第 11 卷 第 4 期 自 动 化 学 报 Vol. 11, No. 4
1985 年 10 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Oct., 1985

参考模型阶数为1的 MRAS 综合

张 珩
(清 华 大 学)

摘 要

本文应用增广误差法提出了参考模型阶数为 1 的 MRAS 综合方法，使得可调参数减少到 $n+m+2$ 个，且增广滤波器仍为一阶. 此外，文中还指出当被控对象中有 $q+r+2$ 个($q\leqslant n-1$, $r\leqslant m-1$)未知数时，可调参数仅为 $q+r+3$.

一、前 言

1974 年 R. V. Monopoli 应用增广误差方法，得出了不需要过程输入量变化率的自适应规律[1]，从而推动了自适应控制理论的发展. 继后，许多作者对这一方法作了相应的改进[2,4,5]. 其中，文献[2]对具有 n 个极点和 m 个零点的对象用 $n-m$ 阶模型作为参考，同时将增广滤波器降为一阶. 这样，就毫无应用正实引理[3]的必要. 显然，这是十分有意义的.

本文依据 Popov 超稳定的条件，简化并改变了 MRAS 中控制规律的实现形式，不仅增广滤波器为一阶，而且参考模型也为一阶. 这样使可调参数减少到 $n+m+2$ 个，当系统的参数有一些可知时，还将进一步减少. 这将大大简化 MRAS 的综合与实现.

二、系统的 MRAS 综合

考虑如下描述的被控对象

$$D(p)y(t)=M(p)u(t),$$

$$D(p)=p^n+\sum_{i=0}^{n-1}d_ip^i,\quad M(p)=\sum_{i=0}^{m}m_ip^i. \tag{1}$$

当参数 $d_i, m_j(i=0,1,\cdots,n-1;\ j=0,1,\cdots,m)$未知时，用

$$D_m(p)y_m(t)=K_0'u_m(t) \tag{2}$$

作为参考模型进行自适应控制. 这里 $y(t)$ 为被控对象的输出；$y_m(t)$ 为参考模型的输出；$u(t)$ 和 $u_m(t)$ 分别是对象的控制输入和参考输入；p 为微分算子.

令(2)式中 $D_m(p)$ 阶数为 1，且极点为 $-d_{m_0}$，并任取一稳定的微分算子多项式

本文于 1983 年 1 月 26 日收到.

$$F(p)=p^{n-1}+\sum_{i=0}^{n-2} f_i p^i$$

除以(1)式两端,经整理,得

$$D_m(p)(y_m-y)=K_0u_m+(d_{m_0}-\bar{d}_{f_{n-1}})y+\sum_{i=0}^{n-2}\bar{d}_{f_i}p^iy_f-\sum_{i=0}^{m}m_ip^iu_f. \tag{3}$$

式中 $y_f=F^{-1}(p)y$, $u_f=F^{-1}(p)y$, 及

$$\bar{d}_{f_i}=\begin{cases}d_i-f_{i-1}+(d_{n-1}-f_{n-2})f_i, & i=0,1,\cdots,n-2\\ d_{n-1}-f_{n-2}, & i=n-1.\end{cases}$$

定义对象的输出误差为 $e(t)=y_m(t)-y(t)$, 并令 $M_0(p)=p^m+\sum_{i=0}^{m-1}m_{i_0}p^i(m_0=f_0)$稳定,则(3)式将为

$$D_m(p)e=K_0u_m+\sum_{i=0}^{n-1}c_{1i}p^iy_f+\sum_{i=0}^{m}c_{2i}p^iu_f+K_1M_0(p)F^{-1}(p)u. \tag{4}$$

其中

$$c_{1i}=\begin{cases}f_id_{m0}-f_{i-1}+d_i, & i=0,1,\cdots,n-2,\\ d_{m0}-d_{n-1}+f_{n-2}, & i=n-1,\end{cases}$$

$$c_{2i}=m_i+m_{i0},\ i=0,1,\cdots,m.$$

现定义增广误差信号为以 $v(t)$ 为输入的滤波器的输出 $z(t)$, 即

$$D_f(p)z(t)=K_1v(t),\ K_1>0,\ D_f(p)=p+d_{f0}. \tag{5}$$

根据文献[1],另一增广误差为 $w(t)=e(t)+z(t)$. 令

$$x_i(t)=\begin{cases}p^iy_f(t)/K_1, & i=0,1,\cdots,n-1,\\ p^{i-n}u_f(t)/K_1, & i=n,n+1,\cdots,n+m,\\ u_m(t)/K_1, & i=n+m+1.\end{cases} \tag{6}$$

这样,依据(4),(5)两式,并选择控制函数为

$$u(t)=\sum_{i=0}^{n-1}k_ix_i+\sum_{i=n}^{n+m}k_iM_0^{-1}(p)F(p)x_i+k_{n+m+1}x_{n+m+1}, \tag{7}$$

$$v(t)=\sum_{i=0}^{n+m+1}k_ix_i-M_0(p)F^{-1}(p)u(t)-\sum_{i=0}^{1}c_{3i}p^iw, \tag{8}$$

$$k_i(t)=a_i\int_0^t w(t)x_i(t)dt+b_iw(t)x_i(t),\ i=0,1,\cdots,n+m+1. \tag{9}$$

则有

$$(p+d_{f0})w(t)=\sum_{i=0}^{n+m+0}(h_i+k_i)x_i,\ d_{f0}>0. \tag{10}$$

(9)式中 $k_i(t)$ 即为可调参数,且 c_{3i} 及 h_i 为

$$c_{3i}=\begin{cases}d_{f0}-d_{m0}/K_1, & i=0\\ 1-1/K_1, & i=1;\end{cases}\quad h_i=\begin{cases}c_{1i} & i=0,1,\cdots,n-1\\ c_{2i-n} & i=n,\cdots,n+m\\ K_0 & i=n+m+1.\end{cases}$$

显然,(10)式右端为非线性函数,可利用 a_i 及 b_i 使闭环系统稳定. 应当指出,确定 $u(t)$

和 $v(t)$ 的形式，只要满足 Popov 定理的条件即可，而无必要象文献[1]，[2]那样复杂地选择。基于 Popov 定理，不难证明[2]若 $a_i < 0, b_i < 0\ (i = 0, 1, \cdots, n + m + 1)$ 时，必然 $\lim\limits_{t\to\infty} w(t) = 0$，同时有 $\lim\limits_{t\to\infty} u(t) = \sum\limits_{i=0}^{n+m+1} a_i \left(\int_0^\infty w(t)x_i(t)dt\right) x_i(\infty)$，故 $\lim\limits_{t\to\infty} v(t) = 0$。进而有 $\lim\limits_{t\to\infty} z(t) = 0$。因此，采用控制规律(7)，(8)式时，必然最终地有 $\lim\limits_{t\to\infty} e(t) = 0$。图 1 为参考模型为 1 阶的 MRAS 结构。

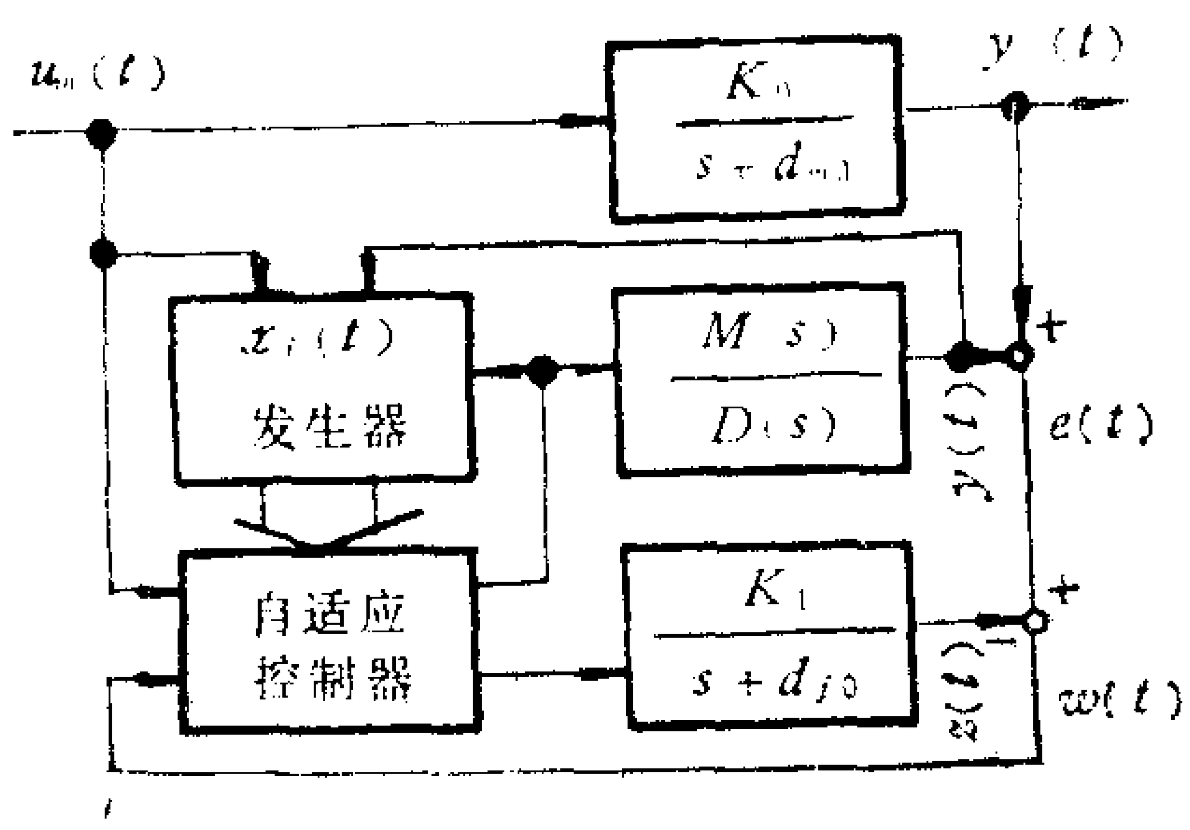

图 1

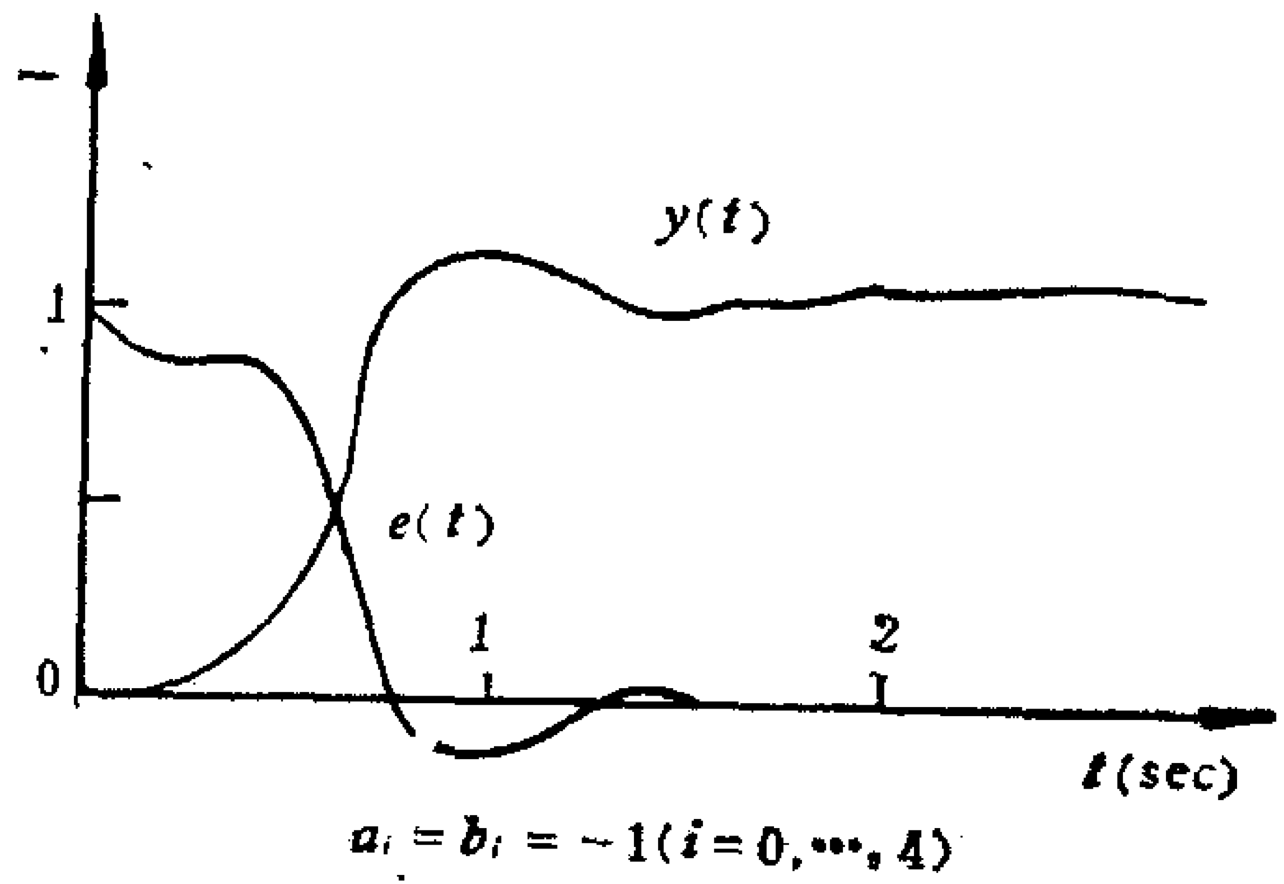

图 2

三、举例与讨论

用下列二阶系统作为对象进行仿真：

$$D(p) = (p+2)^2, \quad M(p) = 3p + 2.$$

选择 $F(p) = s + 24$，$M_2(p) = s + 24$，$D_m(p) = p + 10$，$K_0 = 10$。在单位阶跃输入 $u_m(t) = 1(t)$ 下的响应见图 2。

考察上一节的讨论，其 $d_i, m_j (i = 0, 1, \cdots, n-1; j = 0, 1, \cdots, m)$ 均为未知。当对这些参数有些了解时，控制器的结构还可适当简化。

不妨将对象(1)式中每个算子多项式分划为已知和未知两部分，即

$$M(p) = M^*(p) + M^{**}(p), \quad D(p) = D^*(p) + D^{**}(p) + p^n.$$

其中

$$\left.\begin{aligned} M^{**}(p) &= \sum_{i=0}^{r} \bar{m}_i^{**} p^{m_i^{**}} \\ D^{**}(p) &= \sum_{i=0}^{q} d_i^{**} p^{n_i^{**}} \end{aligned}\right\} \text{未知。}$$

$r + 1$ 为分子多项式中未知的参数个数，$q + 1$ 为分母多项式中未知参数个数。可容易得到

$$D_m(p)w(t) = K_1 v + \sum_{i=0}^{q+r+2} \alpha_i x_i - M^*(p)F^{-1}(p)u + \phi(t), \tag{11}$$

$$\phi(t) = \left(D^*(p) + \sum_{i=0}^{n-2}(f_i f_{n-2} - f_{i-1})p^i - (f_{n-2} + d_{m0})F(p)\right)y_f(t),$$

式中 x_i 和 α_i 分别定义为

$$x_i(t)=\begin{cases}p^{n_i^*}y_f, & i=0,\cdots,q\\ p^{m_{i-q-1}^*}u_f, & i=q+1,\cdots,q+r+1\\ u_m, & i=q+r+2\end{cases}$$

$$\alpha_i=\begin{cases}d_i^{**}, & i=0,\cdots,q\\ \bar{m}_{i-q-1}^{**}, & i=q+1,\cdots,q+r+1\\ K_0, & i=q+r+1.\end{cases} \tag{12}$$

取 $\bar{M}(p)$ 使得 $\hat{M}(p)=\bar{M}(p)-M^*(p)$ 为稳定多项式，且 $\partial(\hat{M})=m_r^{**}$. 从而，其控制规律可类似地为

$$u(t)=\sum_{i=0}^{q}k_ix_i+\sum_{i=q+1}^{q+r+1}k_i\hat{M}^{-1}(p)F(p)x_i+k_{q+r+2}(t)x_{q+r+2}, \tag{13}$$

$$v(t)=\sum_{i=0}^{q+r+2}k_ix_i-(\hat{M}(p)F^{-1}(p)u+\phi(t))\Big/K_1. \tag{14}$$

在(13),(14)式中，可调参数 $k_i(t)$ 仍如(9)式所定义，但其滤波状态 x_i 则由(12)式确定. 从上述推导中不难发现，当 $q=n-1$, $r=m$ 时，其结果与上一节完全相同，这说明当对被控对象的了解越多时，则其控制器也越简单.

参 考 文 献

[1] Monopoli, R. V., Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal, *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-19 (1974).

[2] Suzuki, T., Dohimoto, Y., Amodified Scheme for the Model Reference Adaptive Control with Augmented Error Signal, ***Int. J. Control*, 27** (1978).

[3] Monopoli, R. V., The Kalman-Yacobovich Lemma in Adaptive Control System Design, *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-18 (1973).

[4] Naradra, K. S., Valavani, L. S., Stable Adaptive Controller Design, *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-23 (1978).

[5] Feuer, A., MOrse, A. S., Adaptive Control of Singal-Input Singal-output Linear Systems, *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-23 (1978).

MRAS SYNTHESIS USING FIRST-ORDER REFERENCE MODEL

ZHANG HENG

(Qing Hua University)

ABSTRACT

By using the augmented error method, a synthesis scheme for MRAS is offered with first-order reference model. Numbers of the adjustable parameters are reduced to $n+m+2$, and the augmented filter is still of the first-order form. Moreover, it is showed that number of the adjustable parameters is $q+r+3$ ($q\leqslant n-1$, $r\leqslant m$) if $q+r+2$ parameters in the plant are unknown.