{1}{20}[1\ \ -4\ \ 3]\begin{bmatrix}-9\\-8\\\frac{-25}{2}\end{bmatrix}=\frac{-1}{10}\neq 0,$$

故一阶补偿器存在, 由(18)式可求出 $\mathscr{R}_0$ 中与 G 无关的向量 x 为

$$x=(GY_1+HY_2)\bar{G}_2b''=\begin{bmatrix}56\\63\\72\end{bmatrix}\alpha_4,\quad (\alpha_4\neq 0).$$

由此可决定出 φ_3 的延拓部分为 $S'=[56\alpha_4\ \ 63\alpha_4\ \ 72\alpha_4]$, 根据文献[3]中的公式可计算出反馈增益阵, 当取 $\alpha=1/50$ 时, 可得

$$\bar{K}=\begin{bmatrix}-47 & 50\\\frac{252}{25} & -10\end{bmatrix}.$$

这时闭环系统阵为

$$\bar{A}+\bar{B}\bar{K}\bar{C}=\begin{bmatrix}2 & 1 & 0\\-47 & 2 & 50\\\frac{252}{25} & 0 & -10\end{bmatrix}.$$

容易验证, 它具有特征值 −1, −2和 −3, 这些特征值对应的特征向量分别为

$$\left[1\ \ -3\ \ \frac{56}{50}\right]^T,\quad \left[1\ \ -4\ \ \frac{63}{50}\right]^T \text{ 和 } \left[1\ \ -5\ \ \frac{72}{50}\right]^T.$$

这一结果与文献[2]一致.

参 考 文 献

[1] Srinathkumar, S., Eigenvalue/eigenvector Assignment Using Output Feedback, *IEEE Trans.* AC-23 (1978). 79—81.

[2] Sambandan, A. and Chandrasekharan, P. C., Eigenvector Assignment Using Output Feedback, *Int. J. Control*, **34**. (1981), 1143— 1152.

[3] 杨玲, 关于反馈系统的特征结构配置, 控制理论与应用. 第1卷第2期 (1984), 103—110.

DYNAMIC COMPENSATOR DESIGN FOR EIGENSTRUCTURE ASSIGNMENT

CHENG PENG

(*Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

In this paper, the design of dynamic compensator for eigenstructure assignment is discussed. The necessary and sufficient condition for the existence of a dynamic compensator which has the lowest boundary of the order is given. When the condition of existence can not be satisfied, a step-by-step expansion method is proposed to construct a minimum order dynamic compensator with the given eigenstructure.

第八届 IFAC 辨识会议 1988 年将在北京举行

经过 IFAC (国际自控联) 批准，第八届 IFAC 辨识学术会议将于 1988 年 8 月在北京召开．今年 7 月 5 日在英国 York 城举行的第七届 IFAC 辨识会议上，召开了第八届辨识会议的 IPC(国际程序委员会) 会议．会议由 IPC 共同主席荷兰的 P. Eykhoff 和中国的刘豹共同主持．出席会议的有 IPC 及 NOC 副主席陈振宇、IPC委员袁震东、张志方、L. Keviczky, R. Isermann, H. D. Unbehauen, G. C. Goodwin, V. Peterka, A. Halme, N. K. Sinha, P. R. Ganti, A van den Bos, K. J. Astrom, L. Ljung, P. C. Young, H. A. Barker, C. Cobelli, S. P. Bingulac, D. P. Atherton, G. A. Bekey, V. Lototsky, V. Klein, P. Alberto 等．(还有一些 IPC 委员未能参加会议)．在 IPC 会议上对第八届辨识会议的筹备工作及有关事项进行了讨论，认为近年来辨识和自适应控制领域较为活跃，发展迅速．历届辨识会议参加活动的人数较多也反映了这一情况(第七届辨识会议有 34 个国家共 381 人到会)． IPC 会议确定于 1986 年夏天向 IFAC 各国会员印发第一次征文通知 (First Announcement and Call for Papers)．我们在国内印好的预通知及补充的 IPC 委员名单在第七届 IFAC 辨识会议上散发给各国与会代表．在第七届 IFAC 辨识会议的宴会上刘豹教授代表第八届辨识会议的举办单位中国致词，欢迎各国专家 1988 年到北京参加会议，各国专家报以热烈掌声．

(陈振宇)