第 12 卷 第 2 期 自动化学报 Vol. 12, No. 2
1986 年 4 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Apr., 1986

组合自校正器

李清泉
（清华大学）

摘要

基于随机预报理论和极点配置方法，本文提出了一种新的自校正器的设计方案. 它不仅保存了现有极点配置自校正控制器的优点，且克服了伺服跟踪性能和随机调节性能不能均优的缺点. 理论分析和实验结果证实了上述结论的正确性.

一、引言

近年来，在自校正器的设计方法中，极点配置方法愈来愈受到重视. 这是因为与其它设计方法相比，这种方法具有下列重要优点：1) 工程意义直观明显；2) 鲁棒性能良好；3)不需要受控过程延迟时间的先验知识，且能用于时变延迟时间过程.

现有极点配置自校正控制器的一个严重缺点，是伺服跟踪和随机调节性能不能均优. 文献[1, 2]提出的方案比较复杂，计算量大，实用价值小. 文献[3]仅处理了伺服跟踪问题. 正如有的文献所分析的[1),2)]，这些方法都不成熟，尚待进一步改进. 文献[4,5]提出了一种增广自校正算法 (EST)，在功能上有所扩大，但仍未解决上述均优问题.

本文提出的组合自校正器 (CST)，可按照伺服跟踪和随机调节性能要求，分别设计控制器参数，而不相互影响，从而使这两种性能都达到最好结果，并能保存现有极点配置自校正控制器的优点.

二、基本控制策略

观察由随机差分方程

$$Ay(t) = z^{-k}B'u(t) + Ce(t) \tag{1a}$$

描述的单输入-单输出受控过程，式中

$$\begin{cases} A = 1 + a_1z^{-1} + \cdots + a_{n_a}z^{-n_a}, \\ B' = b'_0 + b'_1z^{-1} + \cdots + b'_{n_{b'}}z^{-n_{b'}}, \\ C = 1 + c_1z^{-1} + \cdots + c_{n_c}z^{-n_c}, \\ b'_0 \neq 0,\ k \geqslant 1,\ t = 0, 1, 2, \cdots. \end{cases} \tag{1b}$$

本文于 1984 年 3 月 6 日收到.

1) 李清泉，自校正控制理论与方法，清华大学自动化系，1981 年 1 月.

2) 李清泉，自校正控制，清华大学科学报告会报告，1981.

z^{-1} 为后向平移算子；k 为过程延迟时间；$y(t)$ 和 $u(t)$ 分别为过程输出和控制输入；$e(t)$ 是均值为零方差为 σ^2 的不相关随机序列．通常有 $n_a \geqslant n_c$.

引入记号

$$B = z^{-k_{\max}}B'. \tag{2a}$$

式中

$$B = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_{n_b} z^{-n_b}. \tag{2b}$$

$k_{\max}$ 为 k 的可能最大值．当 $k < k_m$ 时，总可将式(2b)中的有关项系数设置为零，而使 B 与 $z^{-k}B'$ 等价．因此，在分析中，取

$$B = z^{-k}B', \tag{2c}$$

不会影响所得结果的一般性．

与 EST 不同，在 CST 的控制策略中，除了串联补偿器 G/F 和前置补偿器 G_p/F_p 外，还引入了前馈补偿器 G_f/F_f，如图 1(a) 所示．图 1(b) 是图 1(a) 的等价框图．两图的各控制多项式之间的关系满足

$$\begin{cases} W = F_p F_f, \\ H = G G_p F_f + F F_p G_f. \end{cases} \tag{3}$$

由图 1 可知，本方案的控制策略为

$$u(t) = \frac{H}{FW} y_r(t) - \frac{G}{F} y(t). \tag{4}$$

闭环系统方程为

$$y(t) = \frac{BH}{(AF + BG)W} y_r(t) + \frac{CF}{AF + BG} e(t). \tag{5}$$

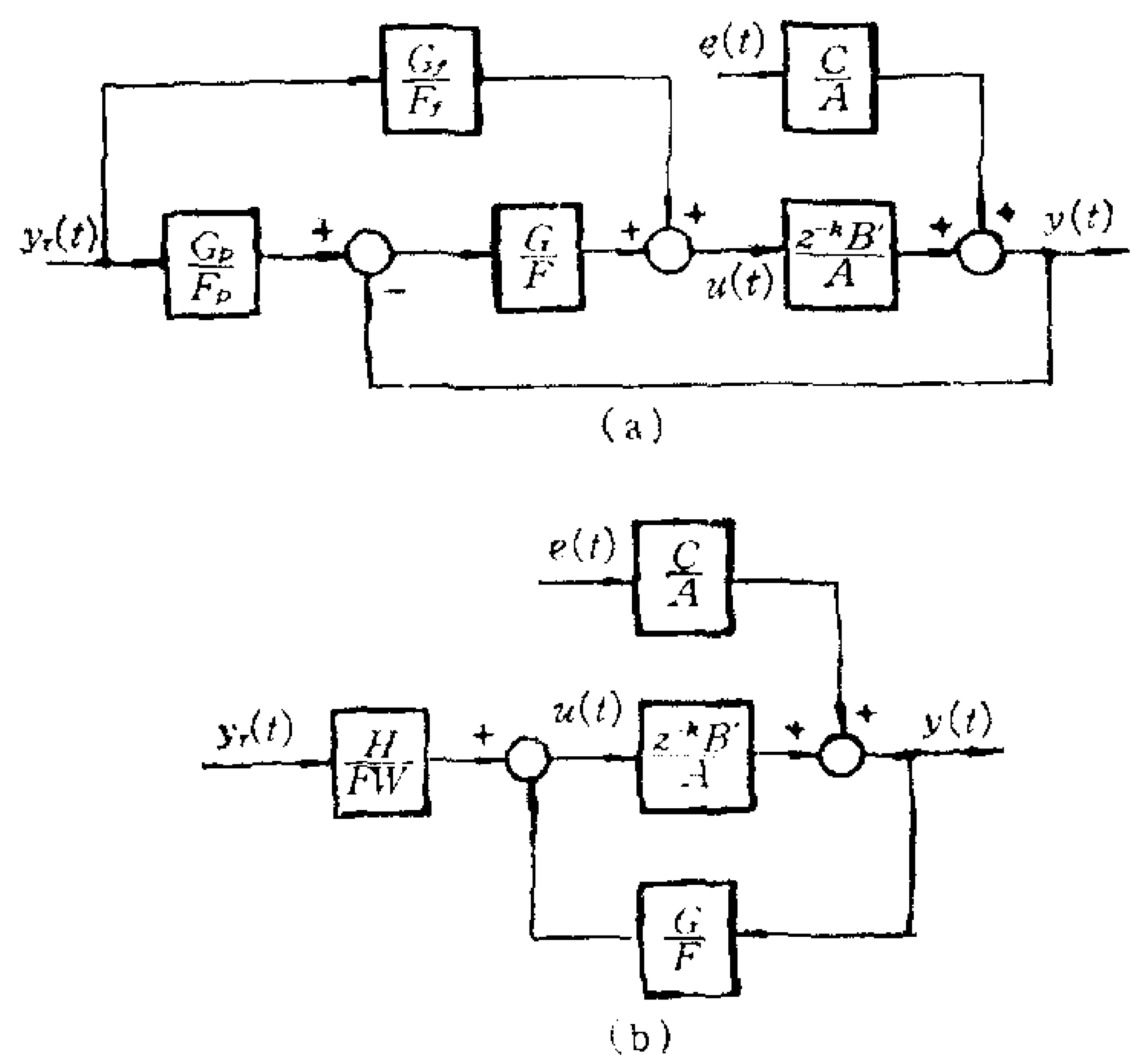


图 1　组合控制方案

式中 $y_r(t)$ 为伺服输入．由式(5)可知，与随机调节性能有关的控制多项式是 F 和 G，与伺服跟踪性能有关的控制多项式除 F 和 G 外，尚有 H 和 W．因此，若先按随机调节性能要求选择 F 和 G，再据伺服跟踪性能要求选择 H 和 W，就能使两种性能同时均优．

随机调节的目的是使闭环输出噪声分量尽可能小，即式(5)右边第二项的方差尽可能小．因此，CST 在保证闭环系统稳定的前提下，将基于随机预报理论选择 F 和 G，但为了处理方便，在形式上采用极点多项式 T_e 和零点多项式 Z_e 来规定随机调节性能．伺服跟踪的理想性能是要求伺服传递函数等于 1，即要求式 (5) 右边第一项的传递函数 $BH/[(AF + BG)W]$ 等于 1，此时伺服系统的定态和动态误差均为零，系统对伺服输入实现了所谓的完全不变性．当然，实际很难达到这个要求，但至少应保证伺服传递函数的定态增益等于 1．综上所述，根据极点配置方法，希望的闭环系统方程可表示为

$$y(t) = \frac{T_M(1) Z_M}{Z_M(1) T_M} y_r(t) + \frac{Z_e}{T_e} e(t). \tag{6a}$$

式中标量常数 $T_M(1)$ 和 $Z_M(1)$ 为

$$\begin{cases} T_M(1) = [T_M]_{z^{-1}=1}, \\ Z_M(1) = [Z_M]_{z^{-1}=1}. \end{cases} \tag{6b}$$

由此可见,有关多项式之间应满足下列关系:

$$\frac{CF}{AF+BG}=\frac{Z_e}{T_e}, \tag{7}$$

$$\frac{BH}{(AF+BG)W}=\frac{T_M(1)Z_M}{Z_M(1)T_M}. \tag{8}$$

现在的问题是:第一,如何选择希望的多项式 T_M, Z_M, T_e 和 Z_e;第二,如何从已知多项式得到满足要求的控制多项式 F, G, H 和 W.

这里有三种情况:

1) 受控系统是最小相位系统,这时, B' 为稳定多项式. 根据最小方差理论[1),为使输出噪声分量的方差最小,应使

$$AF'+z^{-k}G=C, \tag{9}$$

$$F=B'F'. \tag{10}$$

式中 F' 为首一多项式, 各多项式的阶次为: $\deg F=n_{b'}+k-1$, $\deg F'=k-1$, $\deg G=n_a-1$. 可见,噪声模型多项式 T_e 和 Z_e 应选为

$$\begin{cases}T_e=1,\\ Z_e=F'.\end{cases} \tag{11}$$

这时有

$$\frac{BH}{(AF+BG)W}=\frac{z^{-k}H}{CW}=\frac{T_M(1)Z_M}{Z_M(1)T_M}.$$

为了满足伺服跟踪要求,根据上述分析,一种合理的选择显然是

$$\begin{cases}W=T_M,\\ Z_M=z^{-k},\\ H=T_M(1)C.\end{cases} \tag{12}$$

这样,控制策略和闭环系统方程为

$$u(t)=\frac{T_M(1)C}{FT_M}y_r(t)-\frac{G}{F}y(t), \tag{13}$$

$$y(t)=\frac{T_M(1)z^{-k}}{T_M}y_r(t)+F'e(t). \tag{14}$$

2) 受控系统是非最小相位系统,且 B' 的零点都是不稳定的零点.

在这种情况下, B 的零点都是不稳定零点,由式(5)知,为保证闭环稳定性,在极点配置过程中, B 的零点一个也不能相消. 这时,为使输出噪声分量的方差最小,必须使

$$AF+BG=C. \tag{15a}$$

式中 F 为首一多项式,保证上式有唯一解的一个条件是

$$\begin{cases}\deg F=n_b-1,\\ \deg G=n_a-1.\end{cases} \tag{15b}$$

可见,闭环噪声模型多项式应选为

---

1) K. J. 阿斯托姆著,郭尚来译,李清泉校,随机控制理论导论,清华大学自动化系, 1980.

$$\begin{cases} T_e = 1, \\ Z_e = F. \end{cases} \tag{16}$$

这时有

$$\frac{BH}{(AF+BG)W} = \frac{BH}{CW} = \frac{T_M(1)Z_M}{Z_M(1)T_M}.$$

为满足伺服跟踪要求，应选择

$$\begin{cases} W = T_M, \\ Z_M = B, \\ H = \dfrac{T_M(1)}{B(1)} C. \end{cases} \tag{17}$$

因此，相应的控制策略和闭环系统方程为

$$u(t) = \frac{T_M(1)C}{B(1)FT_M} y_r(t) - \frac{G}{F} y(t), \tag{18}$$

$$y(t) = \frac{T_M(1)B}{B(1)T_M} y_r(t) + Fe(t). \tag{19}$$

3）受控系统为非最小相位系统，但 B' 的零点仅部分为不稳定零点.

在这种情况下，B 的零点也只有部分为不稳定零点，故可把 B 分解为

$$B = B^+B^-. \tag{20}$$

式中 B^+ 为稳定多项式，B^- 的零点都是不稳定零点. 为了保证稳定性，不能对消 B^- 的任何一个零点. 为使输出噪声分量的方差最小，应使

$$F = B^+F_1, \tag{21a}$$

$$AF_1 + B^-G = C, \tag{21b}$$

式中 F_1 为首一多项式. 保证上式有唯一解的一个条件是

$$\begin{cases} \deg F = n_b - 1, \\ \deg F_1 = \deg B^- - 1, \\ \deg G = n_a - 1. \end{cases} \tag{21c}$$

可见，希望的噪声模型多项式 T_e 和 Z_e 应选为

$$\begin{cases} T_e = 1, \\ Z_e = F_1. \end{cases} \tag{22}$$

这时有

$$\frac{BH}{(AF+BG)W} = \frac{B^-H}{CW} = \frac{T_M(1)Z_M}{Z_M(1)T_M}.$$

为满足伺服跟踪要求，应选择

$$\begin{cases} W = T_M, \\ Z_M = B^-, \\ H = \dfrac{T_M(1)}{B^-(1)} C. \end{cases} \tag{23}$$

因此，相应的控制策略和闭环系统方程为

$$u(t) = \frac{T_M(1)C}{B^-(1)FT_M} y_r(t) - \frac{G}{F} y(t), \tag{24}$$

$$y(t)=\frac{T_M(1)B^-}{B^-(1)T_M}y_r(t)+F_1e(t). \tag{25}$$

三、CST 和 EST 的比较

在 EST 中，控制策略为

$$u(t)=\frac{H_E}{F_E}y_r(t)-\frac{G_E}{F_E}y(t), \tag{26}$$

相应的闭环系统方程是

$$y(t)=\frac{BH_E}{AF_E+BG_E}y_r(t)+\frac{CF_E}{AF_E+BG_E}e(t). \tag{27}$$

由式(27)知，这种方案的调节多项式和伺服跟踪多项式是相互制约的，无法同时满足随机调节性能和伺服跟踪性能的要求.

为了具体比较 CST 和 EST 的优劣，对本文之二所述的三种情况，分别举一个具体例子：

(1) $(1-1.5z^{-1}+0.7z^{-2})y(t)$
$=z^{-1}(1+0.5z^{-1})u(t)+(1-0.4z^{-1})e(t).$

(2) $(1+1.6z^{-1}+0.6z^{-2})y(t)$
$=z^{-k}(1+1.5z^{-1})u(t)+(1-0.4z^{-1})e(t),\ k=1,2,3.$

(3) $(1-1.5z^{-1}+0.7z^{-2})y(t)$
$=z^{-1}(1+2z^{-1}+0.75z^{-2})u(t)+(1-0.5z^{-1})e(t).$

在用 CST 和 EST 对上列三类受控过程进行控制时，为了比较清楚起见，使它们具有相同的伺服跟踪传递函数，三种情况分别为

(1) $\frac{T_M(1)z^{-1}}{T_M}$, (2) $\frac{T_M(1)B}{B(1)T_M}$, (3) $\frac{T_M(1)B^-}{B^-(1)T_M}$,

其中 $T_M=1-0.8z^{-1}$. 因此，只需比较随机调节特性，计算结果如表 1 所示. CST 的优越性是显而易见的，输出噪声分量的方差大约可减少 2 到 3 倍.

表 1 CST 和 EST 的输出噪声分量的方差(σ^2)

方案 \ 类型	(1)	(2) $k=1$	(2) $k=2$	(2) $k=3$	(3)
CST	1.0	1.47	3.03	4.86	1.46
EST	2.78	4.07	6.33	8.60	4.0

四、自 校 正 控 制

对不同类型受控系统实施自校正控制的主要步骤大致如下：

1) 受控系统为最小相位系统

已知 n_a, $n_{b'}$, n_c, k 和 T_M.

第一、用增广矩阵法得 A, B' 和 C 的估计 $\hat{A}$, $\hat{B}'$ 和 $\hat{C}$.

第二、用 $\hat{A}$ 和 $\hat{C}$ 取代式(9)中的 A 和 C，解出 F' 和 G 的估计 $\hat{F}'$ 和 $\hat{G}$，进而由式(10)解出 F 的估计 $\hat{F}$.

第三、用 $\hat{C}$, $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 代替式(13)中的 C, F 和 G，求出所需控制 $u(t)$.

2) 受控系统为非最小相位系统，且 B' 的零点都是不稳定的零点

已知 n_a, $n_{b'}$, k_m 和 T_M.

第一、用增广矩阵法得 A, B 和 C 的估计 $\hat{A}$, $\hat{B}$ 和 $\hat{C}$.

第二、将 $\hat{A}$, $\hat{B}$ 和 $\hat{C}$ 代替式(15a)中的 A, B 和 C，解出 F 和 G 的估计 $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$.

第三、用 $\hat{B}(1)$, $\hat{C}$, $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 代替式(18)中的 $B(1)$, C, F 和 G，求出所需控制 $u(t)$.

3) 受控系统为非最小相位系统，但 B' 仅有部分零点为不稳定零点

已知 n_a, $n_{b'}$, n_c, k_m 和 T_M.

第一、利用增广矩阵法求得 A, B 和 C 的估计 $\hat{A}$, $\hat{B}$ 和 $\hat{C}$.

第二、将 $\hat{B}$ 分解为 $\hat{B}^+$ 和 $\hat{B}^-$，并做为 B^+ 和 B^- 的估计.

第三、用 $\hat{A}$, $\hat{B}^-$ 和 $\hat{C}$ 代替式(21b)中的 A, B^- 和 C，解出 F_1 和 G 的估计 $\hat{F}_1$ 和 $\hat{G}$，进而由式(21a)得 F 的估计 $\hat{F}$.

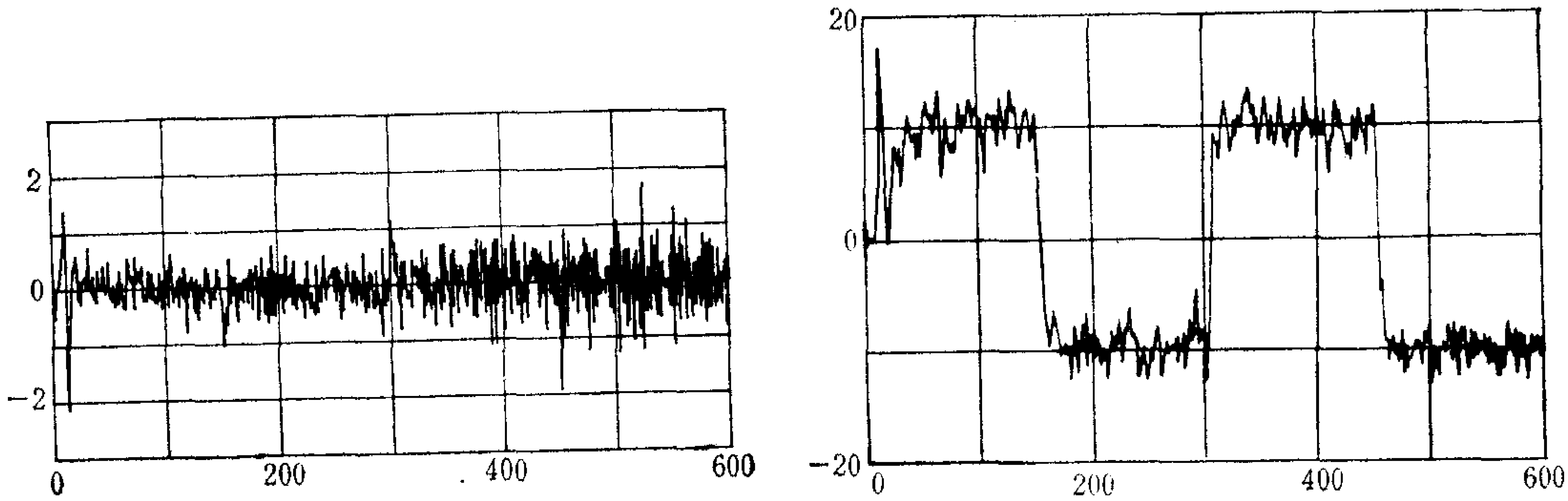
第四、用 $\hat{B}^-(1)$, $\hat{C}$, $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 代替式(24)中的 $B^-(1)$, C, F 和 G，求出所需控制 $u(t)$.

五、实验结果

假设实际受控系统是非最小相位系统

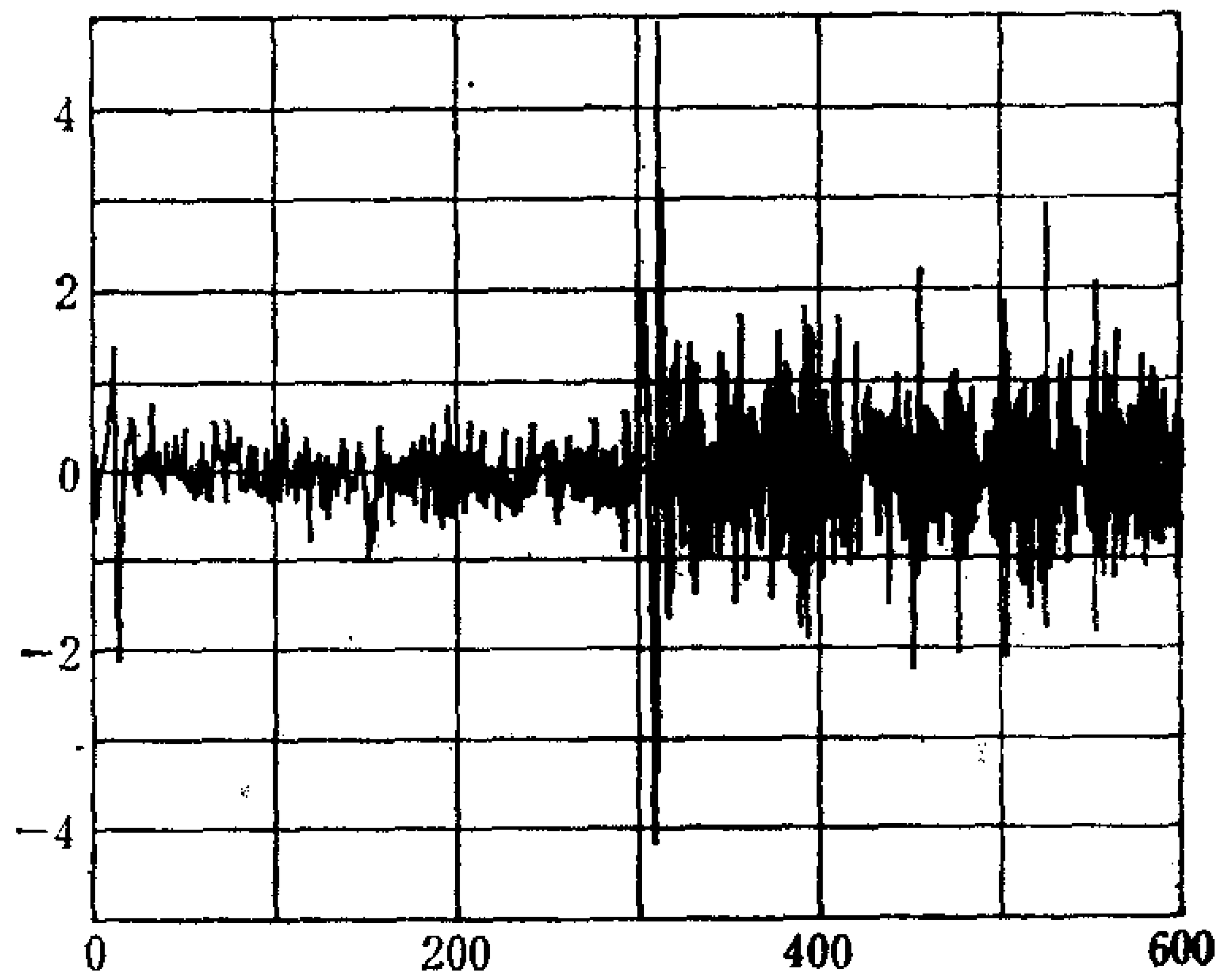
$$(1-1.6z^{-1}+0.6z^{-2})y(t)=z^{-k}(1+1.5z^{-1})u(t)+(1-0.4z^{-1})e(t).$$

关于 k 的实际值，仅知道 $k_{\max}=3$. 伺服输入 $y_r(t)$ 是幅度为 ±10、周期为 300 的矩形波. $T_M=1-0.8z^{-1}$. 为了检验 CST 的适应能力，在进行时变延迟实验时，使 k 突变发生在 300 步伺服输入变号处，因为这是最恶劣的条件.

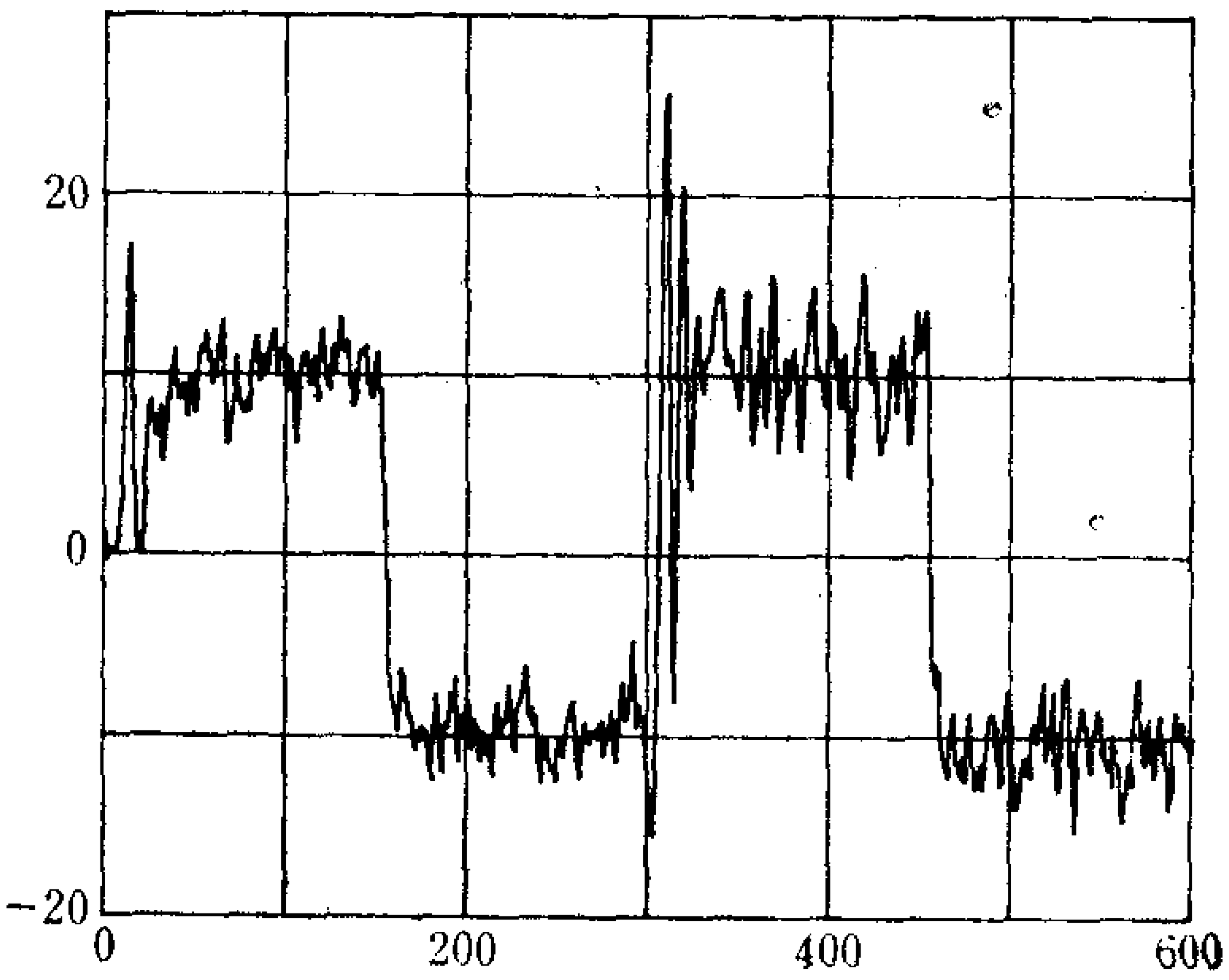


(a) $u(t)$　　(b) $y(t)$

图 2　$k_{\max}=3$, k 实际等于 1 的输出和控制输入



(a) $u(t)$



(b) $y(t)$

图 3 在 300 步时，k 由 1 突变为 3 的输出和控制输入

表 2 CST 和 EST 的输出均值和方差 (σ^2)

方案 / 条件	CST			EST		
	正均值	负均值	方 差	正均值	负均值	方 差
$k=1$	9.38	−9.60	5.42	8.71	−9.79	16.88
$k=2$	9.53	−9.69	5.96	9.82	−9.49	10.23
$k=3$	9.89	−9.40	18.98	9.74	−10.27	24.31
k:1→2	9.48	−9.71	6.23	8.80	−9.87	16.99
k:1→3	9.84	−9.87	9.08	9.01	−10.03	17.76

注 $k_{max}=3$，k 突变出现在 300 步处.

图 2(a)和(b)是 k 实际等于 1 时的控制输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$. 图 3(a) 和(b)是 k 开始等于 1，在 300 步时突变为 3 的 $u(t)$ 和 $y(t)$. 表 2 是在各种条件下，CST 和 EST 的输出均值和方差. 这些实验结果表明，CST 不仅适应能力良好，而且抑制噪声能力很强，它的方差比 EST 约小 2 到 3 倍.

结　语

组合自校正器在实现调节和伺服跟踪两个功能时，可分别采用互不制约的两个准则——随机预报和极点配置来设计控制器参数，因而使它的两种性能都达到预定目标，而它在获得这种优良性能时，仍保持良好的可靠性和鲁棒性．因此，在现有的极点配置自校正控制器中，CST 无疑是一种好的方案．

参　考　文　献

[1] Wellstead, P. E., and Zanker, P. M., Servo Self-tuner, *Int. J. Control*, **30**(1979), 27—36.

[2] Allidina, A. Y., and Hughes, F. M., Generalised Self-tuning Controller with Pole Assignment, *Proc. IEE*, **127**(1980), 13—18.

[3] Åström, K. J., and Wittenmart, B., Self-tuning Controllers Based on Pole-zero Placement, *Proc. IEE*, **127**(1980), 120—130.

[4] Wellstead, P. E., and Sanoff, S. P., Extended Self-tuning Algorithm, *Int. J. Control*, **34** (1981), 433—455.

[5] Sanoff, S. P., and Wellstead, P. E., Extended Self-tuning Algorithm —— Practical Aspects, Presented at the 6th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, Washington, U.S.A., 1982.

COMBINED SELF-TUNER

LI QINGQUAN

(Tsinghua University)

ABSTRACT

Based on the stochastic prediction theory and pole-assignment methdos, a new design scheme for a self-tuner is presented. It not only preserves the advantages of the usually-used pole-assignment self-tuning controllers but also overcomes the drawback that the performances of servo-tracking and stochastic regulation could not be satisfied simulataneously. The above conclusion have been verified by theoretical analysis and experimental results.