第12卷 第2期　　自动化学报　　Vol.12, No.2
1986年4月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Apr., 1986

二阶数字锁相环的研究及参数自校正

赵希人
（哈尔滨船舶工程学院）

摘　　要

本文研究了电子工程中所采用的二阶数字锁相环的物理结构，对其性能进行了分析，并把参数自校正方法用于数字锁相环，给出了实验及仿真结果。

一、物理过程

无线电电子工程中的数字锁相环的物理结构如图1所示[1-4]. 接收信号 $S_0(t)$ 为 $S_0(t)=S_1(t)+\xi(t)$，其中 $S_1(t)=A\sin\omega_0 t$ 为有用信号，$\xi(t)$ 为噪声，u_T^* 为采样基准，是等间隔的脉冲列．当 $\xi(t)=0$ 时，采样基准对接收信号 $S_0(t)$ 进行取样形成 $S_2(t)$，可由图1(b)表示，当 $\xi(t)\neq 0$，且 $t=nT$ 时，采样器输出信号 $S_2(nT)$ 为

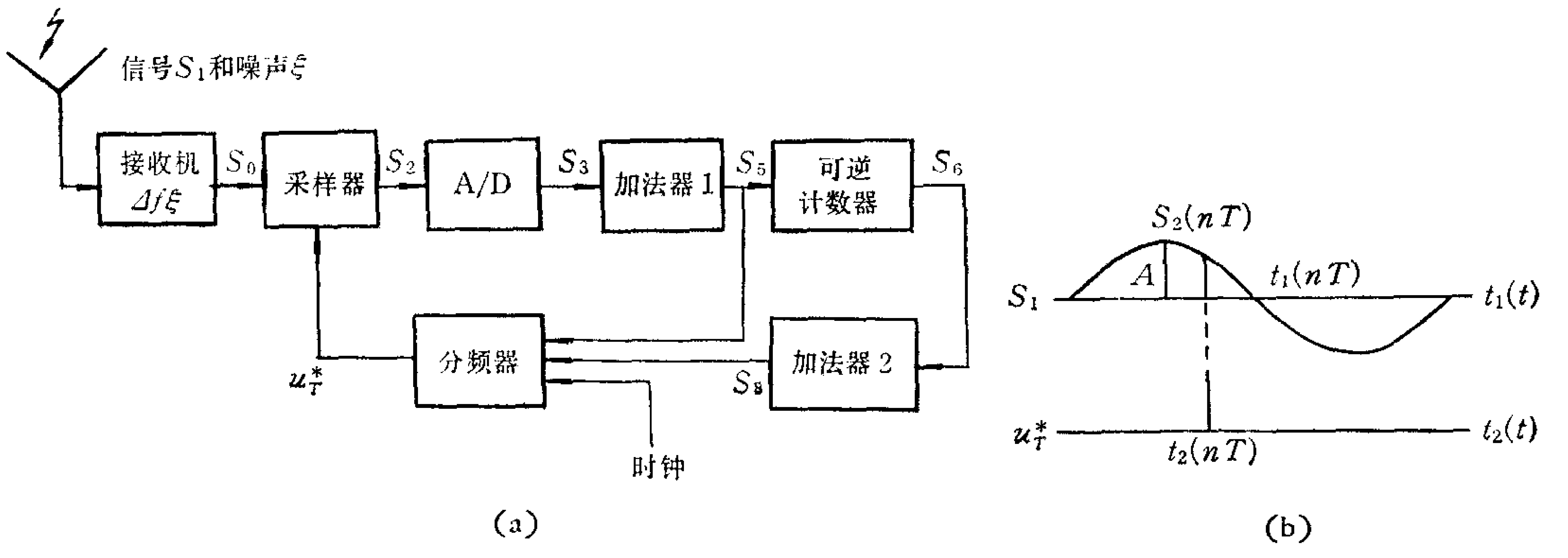

图1　二阶数字锁相环的物理结构图

$$S_2(nT)=A\sin\omega_0[t_1(nT)-t_2(nT)]+\xi(nT),\ n=1,2,\cdots, \tag{1}$$

其中 T 为采样周期．A/D 变换器输出 $S_3(nT)$ 为

$$S_3(nT)=\frac{1}{b}S_2(nT),\ \ n=1,2,\cdots, \tag{2}$$

其中 b 为量化单位（数/伏）．加法器1的工作过程是：给加法器1每输入 P ($P\gg 1$) 个单位数，就输出一个单位数，同时把加法器1清零．计数器是不溢出的叠加器，其输出 $S_6(nT)$ 为

$$S_6(nT)=S_6[(n-1)T]+S_5(nT),\ n=1,2,\cdots. \tag{3}$$

本文于1984年2月20日收到.

加法器 2 同加法器 1 本质上一样．只是每输入 $q(q \gg 1)$ 个数才输出一个单位数，同时把加法器 2 清零．采样基准 u_T^* 的出现时刻 $t_2(nT)$ 由分频器产生．

$$t_2(nT) = t_2[(n-1)T] + aS_5(nT) + aS_8(nT),\ n = 1,2,\cdots, \tag{4}$$

其中 a 为基准跳动步距（μs/单位数）．

二、数学抽象及分析方法

首先定义连续函数 $f(t)$ 经采样的表达式为

$$f_T(t) = Tf(t)u_T(t), \tag{5}$$

其中 $u_T(t) \triangleq \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT)$ 为开关函数．于是由 (1) 式及 (5) 式有

$$\begin{aligned} S_{2T}(t) &= T\{A \sin \omega_0[t_1(t) - t_2(t)] + \xi(t)\}u_T(t) \\ &= TA\Delta^*(t)u_T(t) + T\xi(t)u_T(t), \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\Delta^*(t) \triangleq t_1^*(t) - t_2^*(t)$（弧），$t_1^*(t) = \omega_0 t_1(t)$，$t_2^*(t) = \omega_0 t_2(t)$．上式最后一步是由于通常有 $\Delta^*(t) \ll 1$ 而得到的．由 (2) 式可知 $S_{3T}(t) = (1/b)S_{2T}(t)$．由加法器 1 的工作原理有 $S_{5T}(t) = (1/P)S_{3T}(t)$．由 (3) 式及 (5) 式可把计数器工作过程表示为

$$S_6(t) = \frac{1}{T}\int_0^t S_{5T}(t)dt,\ S_{6T}(t) = TS_6(t)u_T(t). \tag{7}$$

由加法器 2 的工作原理可知 $S_{8T}'(t) = \left(\frac{1}{Q}\right)S_{6T}(t)$．由 (4) 式及 (5)式，分频器工作过程可表示为

$$t_2^*(t) = \frac{a}{T}\int_0^t [S_{5T}(t) + S_{8T}(t)]dt. \tag{8}$$

通常选择 a 及 b 满足 $b = Aa$ 且 $a \ll 1$．综上所述，可画出二阶数字锁相环传递函数方块图(图 2)

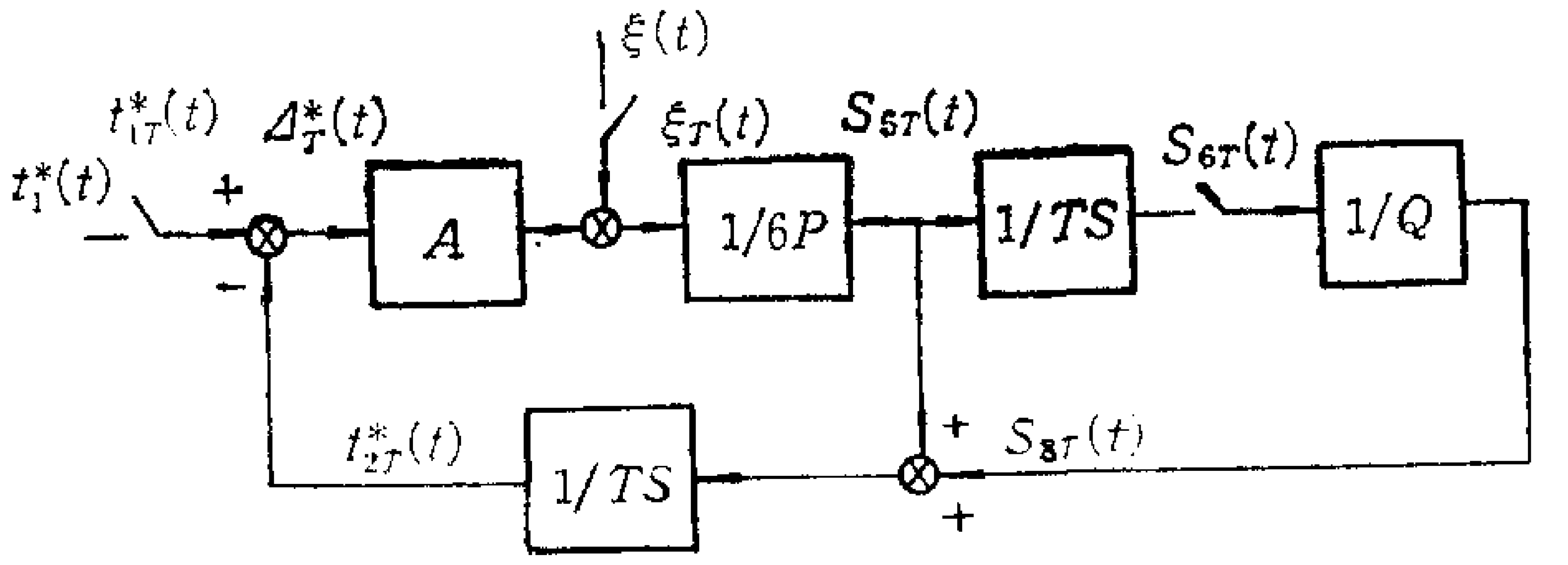

图 2　二阶数字锁相环传递函数方块图

Z 变换分析． 对图 2 所示系统作 Z 变换，即 $Z\{t_{1T}^*(t)\} \triangleq t_{1T}^*(z)$，$Z\{\xi_T(t)\} \triangleq \xi_T(z)$，$Z\{\Delta_T^*(t)\} \triangleq \Delta_T^*(z)$，则锁相误差 $\Delta_T^*(z)$ 可表示为

$$\Delta_T^*(z) = W_t(z)t_{1T}^*(z) + W_\xi(z)\xi_T(z), \tag{9}$$

其中

$$W_t(z)=\frac{PQ(z-1)^2}{z^2(PQ+Q+1)-z(2PQ+Q)+PQ},\tag{10}$$

$$W_\xi(z)=\frac{-A^{-1}[z^2(Q+1)-zQ]}{z^2(PQ+Q+1)-z(2PQ+Q)+PQ}.\tag{11}$$

可以算出误差系数为 $C_0=C_1=0$，$C_2=T^2PQ$。由此可知它是二阶结构无静差系统。

锁相误差的功谱密度函数为 $S^*_{\Delta\xi}(z)=W_\xi(z)W_\xi(z^{-1})S_{\xi T}(z)$，于是由

$$\sigma^2_{\Delta^*}=\frac{1}{2\pi_j}\oint S_{\Delta^*_\xi}(z)z^{-1}\,dz\tag{12}$$

可以计算出锁相误差的均方差 $\sigma^2_{\Delta^*}$。

***L* 变换分析**. 在某些无线电电子工程中[1-4]，通常有 $\Delta f_{t^*}\ll f_T$ 且 $\Delta f_\xi\gg f_T$ 或 $\Delta f_\xi\ll f_T$，其中 Δf_{t^*} 为信号 $t_1(t)$ 的通频带，$f_T=\frac{1}{T}$ 为采样频率。这样一来，图 2 所示的连续系统可以等效为图 3 所示连续系统。

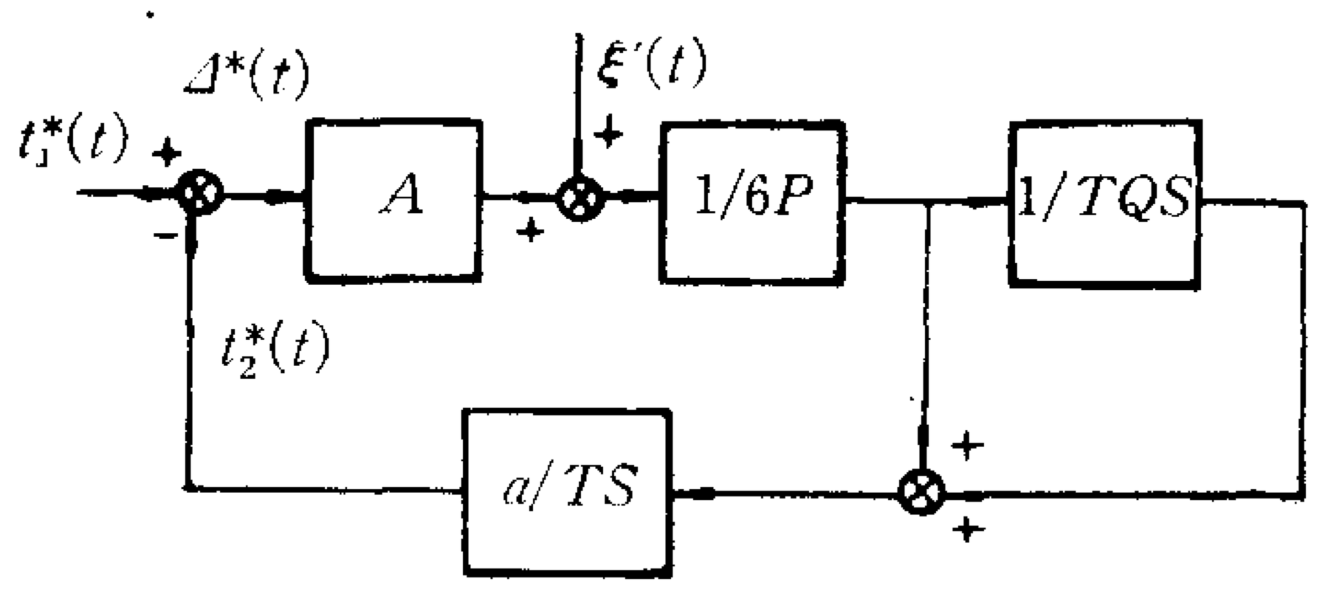

图 3 二阶数字锁相环等效连续系统方块图

等效噪声 $\xi'(t)$ 的功谱密度函数为

$$S_{\xi'}(\omega)=\begin{cases}S_\xi(0), & \Delta f_\xi\ll f_T,\quad |\omega|\ll\frac{\omega_T}{2},\\ S_\xi(0)(\Delta f_\xi/f_T), & \Delta f_\xi\gg f_T,\quad |\omega|\ll\frac{\omega_T}{2}.\end{cases}\tag{13}$$

误差 $\Delta^*(t)$ 的 L 变换 $\Delta^*(s)$ 为

$$\Delta^*(s)=\frac{PQS^2}{PQS^2+f_TQS+f_T^2}t_1^*(s)+\frac{f_TQS+f_T^2}{PQS^2+f_TQS+f_T^2}\frac{\xi'(s)}{A}.\tag{14}$$

上述系统在平稳随机作用下的锁相方差为

$$\sigma^2_{\Delta^*}=(f_T/4\Delta f_\xi(s/N)^2)\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}\right),\ \Delta f_\xi\ll f_T,\tag{15}$$

$$\sigma^2_{\Delta^*}=(1/4(s/N)^2)\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}\right),\ \Delta f_\xi\gg f_T,\tag{16}$$

其中 f_T 为采样频率；Δf_ξ 为接收机有效噪声带宽；(s/N) 为锁相环输入信噪比；P,Q 为系统参数。

因为二阶数字锁相环的结构及参数，是按输入信号 $t_1^*(t)$ 为速度阶跃时具有最小方差确定的[5]，因此，对速度量的分析十分重要。由图 3 可计算出速度 $v(t)$ 的 L 变换及功谱密度函数 $S_v(\omega)$ 为

$$v(s)=\frac{S\hat{Q}A}{(\hat{P}\hat{Q}S^2+\hat{Q}S+1)b}S(s),\tag{17}$$

$$S_v(\omega)=\frac{(\hat{Q}/b)^2\omega^2}{\hat{P}^2\hat{Q}^2\omega^4+(\hat{Q}^2-2\hat{P}\hat{Q})\omega^2+1}S_\xi'(\omega),\tag{18}$$

其中 $\hat{P}=TP$，$\hat{Q}=TQ$. 由(18)式可以证明,速度量 $v(t)$ 的等效相关时间 τ_0 为

$$\tau_0=(1/2R_v(0))\int_{-\infty}^{+\infty}R_v(\tau)d\tau=0,\tag{19}$$

其中 $R_v(\tau)$ 为速度量 $v(t)$ 的自相关函数.

三、速度估计及参数自校正

该系统需要估计的物理量是输入信号 $t_1^*(t)$ 的速度 $v(t)$，为此取速度估计为 $\hat{v}(i)=\frac{1}{n_0}\sum_{j=1}^{n_0}v(ikn_0+j)$，$i=1,2,\cdots$，其中 $K\geqslant 1$ 由系统工作条件所决定. 由(19)式可推出速度估计的均值为 $\hat{v}(i)=E\hat{v}(i)=(\hat{Q}(i)/a)\bar{v}_s(i)$，其中 $\bar{v}_s(i)$ 为在区间 $(ikn_0T\leqslant t\leqslant ikn_0T+n_0T)$ 内的平均速度. 速度估计 $\hat{v}(i)$ 的均方差 $\sigma_{\hat{v}}(i)$ 为
$\sigma_{\hat{v}}(i)=(1/\sqrt{n_0P(i)}\,2a\,(s/N)_i)$，其信噪比为 $(s/N)_{\hat{v}}(i)=\hat{v}(i)/\sigma_{\hat{v}}(i)=\sqrt{n_0P(i)}\times 2(s/N)_i\hat{Q}(i)\bar{v}_s(i)$. 如果 $\bar{v}_s(i+1)\fallingdotseq\bar{v}_s(i)$，则速度估计增量的均值为 $\Delta\hat{v}(i+1)=(\hat{Q}(i+1)/a)\Delta\bar{v}_s(i+1)$. 为了判断速度是否发生变化，可选阀值 n_0^* 为 $n_0^*(i+1)=3\sigma_{\Delta\hat{v}}(i+1)$. 这样一来,错误概率 P_c 为 $P_c=0.1\%$，按一次发现概率为 69%,可以算出速度的最小分辨率 $\Delta\hat{v}(i+1)_{\min}$ 为 $\Delta\hat{v}(i+1)_{\min}=3.5\sigma_{\Delta\hat{v}}(i+1)$.

完成以上的分析后，采用如下判决：若 $\Delta\hat{v}(i+1)<n_0^*(i+1)$，表明信号速度未变化，则取 $\hat{Q}(i+2)=\hat{Q}^{**}$，$\hat{P}(i+2)=\hat{P}^{**}$ 且 $v[(i+1)kn_0+n_0+1]=(\hat{Q}^{**}/\hat{Q}(i+1))\hat{v}(i+1)$，其中 $\hat{Q}^{**}$，$\hat{P}^{**}$ 为系统的稳态参数. 若 $\Delta\hat{v}(i+1)\geqslant n_0^*(i+1)$，表明信号速度发生变化,并认为变化了 $n_0^*(i+1)$. 则 $\hat{Q}(i+2)=\hat{Q}^*$，$\hat{P}(i+2)=\hat{P}^*$ 且 $v[(i+1)kn_0+n_0+1]=(\hat{Q}^*/\hat{Q}(i+1))[1.5\hat{v}(i+1)-0.5\hat{v}(i)]$，其中 $\hat{P}^*$，$\hat{Q}^*$ 为按最优化准则计算出来的参数[4]. 经实验研究，初始参数取为 $P(0)=64$，$Q(0)=256$.

四、实验及仿真结果

首先考察上述系统在平稳噪声作用下的锁相精度. 当 $P=64$，$Q=256$，$f_T=80$ 且 $\Delta f_\xi\gg f_T$ 时有表 1所示结果.

再考察参数自校正的效果. 当 $P^{**}=128$，$Q^{**}=512$，$f_T=80$，$\Delta f_\xi\gg f_T$，$a=2\pi/100$，$n_0=120$，$(s/N)=0.2$ 时,系统处于速度跟踪状态,且最大速度 $\bar{V}_s=0.628$ 1/秒时,有表 2 所示仿真结果. 应指出,仿真是在载体做蛇形运动情况下进行的. 显见，参数自校正提高了锁相精度.

表 1 锁相性能分析及实验结果

输入信噪比 (s/N)	1/1.2	1/3.6	1/5
L变换分析	0.084	0.251	0.350
Z变换分析	0.083	0.248	0.345
实验结果	0.081	0.230	0.330

表 2 锁相环参数自校正结果

输入信噪比 (s/N)	1	0.34	0.2
未加自校正精度	4.08	4.53	4.9
加入自校正精度	1.90	1.86	3.74

参 考 文 献

[1] Reilly, R. A., The Minitype Loran-C Receiver and Indicator, *IEEE Trans. on AES*, AES-2(1966), No. 1.
[2] Frank, R. L. and Phillips, A. H., The Microcircuit Digital Loran-C Receiver, *Electrouics*, **37**(1964), No. 5.
[3] Watt, A. D., V. L. F. Radio Engineering, 343—378, 1967.
[4] 赵希人，一类非平稳随机序列的最优滤波及预测，自动化学报，增刊第1期，1985.

PARAMATER SELF-TUNING OF 2-ORDER DIGITAL PHASE-LOCKED LOOP

ZHAO XIREN
(Harbin Shipbuilding Engineering Institute)

ABSTRACT

In this paper, physical structure of the 2-order digital phase-locked loop applied to electronic engineering is studied, and its performance is analysed in detail. The method of parameter self-tuning is applied to digital phase-locked loop successfully. Experimental and simulation results are also given.