第12卷 第1期　　自 动 化 学 报　　Vol. 12, No. 1
1986 年 1 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Jan., 1986

广 义 结 构 运 算

万嘉若　吴敏金　龚时康
(华 东 师 范 大 学)

摘　　要

本文把 Minkowski 结构运算拓广到了离散多值图象，并引入了广义结构运算．文中分析了广义结构运算的意义、性质及相互关系，并说明了在图象处理和模式识别中的应用．

一、引　　言

Minkowski 结构运算属于积分几何．在 Serra，Matheron 等人的工作中首先得以发展并在图形分析中得到应用[1-3]．Minkowski 结构运算是基于二值图象上的结构变换，文[4]已阐述了这一运算的几何意义和代数性质．对于二值图象，Minkowski 结构差、结构和分别定义为

$$A \ominus B \triangleq \{z \mid B_z \subset A\};\tag{1}$$

$$A \oplus B \triangleq \{z \mid B_z \cap A \neq \phi\}.\tag{2}$$

其中 A 为一平面点集；结构元素 B 为一个具有简单几何形状的点集，若结构元素 B 从原点移至向量 $\boldsymbol{z}$，则记为 B_z．

二、多值结构运算

由式（1—2），二值结构和、差等效于各邻点之间的“或”、“与”．在模糊集合论中，“或”、“与”分别和 Max，Min 等效．用 Max，Min 来代替“或”、“与”正是二值结构运算向多值结构运算的正确拓广．

设有多值图象 $f(\boldsymbol{z})$，结构元素函数 b，多值结构和、结构差定义为

$$f \oplus b \triangleq \mathrm{Max}\{f * bz\} \qquad z \in A,\tag{3}$$

$$f \ominus b \triangleq \mathrm{Min}\{f * bz\}, \qquad z \in A.\tag{4}$$

其中 A 是多值图象 $f(z)$ 的定义域，B 是结构函数 b 的定义域．多值结构运算和二值结构运算不同点之一，在于二值结构运算是定义在定义域上的运算，而多值结构运算是定义在函数值域上的运算，因而以 f 代替 A，以 b 代替 B．多值结构和、结构差的意义由图 1 表示．从图 1 可见，多值结构运算的混合运算能用于图象的丛聚度检测（degree of clustering）．

本文于 1984 年 5 月 25 日收到．

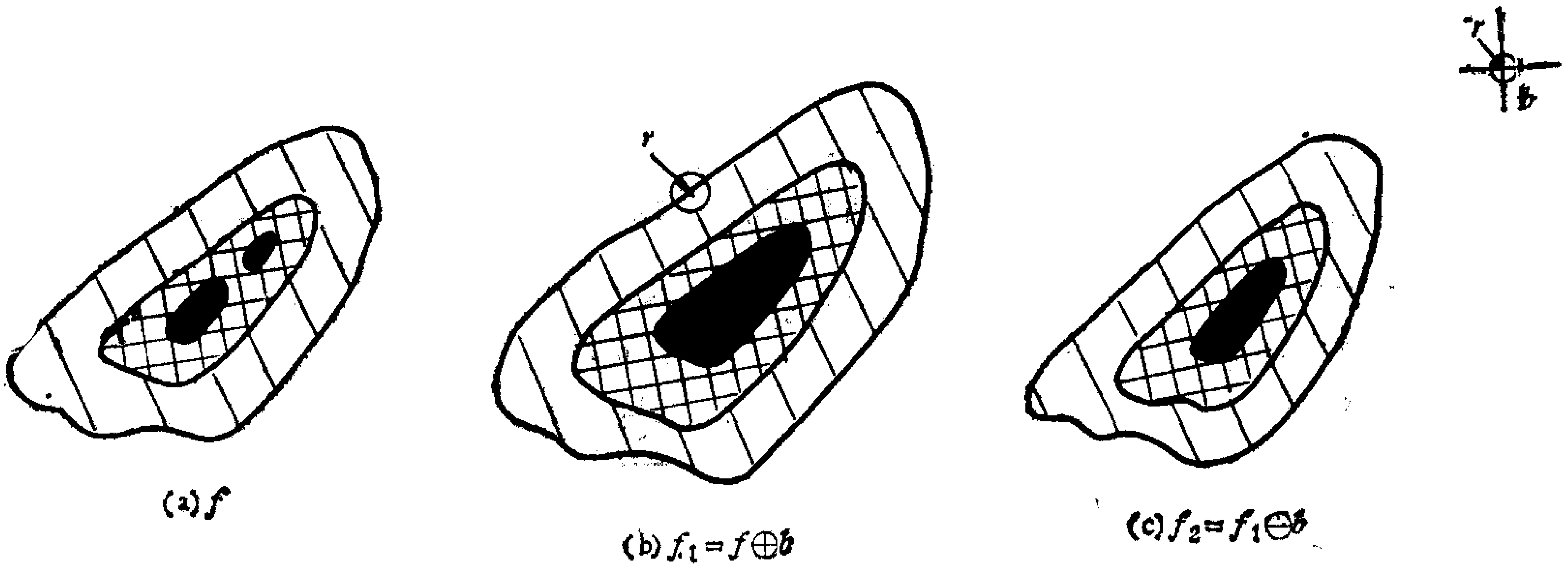

图 1　多值结构运算示意图

三、广义结构运算

在结构元素区域 B_z 内的 n 个图象点 f_z^i，按其值大小顺序排列，得顺序量

$$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$$

其中 $X_1 \leqslant X_2 \leqslant \cdots \leqslant X_n$. 从多值结构运算出发，可拓广为一个普遍的表达式

$$\mathrm{GSO}[f(z)] \triangleq \sum_{i=1}^{n} a_i[X_i]. \tag{5}$$

GSO 为广义结构运算算符；a_i 为算子，可以相同，也可以不同.

由 (5) 式可知，结构差、结构和、中值滤波都是广义结构运算当 a_i 为乘法运算时之特例：

$f\ominus b$　　$a_1 = 1$，其余 $a_i = 0$；

$f\oplus b$　　$a_n = 1$，其余 $a_i = 0$；

$\mathrm{Median}(f(z))$　　$a_{\frac{n+1}{2}} = 1$，其余 $a_i = 0$.

一般地可推出“顺序滤波器”，它定义为

$$R^i[f(z)] \triangleq \sum_j a_j[X_j] = X_i, \quad a_j = \begin{cases} 1, & j = i, \\ 0, & j \neq i. \end{cases} \tag{6}$$

除此以外，还有一些利用顺序量的算法：

$(R^n - R^1)[f(z)]$，　　极差滤波 (Range)，

$\frac{1}{2}(R^n + R^1)[f(z)]$，　　中程滤波 (Midrange).

应当指出，X_i 之前可加上各种算子 a_i. 例如，若 a_i 为指数变换时，则极差滤波变成 $e^{X_n} - e^{X_1}$. 在 X_n 适当大于零后，$e^{X_n} - e^{X_1}$ 比 $X_n - X_1$ 大得多，这对图象的边缘检测有利.

四、由广义结构运算构成的线性位域滤波器

设位域滤波器的窗口形状如图 2 所示．A_0 为要滤波之点，A_1—A_8 为 A_0 之邻点．为此，设结构元素函数 b^0—b^8 如图 3，每个结构元素函数只包括一个象元大小．因而有

A_1	A_2	A_3
A_8	A_0	A_4
A_7	A_6	A_5

图　2

$$\sum_{j=0}^{8} \mathrm{GSO}[f(z)] = \sum_{j=0}^{8} \sum_{i=1} a_{ij}[X_{ij}]$$
$$= \sum_{j=0}^{8} a_{1j}[X_{1j}]$$
$$= \sum_{j=0}^{8} a_j[f(A_j)], \tag{7}$$
$$\begin{cases} X_{1j} = f(A_j), \\ a_{1j} = a_j. \end{cases}$$

这里向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 可以任意给定，如果设 $\boldsymbol{\alpha} = (a_0, a_1, \cdots, a_8) = (4, 0, -1, 0, -1, 0, -1, 0, -1)$，则$\sum$ GSO 即为拉普拉斯算子

$$\sum \mathrm{GSO} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

显然可知，对于一大类算法，无论是线性的或非线性的，局部的或非局部的，皆可包含于广义结构运算之内．

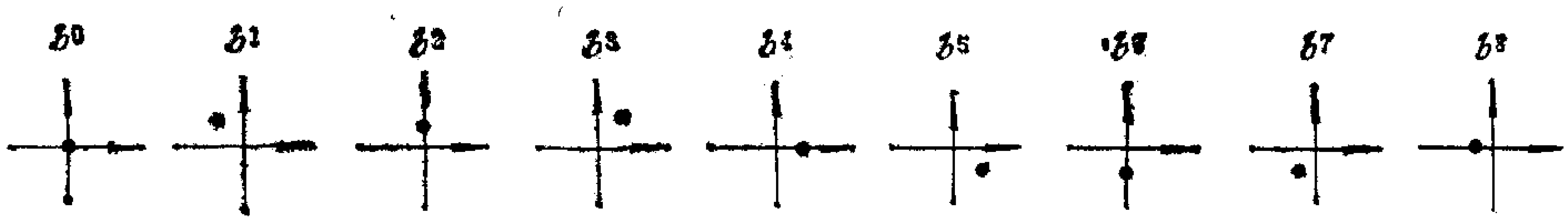

图 3　线性位域滤波器的结构元素函数

五、极差滤波器

极差滤波器是广义结构运算的一个特例．容易知道，极差滤波器适宜于图象的边缘检测．实际上，大量的边界检测算法，都能直接从广义结构运算推出．

这里举一个如何改进 Hale's 算法的实例．

Hale's 算法既能检测边界是否存在，又能检测边界的方向．但它在计算每一个图象点时，都要计算八次极差，作九次判别，计算量较大．这里由广义结构运算引入一种改进算法，效果与 Hale's 算法相似，但计算要简洁得多，只作一次判别，计算一次极差．整个算法如下：

(1) 设结构元素如图3，呈 3×3 方形，计算极差

$$r_z = \mathrm{Max}\{f_z^i\} - \mathrm{Min}\{f_z^i\}.$$

f_z^i 是在 B_z 中的图象点，这里共有九点.

(2) 在每个象元 z，计算布尔变量 $R(z)$，定义为

$$R(z)=\begin{cases}1, & r_z \geqslant T,\\ 0, & r_z < T,\end{cases}\qquad T\text{为某阈值.}$$

(3) 判别，若 $R(z)=1$，则在点 z 边界存在，且边界的径向为沿 X_n，X_1 的连线方向，共有八个方向.

参　考　文　献

[1] Serra, J., Stereology and Structure Elements, Journal of Microscopy, 95/1, 1972.

[2] Matheron, G., Random Sets Theory and Application to stereology, Journal of Microscopy, 95/1, 1972.

[3] Serra, J. The Boolean Model and Random Sets, Computer Graphics and Image Processing, 12/2, 1980.

[4] 万嘉若、吴敏金，Minkowski 结构运算与顺序滤波，自动化学报，第十卷(1984)，第 1 期.

GENERAL STRUCTURAL OPERATION

WAN JIARUO WU MINJIN GONG SHIKANG

(East China Normal University)

ABSTRACT

Based on Minkowski's structural operation, the gray-scaled structure operation is derived, and the general structure operation is introduced in this paper. The meaning, some properties and mutual relationships of general structure operation are analysed. Some applications in picture processing and pattern recognition are also discussed.