

具有“抗干性”的极点配置自校正控制器¹⁾

曹曙光 张国强
(陕西机械学院)

胡 江
(北京自动化研究所)

摘 要

本文利用“内模原理”，针对有确定性干扰作用的单变量线性系统，提出一种具有“抗干性”的极点配置自校正控制新算法。算法使整个闭环系统在确定性干扰作用下，仍然具有较好的伺服作用。文章分析了算法的收敛性；对于干扰振型已知和未知两种情况给出了收敛性证明；最后给出了算法的仿真实例。

近年来自适应控制系统在理论和实际应用方面都受到越来越广泛的关注，特别是自校正调节器，由于算法简单，易于微型机实现，并在工业过程的控制中已有若干成功应用的实例，因而得到了迅速的发展。

针对自校正调节器的各种缺点，一些文献提出了各种不同的自校正控制器^[1-3]，从不同的方面，使得以最小方差控制器为基础的自校正调节器逐步适用于更多的场合。针对确定性系统，Åström^[1]提出了一种极点配置自校正控制器，较好地解决了使闭环系统输出跟随参考输入的伺服问题和闭环极点配置问题。但是由于所考虑的系统是不存在干扰的，因而这种极点配置自校正控制器抗干扰能力较差。

本文在Åström提出的极点配置自校正控制器基础上，利用“内模原理”针对作用有确定性不可量测干扰的确定性系统，提出一种具有“抗干性”的极点配置自校正控制新算法，使得整个闭环系统在确定性干扰作用下，仍然具有较好的伺服作用，并使干扰对系统的影响尽可能小。

一、具有“抗干性”的极点配置控制器

考虑下列线性单输入单输出离散系统

$$y(t) = \frac{q^{-k}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + \bar{w}(t), \quad (1.1)$$

本文于1983年5月8日收到。

1) 本文曾在1982年全国自动化技术应用学术会议上宣读。

$$F(q^{-1})\bar{w}(t) = 0. \quad (1.2)$$

其中

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}, \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}, \\ F(q^{-1}) &= 1 + f_1 q^{-1} + \dots + b_{n_f} q^{-n_f}. \end{aligned}$$

q^{-1} 为一步延迟算子; k 为系统的纯滞后时间; $\bar{w}(t)$ 为确定性干扰, 满足式(1.2)所示的差分方程. 在整个自校正控制算法中, 假定 n_a , n_b , n_f , k 是已知的常数. $B(q^{-1})$ 的所有零点在单位圆外, 即系统是最小相系统.

取系统的参考模型为

$$y_m(t) = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} u_m(t), \quad (1.3)$$

其中

$$\begin{aligned} A_m(q^{-1}) &= 1 + a_1^m q^{-1} + \dots + a_{n_a^m}^m q^{-n_a^m}, \\ B_m(q^{-1}) &= b_0^m + b_1^m q^{-1} + \dots + b_{n_b^m}^m q^{-n_b^m}. \end{aligned}$$

B_m 和 A_m 的选择由理想的系统动态特性决定.

选择稳定多项式

$$T(q^{-1}) = 1 + t_1 q^{-1} + \dots + t_{n_t} q^{-n_t}, \quad (1.4)$$

$T(q^{-1})$ 的零点由所要求的闭环系统性能决定.

$u(t)$ 为如下形式的反馈控制:

$$u(t) = -\frac{G(q^{-1})}{P_u(q^{-1})} y(t) + \frac{T(q^{-1})}{P_u(q^{-1})} y_m(t), \quad (1.5)$$

则 G , P_u 的选择应使整个闭环系统满足:

- 1) 闭环系统稳定, 闭环特性多项式应为指定的 $T(q^{-1})$;
- 2) 对于所有满足差分方程(1.2)的扰动和参考模型输出均有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_m(t - k)) = 0. \quad (1.6)$$

满足上述1), 2)性质的控制器称之为具有“抗干性”的极点配置控制器. 由“内模原理”^[4]可知, 要使整个闭环系统具有抗干性, 其充要条件是控制器中包含扰动的振型, 即在(1.5)式所示控制器中, P_u 应取为

$$P_u = PF, \quad (1.7)$$

(这里为了书写方便略去 q^{-1} ,下同), 其中 F 为(1.2)式所示的扰动振型. 从而有

定理1. 考虑由(1.1), (1.2)式所给的系统, 如果采用(1.5)式所示的控制器, 且 G , P_u 为

$$P_u = BFD = PF, \quad (1.8)$$

而 D (D 是首1的), G 满足多项式方程

$$ADF + q^{-k}G = T, \quad (1.9)$$

其中 $\partial D = K - 1$, $\partial G = \max(n_a + n_f - 1, n_T - k)$; $\partial P_u = n_b + n_f + k - 1$, 则整个闭环系统满足上述性质1), 2). 即(1.5)式所给的控制器成为具有“抗干性”的极点配置控制器.

证. 将(1.5)式代入(1.1)式, 注意(1.8)和(1.9)式可得

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \frac{q^{-k}T}{A \text{FD} + q^{-k}G} y_m(t) + \frac{\text{FDA}}{A \text{FD} + q^{-k}G} \bar{w}(t) \\
 &= y_m(t-k) + \frac{\text{FDA}}{T} \bar{w}(t). \tag{1.10}
 \end{aligned}$$

在下面的讨论中令 $w(t) = A \bar{w}(t)$ 。由 (1.2) 式可知 (1.10) 式右边第 2 项为 0，因而有

$$T(y(t) - y_m(t-k)) = 0.$$

当 T 为 1 时有

$$y(t) = y_m(t-k); \tag{1.11}$$

当 T 为指定的闭环多项式时， $y(t)$ 按照指定的过渡过程响应趋向于 0，因而性质 1) 和 2) 成立，这就证明了定理。

从定理可以看出，整个闭环系统在稳态和瞬态都有很好的抗干扰能力。

二、 F 已知的具有“抗干性”的极点配置自校正控制器

本节在假定干扰振型 $F(q^{-1})$ 已知的前题下，推出具有“抗干性”的极点配置自校正控制器算法。

定义. $y_r(t+k) = T y(t+k), \tag{2.1}$

利用 (1.9) 和 (1.8) 式，注意 (1.2) 式，则 (2.1) 式可改写为

$$\begin{aligned}
 y_r(t+k) &= (A \text{FD} + q^{-k}G) \frac{B}{A} u(t) + \frac{T}{A} w(t+k) \\
 &= G y(t) + P F u(t), \tag{2.2}
 \end{aligned}$$

其中 $P = BD$ 。采用如下表示法：

$$\theta = [g_0, \dots, g_{n_g}, p_1, \dots, p_{n_p}]^T,$$

$$\varphi^T(t) = [y(t), \dots, y(t-n_g), F u(t-1), \dots, F u(t-n_p)],$$

则 (2.2) 式可改写为

$$y_r(t+k) = \varphi^T(t) \theta + b_0 F u(t). \tag{2.3}$$

从定理 1 可知，如果 $u(t)$ 选择得使

$$y_r(t+k) = T y_m(t), \tag{2.4}$$

即

$$u(t) = - \frac{\varphi^T(t) \theta - T y_m(t)}{b_0 F}, \tag{2.5}$$

则整个闭环系统具有上节所述的性质 1) 和 2)。

在自校正控制中， θ 是未知的，因此用 θ 的最小二乘估计 $\hat{\theta}$ 代替 (2.5) 式中的 θ ，可得出自校正控制算法如下：

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{P(t-1) \varphi(t-k)}{1 + \varphi^T(t-k) P(t-1) \varphi(t-k)} \varepsilon(t), \tag{2.6}$$

$$\varepsilon(t) = T y(t) - \varphi^T(t-k) \hat{\theta}(t-1) - b_0 F u(t-k), \tag{2.7}$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t)\varphi(t-k)\varphi^T(t-k)P(t-1)}{1 + \varphi^T(t-k)P(t-1)\varphi(t-k)}. \quad (2.8)$$

$P(-1) = K$, K 为任一对称正定阵.

自校正控制为

$$u(t) = -\frac{\varphi^T(t)\hat{\theta}(t) - Ty_m(t)}{b_0 F}. \quad (2.9)$$

在整个算法中, b_0 是预先按经验确定, 不参加估计. 对于上述算法, 有

定理2. 对于由式 (1.1) 和 (1.2) 所示的系统, 假定:

1) k, n_a, n_b, n_l 上界已知, 且 B 是稳定的;

2) 模型输出 $y_m(t)$ 有界, 即 $|y_m(t)| \leq m_1$,

则利用自校正控制算法 (2.6) — (2.9) 式可有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = T[y(t) - y_m(t-k)] = 0, \quad (2.10)$$

且输入输出序列 $\{Fu(t)\}$ 和 $\{y(t)\}$ 是有界的.

证. 由于系统 (1.1) 中 B 是稳定的, $u(t)$ 包含了扰动振型 F , 可表示为

$$u(t) = \frac{1}{F} u'(t).$$

因此 (1.1) 式可写为

$$FAy(t) = q^{-k}Bu'(t) + Fw(t) = q^{-k}Bu'(t). \quad (2.11)$$

因而 (2.11) 式的逆系统仍然是稳定的, 所以有

$$|u'(t)| = |Fu(t)| \leq m_3 + m_4 m_2, \quad (2.12)$$

其中 m_3, m_4, m_2 为不依赖于 t 的常数. 这样整个算法与作者的另一文¹⁾所提算法相比, 只是 $\varphi(t)$ 中的 $u(t)$ 部分经过了扰动振型的滤波, 整个算法的结构形式一致. 由算法收敛性和稳定性证明过程¹⁾可知, 它仅依赖于算法的结构形式, 与信息向量中的信号形式无关, 因此由 (2.12) 式及其推导过程¹⁾, 即可证明定理 2.

从定理 2 可知, 由于扰动振型是精确已知的, 则采用式 (2.9) 所示的控制, 在控制器中包含了扰动振型 F , 所以由定理 1 可知扰动将不影响整个自校正过程, 即闭环系统不仅在稳态, 而且在瞬态都有很好的抗干扰能力.

还应指出, 定理 2 的成立对扰动振型并没有要求, 如果 F 的零点在单位圆上或圆外, 即 F 稳定, 从 $\{Fu(t)\}$ 有界可知 $\{u(t)\}$ 有界, 因而整个闭环系统是稳定的. 如果 F 是不稳定多项式, 控制器将引入不稳定极点 (但与 B 不同, 它没有不稳定相消的问题), 仍能保证输出 $\{y(t)\}$ 有界, 定理 2 仍然成立, 即控制器仍然是具有“抗干性”的极点配置自校正控制器.

三、干扰振型未知的情况

在干扰振型未知的情况下, 需要在自校正控制过程中对 F 的参数进行估计, 并用 F 的估值代替真值而得出整个自校正控制算法. 就是说, 改式 (1.9) 为

1) 曹曙光、张国强、胡江, 具有“抗干性”的极点配置自校正控制器, 1982年全国自动化技术应用年会论文.

$$T = A \hat{F} D + q^{-k} G. \quad (3.1)$$

并记 $\varphi_s^T(t) = [y(t), \dots, y(t-n_g), \hat{F}u(t-1), \dots, \hat{F}u(t-n_p)]$,

$$\theta_s = [g_0, \dots, g_{n_g}, p_1, \dots, p_{n_p}]^T.$$

则可得算法如下:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + a(t) P(t-1) \varphi(t-k) \varepsilon(t), \quad (3.2)$$

$$a(t) = [1 + \varphi_s^T(t-k) P_{11}(t-1) \varphi_s(t-k) + \varphi_s^T(t-k) P_{12}(t-1) \varphi_s(t)]^{-1}, \quad (3.3)$$

$$\varepsilon(t) = Ty(t) - \varphi_s^T(t-k) \hat{\theta}_s(t-1) - b_0 \hat{F}u(t-k), \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_f(t) = \varepsilon(t) / \hat{F},$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1) \varphi(t-k) \varphi^T(t-k) P(t-1)}{1 + \varphi^T(t-k) P(t-1) \varphi(t-k)}, \quad (3.5)$$

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_{11}(t) & P_{12}(t) \\ P_{21}(t) & P_{22}(t) \end{bmatrix},$$

$P(0) = K_1 I_n$, K_1 为一正常数, I_n 为 n 阶单位阵, n 为 $\hat{\theta}$ 向量的长度.

$$u(t) = - \frac{(\varphi_s^T(t) \hat{\theta}_s(t) - Ty_u(t))}{b_0 \hat{F}(t)}. \quad (3.6)$$

在上述算法中, $\varphi(t-k)$ 中的量仅是 φ_s 延迟 k 步, φ_f 并不延迟. 将 (3.6) 式代入系统方程 (1.1) 可得

$$y(t) = \frac{q^{-k} T}{(A \hat{F} \hat{D} + q^{-k} \frac{B}{\hat{B}} \hat{G}) \frac{B}{\hat{B}}} y_m(t) + \frac{D \hat{F}}{A \hat{F} \hat{D} + q^{-k} \frac{B}{\hat{B}} \hat{G}} w(t). \quad (3.7)$$

如果参数估计收敛, 即 $\hat{\theta}(t) \rightarrow \theta$, 则上式收敛于 $y(t) = y_m(t-k)$. 因此自校正控制算法 (3.2) — (3.6) 式将收敛于具有“抗干性”的极点配置控制器. 但是在闭环控制中, 参数估计的收敛条件往往不能满足, 因而需要考虑跟随误差, 要求下式成立:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} T(y(t) - y_m(t-k)) = 0. \quad (3.8)$$

对于自校正控制算法 (3.2) — (3.6) 式有:

定理3. 对于由 (1.1) — (1.2) 式给出的系统, 采用自校正控制算法 (3.2) — (3.6) 式, 假定:

1) k, n_g, n_b, n_f 上界已知, 且 B 是稳定的;

2) 模型输出 $y_m(t)$ 有界, 即有

$$|y_m(t)| \leq m_1; \quad (3.9)$$

3) $H = \frac{1+K_3}{2} z^{-1}$ 为一严格正实传递函数, 即存在常数 $K_3 > 0, K_4 > 0$, 使得

$$\sum_{t=1}^n f(t)g(t) + K_4 > 0, \quad \forall n. \quad (3.10)$$

其中

$$g(t) = \left(H - \frac{1 + K_3}{2} \right) f(t),$$

$$H = \frac{\hat{F}}{\bar{F}}.$$

则利用自校正控制算法 (3.2) — (3.6) 式, 对于所有满足 (1.2) 式的扰动, 都有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} Ty(t) - Ty_m(t-k) = 0, \quad (3.11)$$

且输入输出序列 $\{\hat{F}u(t)\}$ 和 $\{y(t)\}$ 是有界的.

证明略.

四、仿真实例

仿真系统为

$$y(t) = \frac{0.4}{1 - q^{-1} + 0.25q^{-2}} u(t) + \bar{w}(t). \quad (4.1)$$

系统选为二阶稳定的最小相位系统, 这主要是为了检验算法的“抗干性”. 因为 (4.1) 式右边前一项的分母为一充分稳定的多项式, 所以该项将很快衰减, $y(t)$ 主要由确定性扰动 $\bar{w}(t)$ 所决定, 这就突出了扰动的作用. 实际仿真可以看出, 输出主要由扰动所决定. 本文所选的模型为

$$y(t) = \frac{B}{A} u(t) + \bar{w}(t).$$

这与一般算法下的模型

$$\Lambda y(t) = Bu(t-k) + \bar{w}(t)$$

或

$$y(t) = \frac{B}{A} u(t-k) + \frac{\bar{w}(t)}{A}$$

不同. 一般算法下的这种模型, 扰动对系统的影响要依赖于系统的振型, 如果 A 充分稳定, 扰动对系统的作用就不突出. 因此, 本文中所选的模型 (4.1) 式, 扰动与系统的振型独立, 从而使“抗干性”的结论适用于其它系统. 在实际应用中, 扰动通道和控制通道往往不一样. 因而式 (4.1) 形式的系统模型更符合实际情况.

参考模型选为

$$(1 - 1.2q^{-1} + 0.37q^{-2}) y_m(t) = 0.17u_m(t), \quad (4.2)$$

理想的闭环特征多项式选为

$$\Gamma(q^{-1}) = 1 - 0.6q^{-1} + 0.079q^{-2}. \quad (4.3)$$

考虑到实际工业应用中扰动的大部分形式往往是近似阶跃或脉冲, 或具有周期形式, 所以把扰动选为正负交替的方波, 使它具有一定的代表性. 这里扰动 $w(t)$ 满足方程

$$(1 - q^{-1} + q^{-2})\bar{w}(t) = 0. \quad (4.4)$$

扰动初值为 $w(-1) = 1$, $w(0) = 1$. 则 (4.4) 式产生一个正负交替的方波序列. 同时, 注意到 (4.4) 式中的 F 是稳定的, 但 $1/F$ 并不是严格正实的. 其它参数和初值为

$$\begin{aligned} u_m(t) &= 2, & b_0 &= 1, \\ \hat{\theta}(0) &= 0, & P(0) &= 10000I. \end{aligned}$$

三种算法的时间响应示于图 1. 其中①表示极点配置自校正控制算法; ②表示干扰振型已知的“抗干性”极点配置自校正算法; ③表示干扰振型未知的“抗干性”极点配置自校正算法.

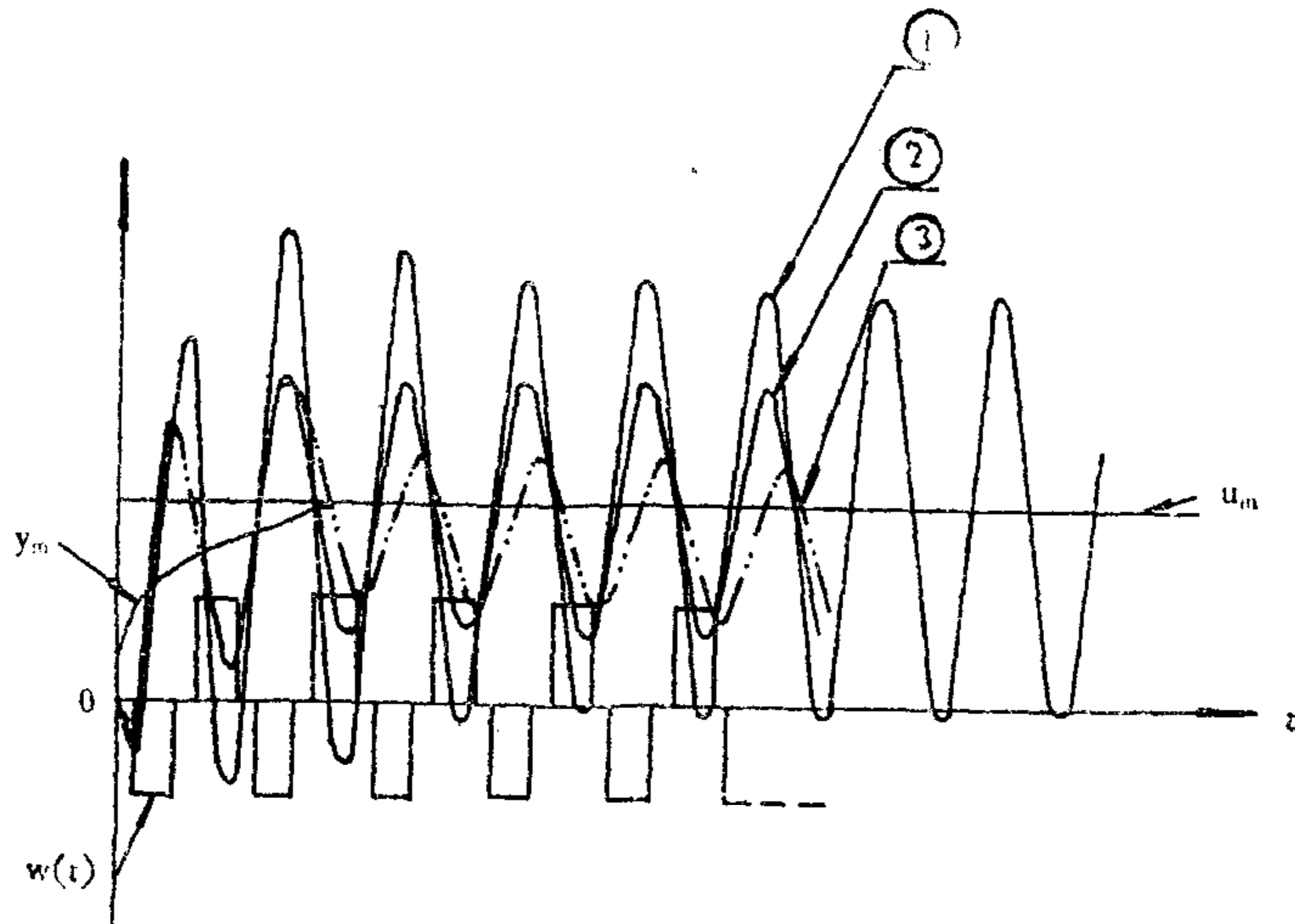


图 1 三种算法的“抗干性”比较

从仿真结果可以看出, 一般的极点配置自校正控制器, 其“抗干性”是差的. 同时, 在强干扰作用下, 由于其参数估计存在较大误差, 所以控制器参数往往收敛于错误的值, 使得整个闭环系统不稳, 输出发散. 对于本例来说, 一般算法只有当 b_0 选择在一个很小的范围内, 闭环系统才能稳定. 对于算法②和③, 从仿真实例可以看出, 都具有较好的抗干性. 算法③比②更好一些, 这主要是由于算法②中控制器参数初值为 0, 控制器中 $u(t)$ 包含了扰动振型 F . F 为已知时不参与估计, 这使初始控制量很大, 则误差较大. 算法③中, 由于控制器参数初值和扰动振型 F 的估计 \hat{F} 初值都取为 0, 因而开始几步 $u(t)$ 很小, 使得控制性能较好.

结 论

一般的极点配置自校正控制器, 主要考虑了随机干扰, 当系统作用有确定性干扰时, 其“抗干性”不好. 特别是作用有不可量测的确定性干扰时, 由于其不能引入前馈控制, 而使参数估计造成较大的误差. 仿真结果也是其参数估计值变化剧烈, 总不能收敛于某一值, 往往在某些估计值上, 使闭环系统不稳. 本文提出的具有“抗干性”的极点配置自校正控制器, 由于考虑了不可量测的确定性干扰, 仿真结果证明它的参数能够收敛于某一确定值, 使整个闭环系统具有较好的“抗干性”.

参 考 文 献

- (1) Åström and Wittenmark, Self-tuning Controllers Based on Pole-zero Placement, Proc IEE **127** (1980) Part D, 120—130.
- (2) Clark and Gawtherp, Self-tuning Controller, Proc IEE (1975) **122** (9), 929—934.
- (3) Wellstead et al., Self-tuning Pole/zero Assignment Regulators, Int J. Control, **30** (1979), 1—26.
- (4) 王恩平, 单变量系统内模原理的频域方法, 自动化学报, 1980, 第4期.

**A NOISE-RESISTANT POLE-ASSIGNMENT
SELF-TUNING CONTROLLER**

Cao Shuguang Zhang Guoqiang

(Shanxi Institute of Mechanical Engineering)

Hu Jiang

(Beijing Institute of Automation)

Abstract

Based on the principle of internal model, a new noise-resistant pole-assignment self-tuning algorithm for linear system with deterministic disturbance is proposed in this paper. A better closed-loop tracking performance has been obtained even if the system is perturbed by deterministic disturbance. The convergence of the algorithm is proved for both known and unknown noise modes respectively. Simulation examples are also given.