

三轴燃气轮机的数学模型及其 动态特性的分析

倪维斗 徐向东

(清华大学热能工程系)

摘 要

本文以船用三轴燃气轮机为研究对象,建立了详细的动态数学模型。文中提出了以非稳态工况为小偏差线性化的起点,每一小步都以前一步所达到的非稳态工况为起始零点,用非稳态变工况的方法进行校正,不断更换所有方程中的系数值的计算方法。从而,用小偏差的线性数学模型,进行适当修改后,可以用来求取非线性系统在大扰动下的过渡过程。这对调节系统的设计、参数选择和现场调试是一个有用的工具。按上述方法编制的计算机程序有较大的通用性,能用于不同类型的燃气轮机,不仅能求得大、小扰动的过渡过程,也能用于求解稳态变工况的参数。

一、引 言

燃气轮机是一个非线性控制对象,这是因为:1)压气机、透平及燃烧室的特性都是非线性的,燃气热力性质也是随机组的工况而改变的;2)作用在转子上的扭矩都是机组热力参数的非线性函数。

常规的小偏差线性化方法,视所有系数为常数,得出线性方程组,然后对系统进行动态分析^[1]。用这种简化方法求出的过渡过程只是真正过程的一种近似,仅适用于小扰动,或是研究机组在这一工况的稳定性。若用于计算大扰动过程,如从慢车到满速的加速过程,就会有很大的误差。对船用或车辆中燃气轮机最关键的便是上述大扰动过渡过程。当然,也可以直接求解非线性方程组^[2],但在有气道热交换、较大的中间容积条件下,用这种方法有较大的困难。

在大扰动的过渡过程中,机组所经历的工况都是非平衡工况,机组的动态特性也随着工况的改变而不断变化。本文所建议的方法,从建模的数学处理来说,仍基于小偏差线性化方程,所不同的是以非稳态工况作为线性化的起点。一个过渡过程发生的起因是在原稳态工况上加了一个大扰动(如甩负荷、突然改变转速给定等),但随后工况进一步变化的“动力”已不是外界扰动,而是整个机组内部各参数之间的不平衡,形成加速或减速的扭矩。本文所推导的数学模型的特点是:

- 1) 以非稳态工况为小偏差线性化起点,分段线性化。

- 2) 考虑了压气机、透平和燃烧室的特性, 以及燃气热力性质的变化^[3]。
3) 考虑了燃气在流动过程中与金属壁面的不稳定热交换^[4] 以及中间容积的影响。

二、控制对象的状态空间表达式

以非稳态工况为起点建立的小偏差线性方程组与以稳态工况为起点建立的方程不同, 特别是用以描述蓄能元件动态的微分方程。下面以三轴燃气轮机为例加以说明。各计算截面如图 1 所示。

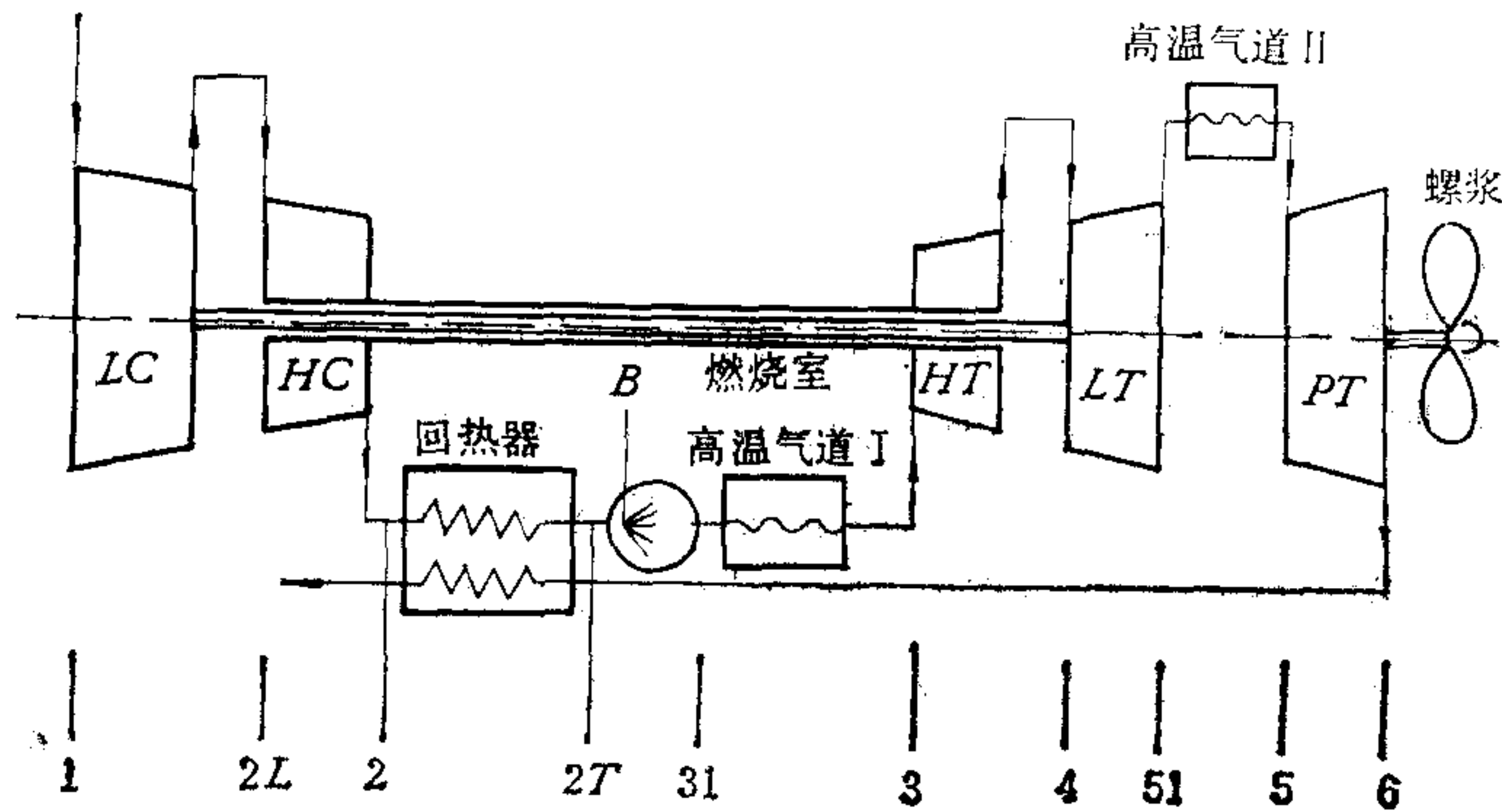


图 1 三轴燃气轮机各计算截面

1. 高压转子运动方程

根据动量矩定理有

$$J_H \frac{d\omega_H}{dt} = M_{HT} - M_{HC}. \quad (1)$$

设

$$\Delta M_{HT} = M_{HT} - M_{HTS}; \quad \Delta M_{HC} = M_{HC} - M_{HCS},$$

有

$$2\pi J_H \frac{d\Delta n_H}{dt} = \Delta M_{HT} - \Delta M_{HC} + (M_{HT} - M_{HC})_s. \quad (2)$$

各式中带下标 s 者均为小偏差线性化起点值。对非稳态工况 $(M_{HT} - M_{HC})_s \approx 0$ 。

由热力学可知

$$M_{HT} = \frac{G_{HT} \cdot h_1^*}{2\pi n_H},$$

式中, h_1^* 为高压透平焓降。

考虑到透平特性

$$G_{HT} = G_{HT}(p_3^*, T_3^*, h_1^*, n_H),$$

可得

$$\Delta M_{HT} = \left(\frac{M_{HT}}{G_{HT}} \cdot \frac{\partial G_{HT}}{\partial p_3^*} \right)_s \Delta p_3^* + \left(\frac{M_{HT}}{G_{HT}} \frac{\partial G_{HT}}{\partial T_3^*} \right)_s \Delta T_3^*$$

$$+ \left(\frac{M_{HT}}{G_{HT}} \frac{\partial G_{HT}}{\partial h_1^*} + \frac{M_{HT}}{h_1^*} \right)_s \Delta h_1^* + \left(\frac{M_{HT}}{G_{HT}} \frac{\partial G_{HT}}{\partial n_H} - \frac{M_{HT}}{n_H} \right)_s \Delta n_H. \quad (3)$$

又由热力学, 有

$$M_{HC} = \frac{G_{HC}(C_{p_2}T_2^* - C_{p_{2L}}T_{2L}^*)}{2\pi n_H},$$

根据高压压气机特性

$$G_{HC} = G_{HC}(n_H, T_{2L}, p_{2L}, \beta_H)$$

可得

$$\begin{aligned} \Delta M_{HC} = & \left(\frac{M_{HC}}{G_{HC}} \frac{\partial G_{HC}}{\partial p_{2L}^*} \right)_s \Delta p_{2L}^* + \left(\frac{M_{HC}}{G_{HC}} \frac{\partial G_{HC}}{\partial \beta_H} \right)_s \Delta \beta_H \\ & + \left(\frac{M_{HC}}{G_{HC}} \frac{\partial G_{HC}}{\partial T_{2L}} - \frac{M_{HC}}{T_2^* - T_{2L}^*} \right)_s \Delta T_{2L}^* \\ & + \left(\frac{M_{HC}}{T_2^* - T_{2L}^*} \right)_s \Delta T_2^* + \left(\frac{M_{HC}}{G_{HC}} \frac{\partial G_{HC}}{\partial n_H} - \frac{M_{HC}}{n_H} \right)_s \Delta n_H. \end{aligned} \quad (4)$$

式中, β_H 为高压压气机特性曲线 β 值.

把式(3)与(4)的关系式代入(2)式, 得

$$\begin{aligned} \left(2\pi J_H \frac{n_H}{M_{HC}} \right)_s \frac{d(\Delta n_H/n_H)}{dt} = & \left(\frac{M_{HT}}{M_{HC}} \frac{n_H}{G_{HT}} \frac{\partial G_{HT}}{\partial n_H} - \frac{M_{HT}}{M_{HC}} - \frac{n_H}{G_{HC}} \frac{\partial G_{HC}}{\partial n_H} + 1 \right)_s \frac{\Delta n_H}{n_H} \\ & + \left(\frac{M_{HT}}{M_{HC}} \frac{p_3^*}{G_{HT}} \frac{\partial G_{HT}}{\partial p_3^*} \right)_s \frac{\Delta p_3^*}{p_{3s}^*} \\ & - \left(\frac{M_{HT}}{M_{HC}} \frac{T_3^*}{G_{HT}} \frac{\partial G_{HT}}{\partial T_3^*} \right)_s \frac{\Delta T_3^*}{T_{3s}^*} \\ & + \left(\frac{M_{HT}}{M_{HC}} \frac{h_1^*}{G_{HT}} \frac{\partial G_{HT}}{\partial h_1^*} + \frac{M_{HT}}{M_{HC}} \right)_s \frac{\Delta h_1^*}{h_{1s}^*} \\ & - \left(\frac{p_{2L}^*}{G_{HC}} \frac{\partial G_{HC}}{\partial p_{2L}^*} \right)_s \frac{\Delta p_{2L}^*}{p_{2Ls}^*} - \left(\frac{\beta_H}{G_{HC}} \frac{\partial G_{HC}}{\partial \beta_H} \right)_s \frac{\Delta \beta_H}{\beta_{Hs}} \\ & + \left(-\frac{T_{2L}^*}{G_{HC}} \frac{\partial G_{HC}}{\partial T_{2L}^*} + \frac{T_{2L}^*}{T_2^* - T_{2L}^*} \right)_s \frac{\Delta T_{2L}^*}{T_{2Ls}^*} \\ & - \left(\frac{T_2^*}{T_2^* - T_{2L}^*} \right)_s \frac{\Delta T_2^*}{T_{2s}^*} + \left(\frac{M_{HT} - M_{HC}}{M_{HC}} \right)_s. \end{aligned} \quad (5)$$

令 χ 为某参数增量的相对值, 下标为此参数, 式(5)可写成

$$\begin{aligned} T_{n_H} \dot{\chi}_{n_H} = & -\rho_{n_H} \chi_{n_H} + K_{n_H p_3} \chi_{p_3} - K_{n_H T_3} \chi_{T_3} + K_{n_H h_1} \chi_{h_1} + K_{n_H p_{2L}} \chi_{p_{2L}} \\ & - K_{n_H \beta_H} \chi_{\beta_H} + K_{n_H T_{2L}} \chi_{T_{2L}} - K_{n_H T_2} \chi_{T_2} + C_{n_H}. \end{aligned} \quad (6)$$

由上述高压转子运动方程的推导过程可见, 所得结果与以稳态为起点的不同. 式(5)中用“~”示出两者的区别. 因为是非稳态工况, 所以 $(M_{HT}/M_{HC})_s \neq 1$, 故不能与式中有关项相消, 此外, 由于起点工况存在着扭矩不平衡 $(M_{HT} - M_{HC})_s \neq 0$, 故在方程(6)中得到代表起始扭矩不平衡的 $C_{n_H} = (M_{HT} - M_{HC})_s/M_{HCs}$ 这一项. 它是以非稳态工况为线性化起点的主要标志, 它的值只与机组所处的工况有关, 称之为常数项. 控制对象中的所有蓄能元件, 如转子、中间容积、高温气道和回热器的动态方程都有这一项.

2. 其它微分方程与代数方程

除高压轴转子的微分方程外,对该机组还有 7 个蓄能元件,它们的方程分别是:

中压转子微分方程

$$T_{nL}\dot{\chi}_{nL} = -\rho_{nL}\chi_{nL} + K_{nLp_4}\chi_{p_4} - K_{nLT_4}\chi_{T_4} + K_{nLh_2}\chi_{h_2} + K_{nLT_1}\chi_{T_1} \\ - K_{nLp_1}\chi_{p_1} - K_{nL\beta_L}\chi_{\beta_L} - K_{nLT_{2L}}\chi_{T_{2L}} + C_{nL}, \quad (7)$$

其中

$$C_{nL} = \left(\frac{M_{LT} - M_{LC}}{M_{LC}} \right)_s,$$

β_L 为低压压气机特性曲线 β 值。

低压转子运动方程

$$T_{np}\dot{\chi}_{np} = -\rho_{np}\chi_{np} + K_{np p_3}\chi_{p_3} - K_{np T_3}\chi_{T_3} + K_{np h_3}\chi_{h_3} + K_{np \beta_p}\chi_{\beta_p} \\ - K_{np c_1}\chi_{c_1} - K_{np c_2}\chi_{c_2} + C_{np}, \quad (8)$$

其中

$$C_{np} = \left(\frac{M_{pT} - C_1 n_p^2 - C_2 n_p^2}{M_{pT}} \right)_s,$$

χ_{c_1} 为调节量,取决于螺桨节距。 χ_{c_2} 用以考虑螺桨出水等情况,一般 $\chi_{c_2} = 0$ 。

高压压气机与高压透平之间的中间容积方程

$$T_{p_3}\dot{\chi}_{p_3} = -\rho_{p_3}\chi_{p_3} + K_{p_3 n_H}\chi_{n_H} - K_{p_3 T_{2L}}\chi_{T_{2L}} + K_{p_3 p_{2L}}\chi_{p_{2L}} \\ + K_{p_3 \beta_H}\chi_{\beta_H} + K_{p_3 T_3}\chi_{T_3} - K_{p_3 h_1}\chi_{h_1} + C_{mp_3}, \quad (9)$$

其中

$$C_{mp_3} = \left(\frac{g_3 g_2 G_{HC} - G_{HT}}{G_{HC}} \right)_s.$$

g_3, g_2 为考虑漏气及冷却抽气的系数。中压透平与动力透平之间的中间容积方程

$$T_{p_5}\dot{\chi}_{p_5} = -\rho_{p_5}\chi_{p_5} + K_{p_5 p_4}\chi_{p_4} - K_{p_5 T_4}\chi_{T_4} - K_{p_5 n_L}\chi_{n_L} + K_{p_5 h_2}\chi_{h_2} + K_{p_5 T_5}\chi_{T_5} \\ + K_{p_5 n_p}\chi_{n_p} - K_{p_5 h_3}\chi_{h_3} - K_{p_5 \beta_p}\chi_{\beta_p} + C_{mp_5}, \quad (10)$$

其中

$$C_{mp_5} = \left(\frac{g_5 G_{LT} - G_{PT}}{G_{LT}} \right)_s,$$

β_p 为可调喷嘴安装角。

燃烧室与高压透平之间的高温气道热交换方程

$$T_{TW_1}\dot{\chi}_{TW_1} = -\rho_{TW_1}\chi_{TW_1} + K_{TW_1 T_{31}}\chi_{T_{31}} + K_{TW_1 T_3}\chi_{T_3} + C_{TW_1}, \quad (11)$$

其中

$$C_{TW_1} = \left(\frac{T_{31}^* + T_3^*}{2} - T_{W1} \right) / T_{W1S},$$

T_{W1} 为此段金属壁面的平均温度。

中压透平与动力透平之间的气道热交换方程

$$T_{TW_2}\dot{\chi}_{TW_2} = -\rho_{TW_2}\chi_{TW_2} + K_{TW_2 T_{51}}\chi_{T_{51}} + K_{TW_2 T_5}\chi_{T_5} + C_{TW_2}, \quad (12)$$

其中

$$C_{TW_2} = \left(\frac{T_{51}^* + T_5^*}{2} - T_{W2} \right) / T_{W2S},$$

T_{W2} 为此段金属壁面的平均温度.

回热器方程

$$T_H \dot{\chi}_{hp} = \rho_{hp} \chi_{hp} + K_{T_{hp}T_6} \chi_{T_6} + K_{T_{hp}T_2} \chi_{T_2} + C_{hp}, \quad (13)$$

其中

$$C_{hp} = \frac{T_6^* - 2T_{hp} + T_2^*}{2T_{hp}},$$

T_{hp} 为回热器金属壁面的平均温度.

前面 8 个微分方程中, 变量数目远多于方程数目, 所以还需利用三轴燃气轮机中参数之间的热力学关系建立一系列代数方程, 共建有 16 个.

以上共 24 个方程, 不仅能用于三轴燃气轮机, 对于分轴、单轴机组也是适用的. 对不同类型的机组或同一类型的不同方案, 只要将这些方程 (全部或其中一部分) 进行不同的组合便可.

令状态变量为 \mathbf{X}_1 :

$$\mathbf{X}_1 = (\chi_{n_H} \chi_{n_L} \chi_{n_p} \chi_{p_3} \chi_{p_5} \chi_{T_{W1}} \chi_{T_{W2}} \chi_{n_p})_{8 \times 1}^T.$$

令中间变量为 \mathbf{Z}_1 ,

$$\mathbf{Z}_1 = (\chi_{p_{2L}} \chi_{T_{2L}} \chi_{\beta_L} \chi_{T_2} \chi_{\beta_H} \chi_{T_{31}} \chi_{T_3} \chi_{h_1} \chi_{p_4} \chi_{T_4} \chi_{h_2} \chi_{51} \chi_{T_5} \chi_{h_3} \chi_{T_6} \chi_{T_{2T}})_{16 \times 1}^T.$$

令输入变量为 \mathbf{V}_1 , $\mathbf{V}_1 = (\chi_{T_1} \chi_{p_1} \chi_B \chi_{C_1} \chi_{\beta_p})_{5 \times 1}^T.$

令干扰变量为 \mathbf{W}_1 , $\mathbf{W}_1 = (\chi_{C_1})_{1 \times 1}.$

24 个方程经整理后可写成用矩阵表示的状态空间形式.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{M}\mathbf{X}_1 + \mathbf{N}\mathbf{Z}_1 + \mathbf{E}\mathbf{V}_1 + \mathbf{F}\mathbf{W}_1 + \mathbf{C}_M, & (14) \\ \mathbf{Q}\mathbf{X}_1 + \mathbf{R}\mathbf{Z}_1 + \mathbf{S}\mathbf{V}_1 + \mathbf{C}_L = \mathbf{0}. & (15) \end{cases}$$

式(14)与(15)中的 \mathbf{C}_M 与 \mathbf{C}_L 是由方程中常数项, 如 $C_{n_H}, C_{n_L}, C_{n_p} \dots$ 所组成的矩阵, 而矩阵 $\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 与 \mathbf{S} 则由方程中的系数 K 组成. 其中一些偏导数不是从压气机或透平特性曲线上求切线, 而是把压气机、透平与燃烧室的特性全部输入计算机, 由计算机自动求得各有关系数.

由式(14)与(15)可得

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{X}_1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{V}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{W}_2, \quad (16)$$

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{C}\mathbf{C}\mathbf{X}_1 + \mathbf{D}\mathbf{D}\mathbf{V}_1 + \mathbf{C}_{LR}, \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{M} + \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}, \quad \mathbf{B}_1 = \mathbf{E} - \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{S},$$

$$\mathbf{C}\mathbf{C} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}, \quad \mathbf{D}\mathbf{D} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{S},$$

$$\mathbf{C}_{LR} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}_L, \quad \mathbf{W}_2 = (\chi_{C_2} \vdots I)^T,$$

$$\mathbf{P}_1 = (\mathbf{F} \vdots \mathbf{C}_{ML}), \quad \mathbf{C}_{ML} = (\mathbf{C}_M - \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}_L).$$

式(16) \mathbf{P}_1 矩阵中包括原各方程中标志非稳态工况的常数项 C_{n_H}, C_{n_L} 等, 它们作为变换后的干扰变量 \mathbf{W}_2 输入系统.

三、计算方法

把连续系统离散化, 按给定的参数变化相对量自动变步长 (例如规定每一步只允许参

数变化的相对量不大于 0.01), 以前一步所达到的非稳态工况为下一步的起点, 更换相应于这一新非稳态工况的有关矩阵, 用非稳态变工况的方法进行校正, 通过这样的不断改变系数阵和常数项阵的方法达到求得大扰动过渡过程的目的. 在求解过程中, 方程的常数项起着极其重要的作用. 对象的状态方程离散化后的解为

$$\begin{aligned} X_1[(K+1)T] = & e^{A_1 T} X_1[KT] + \left(\int_0^T e^{A_1 t} dt \right) B_1 V_1[KT] \\ & + \left(\int_0^T e^{A_1 t} dt \right) P_1 W_2[KT], \end{aligned} \quad (18)$$

其中, T 为步长. 既然在计算时是以过程所达到的非稳态工况为下一步的起点, 而对这个起点只前进一个步长, 所以, 对每一步来说 $X[KT] = 0$, 此时有

$$X_1[(K+1)T] = \left(\int_0^T e^{A_1 t} dt \right) B_1 V_1[KT] + \left(\int_0^T e^{A_1 t} dt \right) P_1 W_2[KT].$$

一般情况下, 在计算大扰动过渡过程中 (如突然大幅度改变燃油流量), 除起始几个步长外, 其它中间段上输入变量为零, 即 $V_1 = 0$, 这时系统状态的转移就完全依靠常数项和其相应的矩阵来实现, 即取决于 $\left(\int_0^T e^{A_1 t} dt \right) P_1 W_2[KT]$.

四、计算结果与小结

图 2 示出三轴燃气轮机在开环条件下从设计工况突减 59.5% 燃油的过渡过程. 给出两种计算方法的结果, 即常规的小偏差线性化方法 (简称常系数法), 及本文所建议的方法 (简称变系数法). 从图 2 可以明显看出, 在大扰动的过渡过程中变系数法和常系数法所得的结果有较大的差别. 因此, 如需要得到定量结果时, 对大扰动的过渡过程不能使用常系数法. 表 1 列出了两种方法在 $\chi_B = -59.5\%$ 时, 等工况稳定后所得到的稳态值

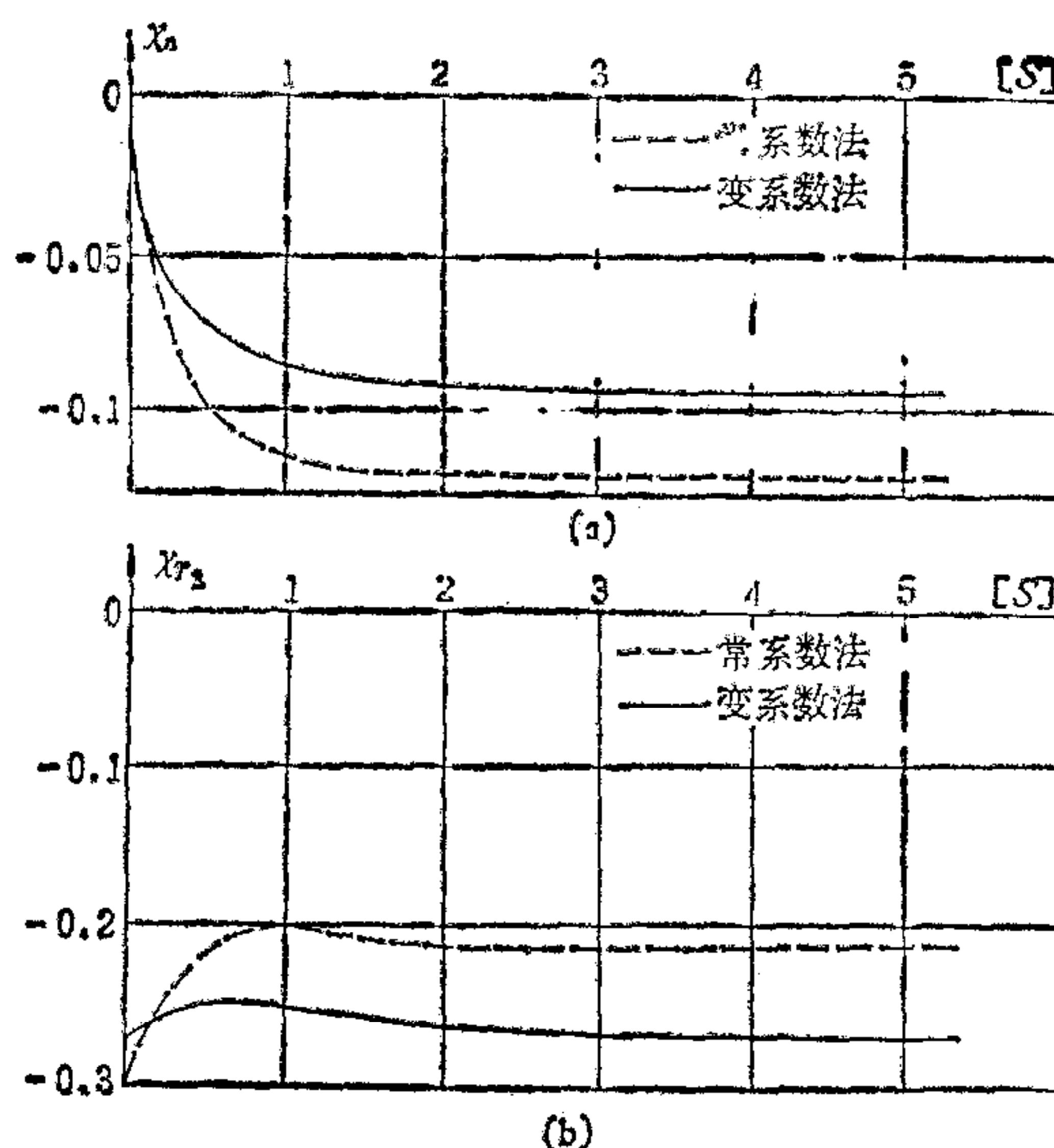


图 2 a 开环突减油时高压转子转速的过渡过程; b 开环突减油时燃气初温的过渡过程

及变工况新稳态工况时各主要参数的计算值。

表 1 变工况计算结果和动态计算稳态值的比较

名 称	$G_{HT}[\text{Kg/S}]$	$T_3^*[\text{K}]$	$p_3^*[\text{N/m}^2]$	$T_4^*[\text{°K}]$	$T_5^*[\text{°K}]$	$T_{2L}^*[\text{°K}]$	$T_7^*[\text{°K}]$
变工况计算结果	30.4	950	869700	740.5	680	352	586.7
常系数法计算结果	31.5	1022	926380	798	734	363	602.3
变系数法计算结果	30.7	947	869670	735.1	676.2	355	585.6

表 1 说明,变系数法动态计算所得的新的稳态值与变工况计算结果非常接近,而常系数法所得结果则误差较大。虽然对比的是新工况的稳态值,但也从一个角度说明本文所建议的方法的可信程度。

从上述分析可得出如下结论:

(1) 不管机组的调节规律以及压气机、透平和调节器的非线性程度如何,用以非稳态工况为起点的线性化方程组,分段更换系数矩阵,可以较精确地计算大扰动下的过渡过程。

(2) 按本文所建议的方法所编制的计算机程序有较大的通用性。这种方法所用的计算时间虽大于常规的常系数法,但比直接求解非线性方程组仍节省机时。我们在 T301 燃气轮机上进行了加速实验,实验结果与理论计算结果非常吻合。

参 考 文 献

- [1] 倪维斗、彭容,分轴燃气轮机的状态空间数学模型及控制系统动态分析通用程序,仪器仪表学报,3, No. 1, 1982.
- [2] Weiner D., Aschner F. S., Davan, J., Nonlinear Digital Simulation and Minimum Fuel Control of a Jet Type Gas Turbine Power Generating Unit, ASME, 78-GT-43.
- [3] 张世铮,燃气热力性质的数学公式表示法,工程热物理学报,第1卷,第1期,1982.
- [4] 倪维斗,燃气轮机的气道在过渡过程中的热交换对动态特性的影响,自动化技术,1978,3.

THE MATHEMATICAL MODEL OF THREE-SHAFT MARINE GAS TURBINE AND ITS DYNAMIC ANALYSIS

NI WEIDOU XU XIANGDONG

(Tsinghua University)

ABSTRACT

In this paper, a detailed dynamic model for three-shaft marine gas turbine is established. The suggested calculation method uses unsteady operation regime as the initial point of linearization, and every step initiates with new coefficient matrices from the unsteady regime obtained by the previous step. Consequently, with some modifications, a linear model can be used to calculate the transients of the nonlinear systems under large perturbations. This method is a useful tool for design, parameter optimization and site adjustment of control systems. The computer program based on this method is versatile, and can be used for estimating dynamic behaviour of gas turbines of different types under small or large perturbations, also, for steady performance study of the gas turbines.