

板带轧制规程最优化方法

苏逢西 蒋金梅 杨风臣¹⁾

(北京钢铁学院)

梁 国 平

(中国科学院数学研究所)

摘 要

本工作完善、开发了一种规程优化的新方法——等式目标函数规程最优化方法。计算了五机架1700冷连轧机组的产量最高、设备充分利用以及板形良好的最优规程。证实了本方法的突出优点是计算方法简单、运算速度快、适应性强；可以作为过程计算机在线规程优化计算的数学模型。

板带轧制过程控制数学模型由四个部分组成，即规程计算；空载辊缝 s_{0i} 、转速 n_{0i} 等设定值计算；测量值收集以及过程变量的自适应。自适应控制提高了模型的预报精度，保证预定规程的在线实施。规程优化是使轧机处于最优运行状态，追求最优目标的基础。已有的线性规划法要求线性的目标函数，而动态规划法计算工作量大，难于在线应用。本工作在文献[1]的基础上，开发和完善一种能反映多指标的、运算简单、便于在线应用的规程优化方法。

一、等式目标函数的规程优化方法

规程优化问题的结构是在满足约束条件下求解规程变量，使目标函数达到极值。关键是目标函数的建立与求解最优规程的数学方法。

在考察轧制过程中，很多最优目标可以表达为等式。以 m 架的冷连轧机组为例，设备充分利用的等式目标函数可写为

$$f_i(h_{i-1}, h_i) = \min \left\{ \frac{N_{\max,i} - N_i}{N_{\max,i}}, \frac{P_{\max,i} - P_i}{P_{\max,i}}, \frac{M_{\max,i} - M_i}{M_{\max,i}}, \frac{\varepsilon_{\max,i} - \varepsilon_i}{\varepsilon_{\max,i}}, \frac{n_{\max,i} - n_i}{n_{\max,i}} \right\} = C, \quad (i = 1 \sim m). \quad (1)$$

式中 h_{i-1} , h_i 为 i 机架的入、出口厚度； N, P, M, ε, n 分别为功率、轧制力、扭矩、压下率与转速。为了使程序能灵活地根据不同的设备工艺条件，追求不同的最优目标，可对上式中各负荷参数的实际相对富余量 $RN, RP, RM, R\varepsilon, Rn$ 等给予不同的权 α 。则等

本文于1984年1月3日收到。

1) 参加此项工作的还有北京钢铁学院张益红、陈晓明、辛平同志。

式目标函数为

$$f_i(h_{i-1}, h_i) = \min\{\alpha_{Ni} \cdot RN_i, \alpha_{Pi} \cdot RP_i, \alpha_{Mi} \cdot RM_i, \alpha_{\varepsilon i} \cdot R\varepsilon_i, \alpha_{ni} \cdot Rn_i\} = c, \quad (i = 1 \sim m). \quad (2)$$

各机架最薄弱环节的形式相对富余量 ($Ax_i = \alpha_{xi} \cdot Rx_i$) 相等时上式亦成立. 式中 α 为 ≥ 1 的整数. α_{xi} 值越大, 则当 Ax_i 被选入等式目标函数时, 其 Rx_i 值就越小. α_{xi} 值越大, Ax_i 项越不易被选入目标函数式. 通过取不同的 α_{xi} 值, 可以实现不同的目标. 例如:

以产量最高为最优目标时, 可取 $\alpha_{Ni} = 1, \alpha_{Pi}, \alpha_{Mi}, \alpha_{\varepsilon i}, \alpha_{ni}$ 等均 > 1 ; 以设备充分利用的等负荷为最优目标时, 可取 $\alpha_{Ni} = \alpha_{Pi} = \alpha_{Mi} = \alpha_{\varepsilon i} = \alpha_{ni} = 1$.

前 d 架考虑设备等负荷, 后 $m - d$ 架考虑板型最优的目标函数为

$$f_i = c, \quad (i = 1 \sim m). \quad (3)$$

式中

$$f_j = \min\{AN_j, AP_j, AM_j, A\varepsilon_j, An_j\}, \quad (j = 1 \sim d);$$

$$f_g = \frac{P_{g-1} - K_{R,g-1} \cdot X_{g-1}}{K_{R,g-1} \cdot h_{g-1}} - \frac{P_g - K_{R,g} \cdot X_g}{K_{R,g} \cdot h_g} + c, \quad (g = d + 1 \sim m);$$

K_R, X 分别为辊系刚度与轧辊综合凸度.

给定机电设备条件以及 h_0, h_m , 张力制度与末架轧速 V_m 等工艺条件, 求解满足等式目标函数的最优规程, 就是求满足联立的非线性代数方程组

$$f_1(h_0, h_1) = f_2(h_1, h_2) = \dots = f_m(h_{m-1}, h_m) = c \quad (4)$$

的 h_1, h_2, \dots, h_{m-1} 与 c 值.

$N_i, P_i, M_i, \varepsilon_i$ 与横向相对厚差 $\delta h_i/h_i$ 等参数具有一个共同的性质, 即都是 h_{i-1} 的单调上升函数以及 h_i 的单调下降函数. n_i 仅是 h_i 的单调下降函数. 因此负荷函数 $f_i(h_{i-1}, h_i)$ 是二元连续函数且满足单调条件. 则满足等式目标函数式 (4) 的解 $h_i^* (i = 1 \sim m - 1)$ 唯一存在, 并且是最优的. 所谓最优是指按 h_i^* 分配的最小相对富余量 f_i^* 一定大于不满足式 (4) h_i 分配的最小相对富余量 f_i . 这两条性质为简化求解最优规程的数学方法提供了基础. 可以采用数值递推的解法, 把求解方程组 (4) 化为 m 个单变量方程求根的问题 (图 1).

给定 c 的初值 $c^{(0)}$, 按顺轧制方向求 h_i , 使满足非线性方程

$$f_i(h_{i-1}, h_i) = c, \quad (i = 1 \sim m - 1). \quad (5)$$

由于 $z(h_i) = f_i(h_{i-1}, h_i) - c$ 是 h_i 严格单调上升的连续函数, 并且存在区间 $[a, b]$, 有

$$z(a) \cdot z(b) < 0,$$

因此可以采用割线法按迭代程序

$$h_i^{(L+1)} = \frac{h_i^{(L)} z_i^{(L-1)} - h_i^{(L-1)} z_i^{(L)}}{z_i^{(L-1)} - z_i^{(L)}} \quad (6)$$

求满足 $z(h_i) = 0$ 的 h_i . 然后计算 $Y = f_m(h_{m-1}, h_m) - c$. 如果 $Y = 0$, 则求得的 h_1, h_2, \dots, h_{m-1} 为满足等式目标函数的最优解 h_i^* . 否则, 采用割线法解方程 $Y(c) = 0$ 求新的 c , 重复以上步骤, 直到 $|Y|$ 小于精度 ER 为止.

采取以下措施提高解方程组 (4) 的收敛速度:

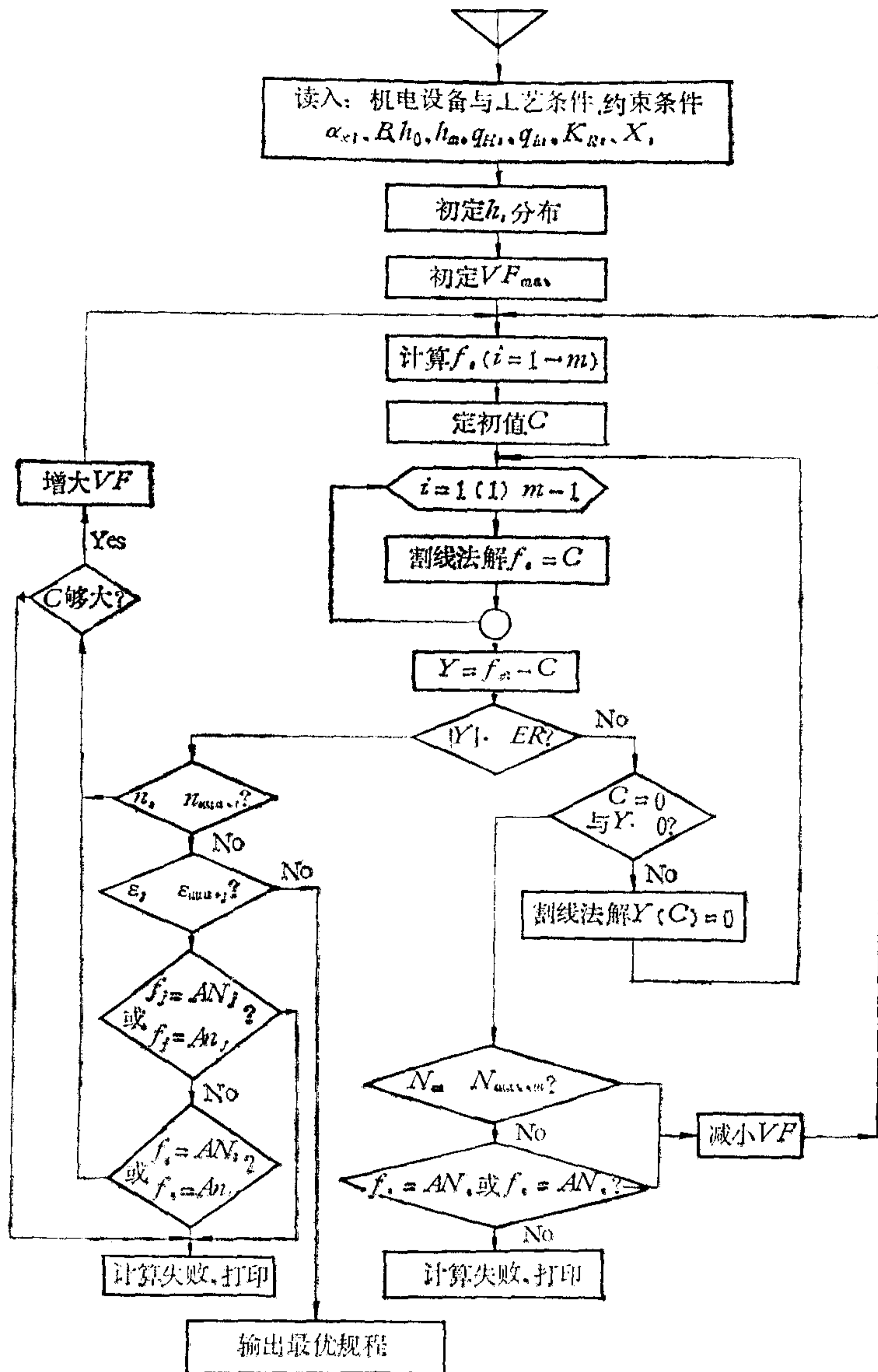


图 1 等式目标函数编程优化方法的计算流程

- 1) 按给定的初始板厚分配 $h_i^{(0)}$, ($i = 1 \sim m - 1$), 求出初值 $c^{(0)} = \sum_{i=1}^m f_i/m$. 要求 $c^{(0)} \geq 0$ 与 $f(h_{i-1}^{(0)}, h_m) < c^{(0)}$, ($i = 1 \sim m - 1$), 否则增大 $c^{(0)}$ 值.
- 2) 以割线法解 $z(h_i) = 0$ 为例,
两个初值应尽量接近真值 h_i^* , 分别取为

$$h_i^{(1)} = h_{i-1} - (h_{i-1}^{(0)} - h_i^{(0)}), \quad (i = 1 \sim m - 1),$$

$$h_i^{(2)} = h_i^{(1)} - [z \cdot (h_{i-1} - h_i^{(1)}) / (|z| + 1)], \quad (i = 1 \sim m - 1).$$
 采用双点迭代法, 以新割出的点 (h_i, z) 替换原两点中 $|z|$ 值较大的点.
 由于函数 $z = z(h_i)$ 存在一阶导数 $z'(h_i)$ 不连续的间断点, 并且在区间 $[a, b]$ 上

$z''(h_i)$ 不一定同号, 因而影响了割线法解方程的收敛性. 为此, 在迭代过程中对 h_i 值限定一个范围并作收敛处理

$$h_{i, \text{上限}} \leq h_{i-1} - \Delta h,$$

$$h_{i, \text{下限}}^{(L)} \begin{cases} \geq h_i^{(L-1)}, & (z_i^{(L-1)} < 0), \\ \leq h_i^{(L-1)}, & (z_i^{(L-1)} > 0). \end{cases}$$

一个最优规程必须满足以下约束条件:

$$N_{\min, i} \leq N_i \leq N_{\max, i}; \quad P_{\min, i} \leq P_i \leq P_{\max, i};$$

$$M_{\min, i} \leq M_i \leq M_{\max, i}; \quad \varepsilon_{\min, i} \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_{\max, i};$$

$$n_{\min, i} \leq n_i \leq n_{\max, i}.$$

分以下三种情况讨论:

1) 等式目标函数式 (2) 中, 包含着部分约束条件. 只要 $c \geq 0$, 得到的规程必定满足除 ε_{\min} 与 n_{\min} 之外的约束条件.

2) c 的迭代过程中, 如果出现 $c = 0$ 与 $Y < 0$, 即前 $m-1$ 架满载, 末架超载的情况. 首先检查末架是否超载, 是, 则降低秒流量 VF , 重新计算 h_i . 否则, 检查前 $m-1$ 架的目标函数中是否有取 AN 或 An 项的. 如有, 则降低 VF , 重新计算 h_i 分配, 直到满足 $f_i = c \geq 0$, ($i = 1 \sim m$). 否则, 说明原料 h_0 太大, 只能更换原料或给出不完全满足等式目标函数的次优规程.

3) 检查 n_i 与 ε_i 的下限约束.

i) 当 $n_i < n_{\min, i}$ 时, 如果 $c > 0$, 则增大秒流量, 重新计算 h_i , 直到满足 $n_i > n_{\min, i}$. 否则只能给出次优规程.

ii) 当 $\varepsilon_j < \varepsilon_{\min, j}$ 时, 检查 f_j 是否决定于 AN_j 或 An_j . 是, 则计算失败; 否则, 检查其余各架目标函数中是否有取 AN 或 An 项的. 是, 并且 c 有一定的富余量可调, 则增加秒流量, 重新计算 h_i , 减小该架受 N 或 n 约束的压下量 Δh , 直到满足 $\varepsilon_j > \varepsilon_{\min, j}$.

二、计算实例

五机架 1700 冷连轧机组的设备工艺参数如表 1 所示. 按框图 1 计算出 $h_0 = 1.5-6$ mm, $h_m = 0.39-3.97$ mm, $B = 1150-1530$ mm 及低碳钢板 ($c: 0.08-0.12$ WT%) 的压下规程. 采用以下工艺模型:

$$P = B \cdot l' \cdot \bar{K} \cdot n_f \cdot n_q / 1000 \text{ (T)}.$$

其中

$$\bar{K} = 0.115[600 + 32.95(10\bar{\varepsilon}_T - 4) - 5.45(10\bar{\varepsilon}_T - 4)^2 + 2.22(10\bar{\varepsilon}_T - 4)^3] \text{ (kg/mm}^2\text{)};$$

$$\bar{\varepsilon}_T = 1 - \frac{0.25H + 0.75h_i}{h_0};$$

$$R' = R \left(1 + \frac{c_0 P}{B \cdot \Delta h} \right), \quad c_0 = 0.21548 \text{ mm}^2/\text{T};$$

$$n_f = 1.08 + 1.79 \cdot \varepsilon \mu \sqrt{\frac{R'}{H}} - 1.02\varepsilon;$$

$$\mu = \begin{cases} 0.096 \sim 0.074 & (\text{乳化液}), \\ 0.07 \sim 0.025 & (\text{棕榈油}); \end{cases}$$

$$n_q = \left(1 - \frac{q_H}{\bar{K}}\right) \left(1.05 + 0.1 \frac{1 - q_h/\bar{K}}{1 - q_H/\bar{K}} - 0.15 \frac{1 - q_H/\bar{K}}{1 - q_h/\bar{K}}\right);$$

$$M = [B \cdot \bar{K} \cdot K' \cdot R \cdot \Delta h \cdot D_g + R \cdot B(H \cdot q_H - h \cdot q_h)] * 10^{-6} (T-M),$$

其中

$$D_g = 1.05 + (0.07 + 1.32\mu)\sqrt{1 - \varepsilon} \sqrt{\frac{R'}{h}} - 0.85 \varepsilon;$$

$$K' = 1 - \frac{(\beta - 1)q_H + q_h}{\beta\bar{K}}, \quad (\beta = 10);$$

$$E = \left[b_1 \cdot l_g \left(c_1 \frac{H_0}{h}\right)\right]^{n_1} - E_{00} \quad (N-M/M^3),$$

其中

$$E_{00} = b_1 l_g \frac{h_{00}}{H_0}; \quad h_{00} = c_1 H_0;$$

$$b_1 = 2173492; \quad c_1 = 5.50635; \quad n_1 = 1.45;$$

$$N = VF[\Delta E + (q_H - q_h) \cdot 9.8 * 10^6] / 1000 (KW);$$

$$n = \frac{VF * g}{2\pi RBh(1 + S_h)} * 6 * 10^{10} \quad (\text{r.p.m}).$$

上式中 $E, \Delta E$ 为累计能耗与道次能耗; q_h, q_H 为前、后张应力; g 为速度比; S_h 为前滑。

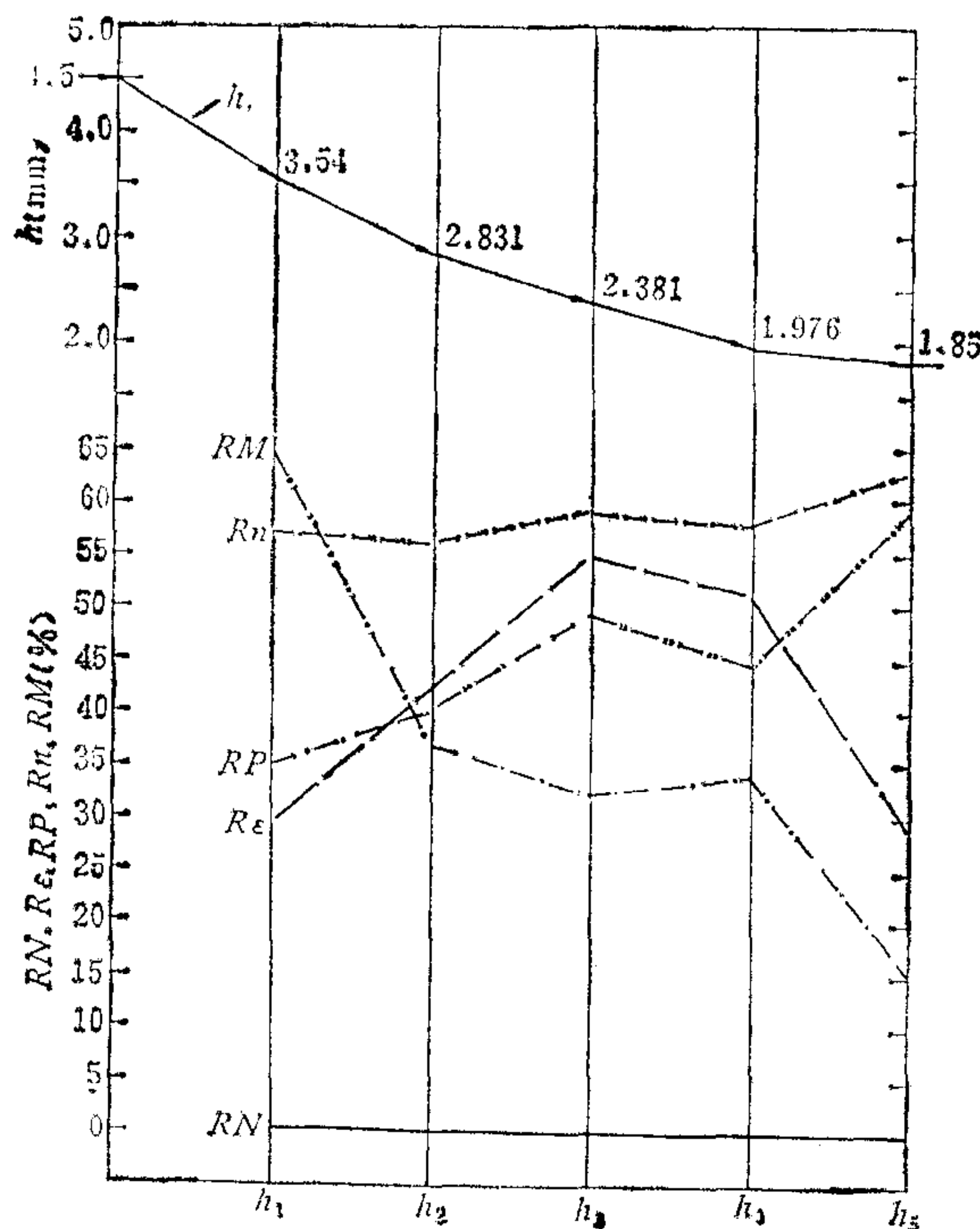


图 2 产量最高规程 No 7

表 1 1700 冷连轧机参数

机架号	名称	R (mm)	P_{max} (T)	M_{max} (T-M)	N_{max} (KW)	$\varepsilon_{max}/\varepsilon_{min}$ (%)	n_{max}/n_{min} (r.p.m)	q (kg/mm ²)
0								2.12
1		305	2500	20.6	3000	30/10	750/250	14.08
2		305	2500	32.8	6000	35/15	750/250	16.32
3		305	2500	26.2	6000	35/15	750/250	14.43
4		305	2500	22.9	6000	35/15	795/250	14.52
5		305	2500	18.3	6000	9/5	765/250	2.44

表 2 按产量最高目标函数计算的 10 组规程

No	H_0 (mm)	h_1 (mm)	h_2 (mm)	h_3 (mm)	h_4 (mm)	h_5 (mm)	B (mm)	$\varepsilon_{总}$ (%)	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	V/F (m ³ /sec)	K	c *10 ⁻²	Y *10 ⁻²
1	1.80	1.261	0.821	0.552	0.428	0.39	1250	78.3	Aε	Aε	AN	AN	Aε	0.0136	3	2.04	0.089
2	2.00	1.445	0.991	0.724	0.527	0.48	1450	76	AN	AN	AN	AN	Aε	0.0176	5	1.17	-0.038
3	2.50	1.925	1.528	1.285	1.065	1.01	1250	59.6	AN	AN	AN	AN	AN	0.0316	3	11.8	0.058
4	2.74	2.125	1.709	1.455	1.219	1.17	1250	57.3	AN	AN	AN	AN	AN	0.0354	3	8.14	0.052
5	2.74	2.110	1.620	1.312	1.052	0.95	1530	65.3	AN	AN	AN	AN	AN	0.0267	1	0	-0.006
6	3.19	2.488	2.023	1.74	1.273	1.43	1150	55.2	AN	AN	AN	AN	AN	0.0385	2	5.95	0.95
7	4.50	3.542	2.831	2.382	1.976	1.85	1530	58.8	AN	AN	AN	AN	AN	0.0323	1	0	-0.14
8	5.30	4.187	3.368	2.85	2.379	2.24	1530	57.7	AN	AN	AN	AN	AN	0.0335	1	0	-0.176
9	4.49	3.559	2.881	2.453	2.058	1.95	1530	56.6	AN	AN	AN	AN	AN	0.0347	1	0	-0.136
10	6.00	4.75	3.839	3.263	2.734	2.64	1530	56	AN	AN	AN	AN	AN	0.0353	2	0.36	0.036

表 3 按设备充分利用目标函数计算的 10 组规程

No	H_0 (mm)	h_1 (mm)	h_2 (mm)	h_3 (mm)	h_4 (mm)	h_5 (mm)	B (mm)	$\varepsilon_{总}$ (%)	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	VF (m^3/sec)	K	c $\times 10^{-2}$	Y $\times 10^{-2}$
1	1.80	1.317	0.906	0.622	0.429	0.39	1250	78.3	A8	A8	A8	AP	A8	0.0097	4	10.54	0.973
2	2.00	1.493	1.051	0.74	0.524	0.48	1450	72.8	A8	A8	A8	AP	A8	0.0134	5	15.38	-0.036
3	2.50	1.92	1.402	1.071	0.814	0.75	1530	70	A8	A8	AN	AN	A8	0.0162	5	22.72	-0.851
4	2.75	2.128	1.57	1.227	0.951	0.88	1530	68	A8	AN	AN	AN	A8	0.0172	4	24.72	0.238
5	3.20	2.492	1.838	1.511	1.197	1.11	1530	65.3	A8	AN	AN	AN	A8	0.0187	4	26.25	0.723
6	3.8	2.929	2.254	1.83	1.468	1.35	1530	64.5	AN	AN	AN	AN	A8	0.0216	5	19.9	-0.565
7	4.5	3.543	2.852	2.383	1.979	1.85	1530	58.9	AN	AN	AN	AN	AN	0.0279	2	14.1	-0.989
8	5.3	4.171	3.350	2.799	2.322	2.24	1530	57.7	AN	AN	AN	AN	AM	0.028	2	13.22	-0.344
9	6.0	4.713	3.751	3.19	2.657	2.64	1530	56	AN	AN	AM	AM	AM	0.027	3	14.75	0.096
10	5.99	4.508	3.518	2.918	2.386	2.27	1530	62	AN	AM	AM	AM	AM	0.021	3	8.54	-0.301

表 4 按板形良好最优目标计算的 10 组规程

No	H_0 (mm)	h_1 (mm)	h_2 (mm)	h_3 (mm)	h_4 (mm)	h_5 (mm)	B (mm)	$\varepsilon_{总}$ (%)	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	VF (m^3/sec)	K	c	Y $\times 10^{-2}$
1	2.50	1.711	1.064	0.705	0.585	0.51	1100	79.60	AN	AN	AN	SH	SH	0.0087	3	0.228	-0.154
2	1.80	1.228	0.768	0.517	0.454	0.39	1250	78.33	AN	A8	An	SH	SH	0.0076	3	0.319	-0.787
3	2.25	1.552	0.977	0.654	0.554	0.49	1100	78.22	AN	AN	AN	SH	SH	0.0084	4	0.281	0.610
4	2.00	1.411	0.923	0.639	0.545	0.48	1450	76.00	AN	AN	AN	SH	SH	0.0108	3	0.160	-0.163
5	1.99	1.419	0.946	0.666	0.566	0.50	1250	74.87	AN	AN	AN	SH	SH	0.0097	4	0.284	0.001
6	1.80	1.225	0.755	0.559	0.493	0.49	1150	72.78	AN	AN	An	SH	SH	0.0087	5	0.207	-0.262
7	2.24	1.633	1.131	0.824	0.690	0.61	1450	72.77	AN	AN	AN	SH	SH	0.0128	3	0.156	-0.082
8	1.79	1.258	0.822	0.638	0.561	0.50	1150	72.07	AN	An	An	SH	SH	0.0089	3	0.293	-0.122
9	1.50	1.022	0.722	0.559	0.494	0.44	1150	70.67	AN	An	An	SH	SH	0.0079	6	0.331	0.329
10	1.99	1.454	1.010	0.775	0.667	0.60	1150	69.85	AN	AN	An	SH	SH	0.0107	3	0.301	0.328

(1) 按产量最高的等式目标函数方法计算的结果如表 2 所示。从 10 组规程的计算过程看, 当 ER 为 0.002 时, 大循环迭代次数 $K \leq 5$, 小循环迭代次数 $L \leq 3-4$, 在 TQ-16 机上运行时间小于 3 分钟。图 2 为其中 No7 规程的计算结果。对于薄件及 ε_{\max} 值大的情况, ε_{\max} 与 n_{\max} 的约束可能是主要矛盾, 实现不了 $RN_i = c (i = 1-m)$ 的轧制时, 程序可自动转向, 输出次优规程。例如表 2 中的 No1 规程(图 3), 有

$$RN_3 = 0.02, R\varepsilon_1 = R\varepsilon_2 = R\varepsilon_5 = 0.2\%, Rn_4 = 0.2\%.$$

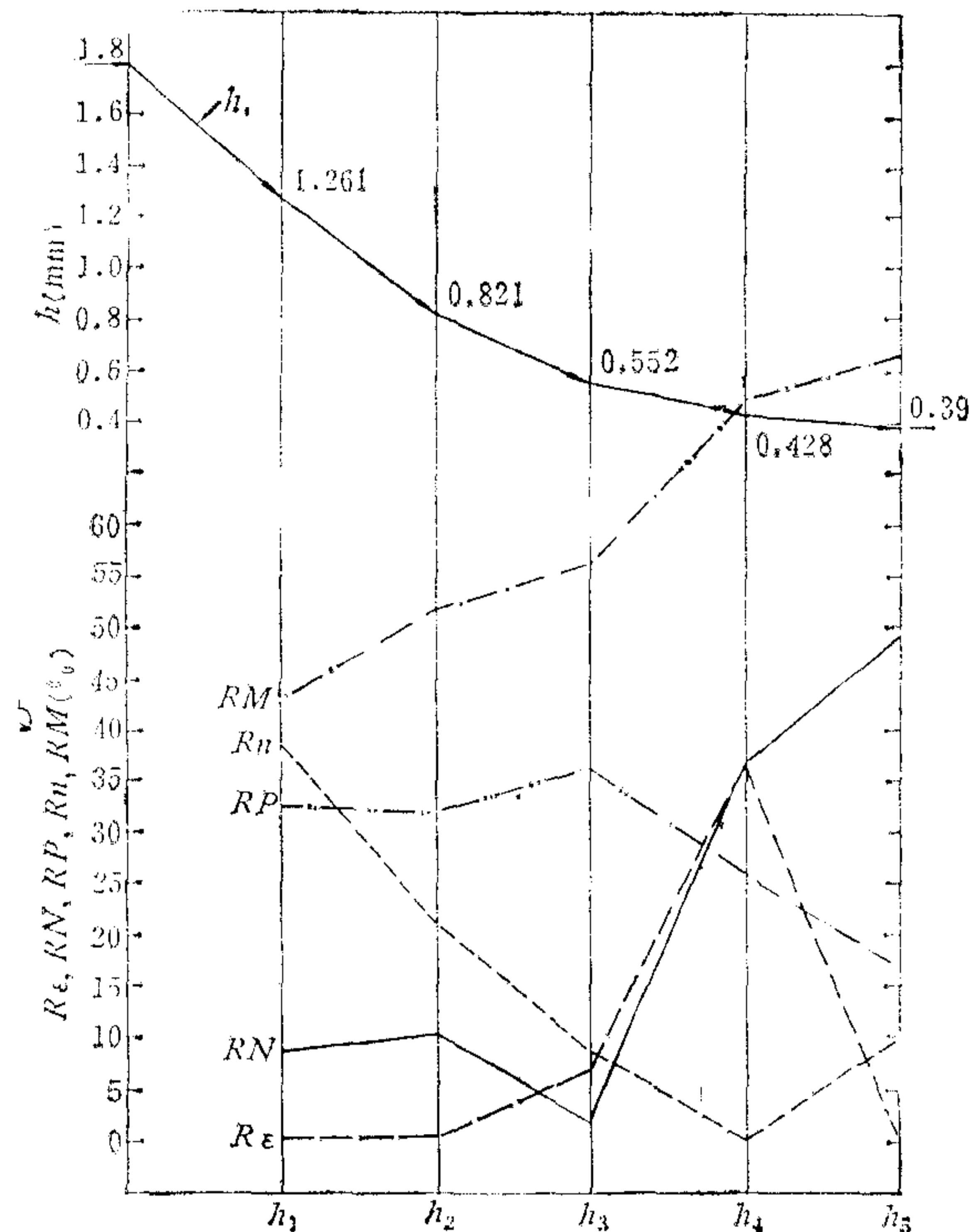


图 3 次优规程 No 1

(2) 按设备充分利用的等主负荷最优目标计算的结果如表 3 所示。取秒流量为 $0.7 VF_{\max}$, 因此相对富余量 c 值较 $RN_i = c$ 的规程大。迭代次数 $K \leq 5$ 。图 4 给出 No 3 规程的结果。

(3) 前 3 架考虑设备等负荷, 后 2 架考虑板形良好, 按目标函数式 (3) 计算的结果如表 4 所示。程序中取 $K_R = 10000 T/mm$, X 为 $0.1 mm$ 。为了解决薄带轧制时预报 P 与 l' 的迭代发散问题, 采用了 Stone 的 P 式与新弧长公式^[2]。图 5 给出 No 1 规程结果。

三、结 论

大量实例计算证明, 本文方法与数学规划法比较有明显的优点, 结构简单; 能确保产量最高的功率等富余量分配、设备充分利用的等负荷分配以及板形良好等最优目标的实现; 计算方法简捷; 运算速度快; 适用性强。可以用作过程计算机在线的规程优化计算的

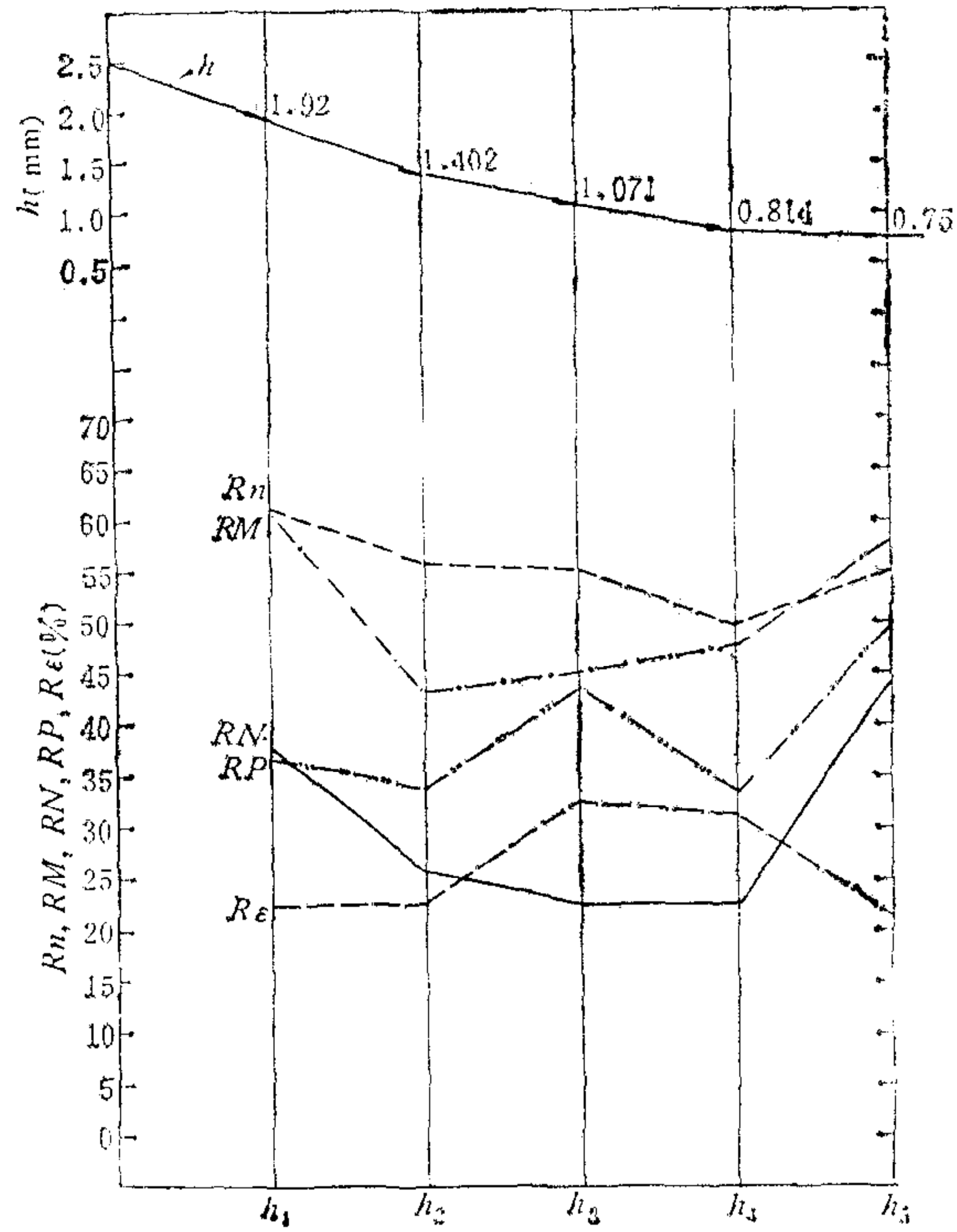


图 4 设备充分利用的 No 3 规程

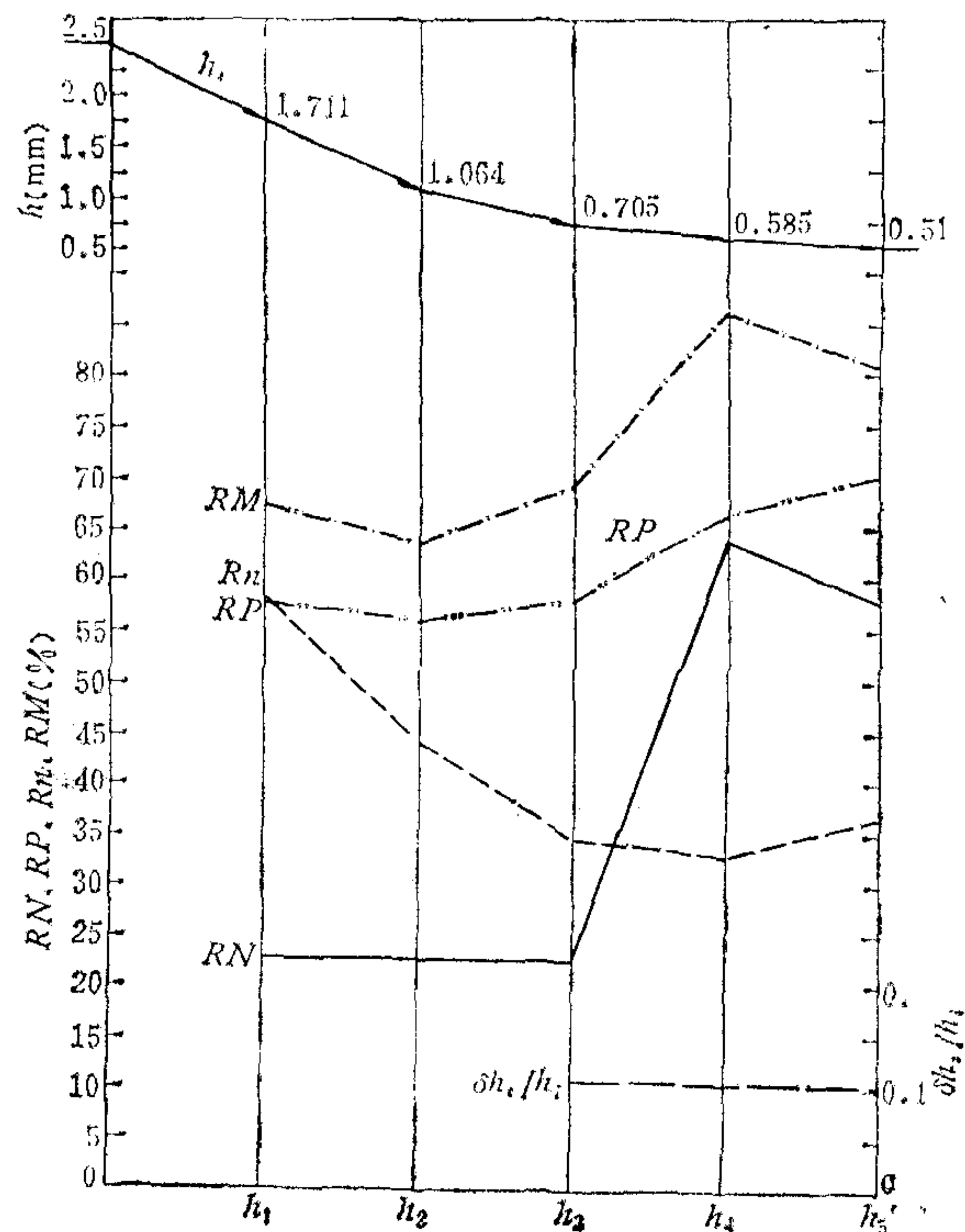


图 5 板形良好的 No 1 规程

数学模型.

根据机组的设备和工艺条件, 通过选取各负荷参数相对富余量的权 α , 结合变化流量 VF , 可以灵活地追求不同的最优目标. 权 α 的数值会影响着割线法解方程的收敛性以及各项负荷实际相对富余量的分配关系, 所以各项权 α 的差异不宜太大.

参 考 文 献

- [1] 梁国平, 关于轧机的最佳负荷分配问题, 钢铁, 15 卷, 第 1 期 (1980), 42 页.
[2] 苏逢西、蒋金梅、陈田青, 一个精确的压扁弧长数学模型, 金属学报, 20 卷第 1 期 (1984), B61 页.

ON THE METHOD OF OPTIMAL SCHEDULING FOR STRIP ROLLING MILL

SU FENGXI JIANG JINMEI YANG FENGCHEN

(Beijing University of Iron and Steel Technology)

LIANG GUOPING

(Institute of Mathematics, Academia Sinica)

ABSTRACT

A new method of optimal scheduling for strip rolling mill has been improved and developed in this work. It can be expressed with target function as an identical relation. For 1700 five stands cold tandem mill, the optimal schedule aiming at the highest productivity, efficient use of equipment and quality shape are calculated separately. It has been proved that the apparent advantages of the newly-developed method are fast and simple in calculation and good in adaptability. It can be used as the mathematical model of on-line optimal schedule calculation for process computer.