

非线性大系统在有限域中的鲁棒稳定性¹⁾

高为炳

(北京航空学院)

摘 要

本文研究了含有不确定参数的非线性大系统的稳定性,当参数向量受到限制时,这种稳定性称为鲁棒(粗壮)稳定性. 在状态空间的含原点的有限域中,利用李亚普诺夫函数进行集结线性化,可将大系统化为线性系统. 由于线性化的任意性,得到的线性系统不是唯一的. 文中阐明了利用图论方法建立的大系统的多层结构可以简化稳定性判据,帮助选择局部反馈,以实现大系统的镇定.

一、引 言

近十余年来,有关大系统的稳定性问题已有系统的研究成果^[1-3]. 非线性大系统方程为

$$\dot{x}_i = f_i(x_i, t) + g_i(x, t), \quad i \in N, \quad (1)$$

$$x_i \in R^{n_i}; \quad x = [x_1^T, \dots, x_N^T]^T \in R^n, \quad n = \sum_{i=1}^N n_i.$$

在研究中通常有两个假设:

假设 I. 各孤立子系统

$$\dot{x}_i = f_i(x_i, t), \quad f_i(0, t) = 0 \quad (2)$$

全局渐近稳定,具有李亚普诺夫函数 $v_i(x_i, t)$, 全局正定、渐减,且沿(2)式的解的导数负定;

$$\frac{d}{dt} v_i(x_i, t)|_{(2)} = -w_i(x_i, t) < 0.$$

假设 II. 联接函数 $g_i(x, t)$ 满足

$$g_i(0, t) = 0,$$

$$[\nabla v_i(x_i, t)]^T g_i(x, t) \leq 2[v_i(x_i, t)]^{1/2} \sum_{j=1}^N \tilde{\gamma}_{ij} [v_j(x_j, t)]^{1/2}. \quad (3)$$

记

$$\text{Inf}_{\substack{x_i \in R^{n_i} \\ t \geq t_0}} \frac{w_i(x_i, t)}{v_i(x_i, t)} = 2\tilde{\gamma}_{ii},$$

1) 本文曾于1984年5月在北京系统与控制会议上宣读,修改稿于1984年7月17日收到.

有

$$w_i(\mathbf{x}_i, t) \geq 2\tilde{\gamma}_{ii}v_i(\mathbf{x}_i, t), \quad (4)$$

则 $v_i(\mathbf{x}_i, t)$ 沿(1)的解的导数满足

$$\frac{d}{dt} v_i(\mathbf{x}_i, t)|_{(1)} \leq -2\tilde{\gamma}_{ii}v_i(\mathbf{x}_i, t) + 2[v_i(\mathbf{x}_i, t)]^{1/2} \sum_{i=1}^N \gamma_{ij}[v_j(\mathbf{x}_j, t)]^{1/2}. \quad (5)$$

引入向量 $\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_N]^T$, $r_i = [v_i(\mathbf{x}_i, t)]^{1/2}$, 就得到线性集结方程:

$$\dot{\mathbf{r}} = \Gamma \mathbf{r}, \quad \Gamma = [\gamma_{ij}], \quad \gamma_{ij} = \tilde{\gamma}_{ij} (i \neq j), \quad \gamma_{ii} = -\tilde{\gamma}_{ii} + \tilde{\gamma}_{ii}. \quad (6)$$

常数 γ_{ii} 称为孤立子系统的稳定性强度; γ_{ij} 称为子系统 j 到子系统 i 的联接性强度. 称(6)为子系统(1)的线性集结方程.

在上述的集结过程中, 假设 Π 起着重要作用, 可称之为集结线性化条件. 显然, 不是任一非线性大系统都满足此条件的. 当集结线性化条件不成立时, 可以建立非线性集结方程, 或研究有限域稳定性问题^[5].

对于实际的控制系统, 常出现某些类型的不确定性, 这种不确定性可以表述为系统受到某种摄动. 在摄动下, 系统的某种性质保持不变时, 称系统为粗壮的. 设大系统方程为

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{x}_i, t, \theta) + \mathbf{g}_i(\mathbf{x}, t, \theta). \quad (7)$$

其中 θ 是 p 维参数向量, 其定义域为集合 Θ ,

$$\theta \in \Theta \subset R^p. \quad (8)$$

对任一 $\theta \in \Theta$, 大系统(7)都是全局渐近稳定的, 则称(7)的稳定性是粗壮的, 即(7)是粗壮稳定的.

文[4]介绍了有限域稳定性的主要成果. 定义包含 $\mathbf{x} = 0$ 在内的有限区域 $D(\mathbf{v}_0) \subset R^n$:

$$\begin{aligned} D(\mathbf{v}_0) &= D_1(v_{10}) \times \dots \times D_N(v_{N0}), \\ D_i(\mathbf{v}_0) &= \{\mathbf{x}_i | \mathbf{x}_i \in R^{n_i}, v_i(\mathbf{x}_i, t) \leq v_{i0}, t \in [t_0, \infty)\}, \\ \mathbf{v}_0 &= [v_{10}, \dots, v_{N0}]^T \in R^N. \end{aligned} \quad (9)$$

显然, (9)式必然是 N 个孤立子系统的有限稳定域. 在 $D(\mathbf{v}_0)$ 中建立大系统(1)的集结方程(6), 则当 Γ 是稳定 M 阵时, 大系统的原点是渐近稳定的^[2]. 若 $\Gamma \mathbf{v}_0 < 0$ 或 $\mathbf{v}_0 \in S(\mathbf{v}_0)$ (见式(31)), 则大系统才在 $D(\mathbf{v}_0)$ 中渐近稳定^[5].

本文研究大系统(7)的有限域粗壮稳定性问题. 为此, 介绍了M图^[6], 引入了导出图的概念; 建立了大系统的集结线性化方程; 讨论了有限区域稳定性的充分条件, 有限稳定区的某些性质及镇定问题.

二、M 图与普通图的分层结构

1. M 图论的概念及性质

定义 1^[6]. M 图定义为 $M = \{V, E\}$, $V = \{v_1, \dots, v_N\}$ 是顶点集合, $E = \{E_1, \dots, E_N\}$ 是边集合,

$$E_i = \{E_i^{(1)}, \dots, E_i^{(\alpha_i)}\},$$

$$E_i^{(\cdot)} = ([V_i^{(\cdot)}], v_i), V_i^{(\cdot)} \subset V.$$

定义中, $E_i^{(\cdot)}$ 称为到 v_i 的一个复合有向边, 此边的起点为 v 的子集 $V_i^{(\cdot)}$, 终点为 v_i . 若 $V_i^{(\cdot)}$ 中只有一个顶点, 则称 $E_i^{(\cdot)}$ 为简单(有向)边. E_i 表示全部以 v_i 为终点的复合边集合, E 是全部复合边(包括简单边)的集合. M图是有向图. 若所有边都是简单边, 则M图即普通的有向图.

定义 2^[6]. 如对定义 1 中的每个 $V_i^{(\cdot)} = [v_\alpha, v_\beta, \dots, v_\delta]$, 令 $E_i^{(\cdot)} = \{(v_\alpha, v_i), (v_\beta, v_i), \dots, (v_\delta, v_i)\}$, 并合并 E_i 中相同的边, 则得到的图是一普通的有向图, 边都是简单的有向边, 称为M图的线性化图.

定义 3. 定义 1 中如果 $V_i^{(\cdot)} = [v_\alpha, v_\beta, \dots, v_\delta]$, 令 $E_i^{(\cdot)} = (v_\mu, v_i), v_\mu \in V_i^{(\cdot)}$, 并合并 E_i 中相同的边, 则得到的图是普通有向图, 称为 M 图的导出图.

从一个M图可以得出很多导出图, 特别是若 $v_i \in V_i^{(\cdot)}$, 则有向复合边 $E_i^{(\cdot)}$ 表示的到 v_i 的联结消失, 变成一个 $v_i \rightarrow v_i$ 的自联结环. 图 1(a) 是一个M图, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $E = \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$, $E_1 = (v_2, v_1)$, $E_2 = ([v_1, v_2], v_2)$, $E_3 = ([v_2, v_4]v_3)$, $E_4 = \{E_4^{(1)}, E_4^{(2)}\}$, $E_4^{(1)} = ([v_2, v_4], v_4)$, $E_4^{(2)} = ([v_1, v_3], v_4)$, 共有四个复合边. 图 1(b) 是(a)的一个可能的导出图, 它是一普通的有向图.

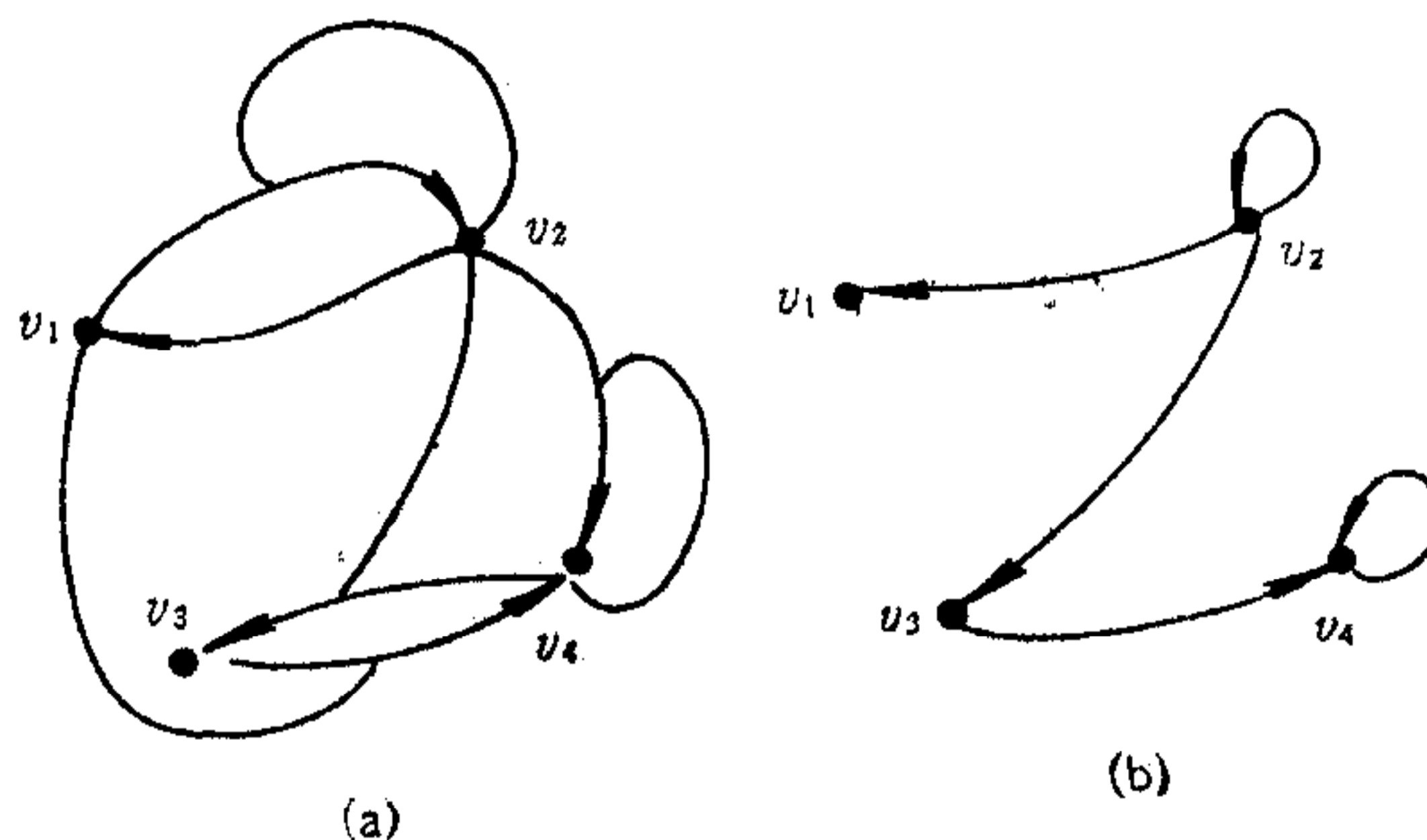


图 1

2. 普通图的多层分解^[7]

普通有向图可分解为几个相互独立的联结图之和, 其邻接矩阵之间的关系为

$$A = A_1 \dot{+} A_2 \dot{+} \dots \dot{+} A_s.$$

其中每一联结子图(邻接矩阵为 A_i)亦是普通图. A_i 又可进一步分解为简相联子图, 亦即邻接矩阵可表示为上(或下)三角块阵:

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{i1} & & & 0 \\ \vdots & A_{i2} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \times & \dots & \dots & A_{i\alpha_i} \end{bmatrix}.$$

与 $A_{i\alpha}$ 相对应的图是强相联子图. 邻接阵 $A_{i\alpha}$ 又可分解为邻接阵为以下结构的最小强相联子图:

$$A_{i\alpha} = \begin{bmatrix} A_{i\alpha 11} & A_{i\alpha 12} & & & & & & \\ 0 & A_{i\alpha 22} & \dots & & & & & \\ \vdots & & \dots & \dots & \dots & & & \\ 0 & & & & & \dots & A_{i\alpha \beta - 1\beta} & \\ \vdots & & & & & & & \\ A_{i\alpha \beta 1} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & A_{i\alpha \beta \beta} & \end{bmatrix}, \quad \alpha \in \alpha_i,$$

此后各子图(其邻接阵为 $A_{i\alpha j}$)又可表示为最小强相联形式,一直到某有限层数为止,末层的子邻接阵的元均为实数。

定义 4. M 图称为集结可分解、集结简相联、集结强相联、集结最小强相联的,如果存在它的一个导出图是可分解的、简相联的、强相联的、最小强相联的。

为了建立任一 M 图的最简单的导出图,可以利用已有算法(如[8]),也可以直接通过绘图分析来实现。

三、含不确定参数的大系统在有限域中的集结线性化

研究含有向量参数 $\theta \in \Theta$ 的非线性大系统(7),其孤立子系统为

$$S_i: \dot{x}_i = f_i(x_i, t, \theta). \tag{10}$$

不失一般性,设 $\theta = 0$ 时系统渐近稳定,存在李亚普诺夫函数 $v_i(x_i, t)$,并设 $f_i(x_i, t, \theta)$ 对 θ 连续,记

$$\frac{d}{dt} v_i(x_i, t) |_{(10)} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + [\nabla v_i]^T f_i(x_i, t, \theta) = -w(x_i, t, \theta). \tag{11}$$

$w_i(x_i, t, 0)$ 正定,设 $w_i(x_i, t, \theta)$ 当 $\theta \in \Theta$ 时也正定。

定义 5. 定义子系统(10)在有限域 $D(v_0)$ 中的粗壮稳定性强度为正数:

$$\text{Inf}_{\substack{v_i \leq v_{i0} \\ t \in [t_0, \infty] \\ \theta \in \Theta}} \frac{1}{2} \frac{w_i(x_i, t, \theta)}{v_i(x_i, t)} = \tilde{\gamma}_{ii}(v_0). \tag{12}$$

显然有

$$\frac{1}{2} w_i(x_i, t, \theta) \geq \tilde{\gamma}_{ii} v_i(x_i, t). \tag{13}$$

将(7)式中的内联接项分成相加项:

$$g_i(x, t, \theta) = \Sigma g_{ij}(\dots, x_j, \dots, t, \theta). \tag{14}$$

上式中 j 可以任取,只要 g_{ij} 中含有 x_j 式中可以包含重复的下标 j .为简单起见,不妨把 $g_i(\cdot)$ 中所有具重复下标 j 之和记为 g_{ii} .

定义 6. 子系统 S_j 到 S_i 在有限域 $D(v_0)$ 中的粗壮联接性强度定义为

$$\text{Sup}_{\substack{v_i(x_i, t) \leq v_{i0} \\ t \in [t_0, \infty] \\ \theta \in \Theta}} \frac{[\nabla v_i]^T g_{ij}(\dots, x_j, \dots, t, \theta)}{2\sqrt{v_i} \sqrt{v_j}} = \tilde{\gamma}_{ij}(v_0). \tag{15}$$

若上式左端为负值,则令 $\tilde{\gamma}_{ij} = 0$.

这时有

$$[\nabla v_i]^T g_{ij}(x, t, \theta) \leq 2 \sum_j \bar{r}_{ij} \sqrt{v_i} \sqrt{v_j}. \quad (16)$$

现以 $v_i(x_i, t)$ 为大系统(7)的李亚普诺夫函数,由(14)(15)及(16)式得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_i(x_i, t) |_{(7)} &= \frac{\partial v_i}{\partial t} + [\nabla v_i] f_i(x_i, t, \theta) + [\nabla v_i]^T g_i(x, t, \theta) \\ &\leq -2r_{ii}v_i + 2 \sum_j r_{ij} \sqrt{v_i} \sqrt{v_j}. \end{aligned} \quad (17)$$

引入向量

$$r = [r_1, \dots, r_N]^T, \quad r_i = \sqrt{v_i(x_i, t)},$$

最后得到含不确定参数的非线性大系统(7)的线性集结方程

$$\dot{r} = \Gamma r. \quad (18)$$

其原点 $x = 0$ 渐近稳定的条件为 Γ 为稳定的 M 阵, $D(v_0)$ 是有限稳定域的充分条件为^[5]

$$\Gamma(v_0)v_0 < 0. \quad (19)$$

大系统(7)的集结依赖于联接性强度(15)中 v_j 的选择. 不同的选择对应于不同的 Γ 阵结构. 这又对大系统的稳定性及有限稳定区域有着较大的影响, 可以应用 M 图理论考虑 Γ 的结构.

$g_i(x_i, t, \theta)$ 可表示为边集 $E_i, g_{ij}(x, t, \theta)$ 则表示 E_i 中有复合边 $E_i^{(j)}$. 集结线性化给出了一种导出图.

集结线性化得到的一般结果比较保守, 但使问题的解决变得可能, 而且简单. 在子系统数目大而且内联接比较稀疏的情况下较为有效. 复合边的集结线性化具有多种可能, 这就赋予大系统的集结方程的形式有更多类型. 向量李亚普诺夫方法所解决的大系统必须是弱联结的, 因而在集结线性化中, 应力求① Γ 的结构比较简单; ② 联接性强度 r_{ij} 比较小, 以期分析简单而得到的有限稳定域也比较大些.

四、有限区域稳定性

考虑到阵 Γ 的结构, 有以下明显结果:

判据 I. 若大系统集结线性化后, 邻接阵 $A = A_1 \dot{+} A_2 \dot{+} \dots \dot{+} A_s$, 则大系统的有限稳定区

$$D(v_0) = D(v^1) \times \dots \times D(v^s). \quad (20)$$

其中 $D(v^i)$ 为邻接阵 A_i 表示的子系统的稳定区.

若大系统或其独立子系统的邻接阵 A 可化为下三角阵

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & & & 0 \\ A_{21} & A_{22} & & \\ & & \ddots & \\ A_{\alpha 1} & A_{\alpha 2} & & A_{\alpha\alpha} \end{bmatrix},$$

对应的集结阵 Γ 可表为

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & & & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & & \\ & & \ddots & \\ \Gamma_{\alpha 1} & \dots & & \Gamma_{\alpha\alpha} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

原点稳定条件为

$$\Gamma_{ii} \mathbf{v}_{i0} = -\mathbf{s}_i, \quad \mathbf{s}_i > 0, \quad i \in \alpha. \quad (22)$$

而 $D(\mathbf{v}_0)$ 构成 (7) 式的有限稳定区还要求

$$\Gamma \mathbf{v}_0 < 0. \quad (23)$$

展开式 (23), 得到 \mathbf{s}_i 应满足的条件:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_1 &> 0, \quad \mathbf{s}_2 > -\Gamma_{21} \Gamma_{11}^{-1} \mathbf{s}_1 \dots, \\ \mathbf{s}_\alpha &> -\Gamma_{\alpha 1} \Gamma_{11}^{-1} \mathbf{s}_1 + \dots - \Gamma_{\alpha\alpha-1} \Gamma_{\alpha-1, \alpha-1}^{-1} \mathbf{s}_{\alpha-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

由此得到

判据 II. 若大系统的集结线性化系统或其独立子系统是简相联结构, 具有集结阵 Γ (21), 此系统的稳定条件为 (23), 而当 \mathbf{s}_i 满足 (24) 时, \mathbf{v}_0 可确定大系统或其独立子系统的有限稳定区 $D(\mathbf{v}_0)$.

若 Γ 阵具有最小强相联结构,

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & & \\ & \Gamma_{22} & \ddots & \\ & & \ddots & \Gamma_{\beta-1, \beta} \\ \Gamma_{\beta 1} & & & \Gamma_{\beta\beta} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Γ 稳定要求:

$$\Gamma_{ii} \mathbf{v}_{i0} = -\mathbf{s}_i < 0, \quad (26)$$

且

$$\Gamma \mathbf{v}_0 < 0, \quad (27)$$

则保证 $D(\mathbf{v}_0)$ 是有限稳定区. 条件 (27) 展开后有

$$\Gamma_{ii} \mathbf{v}_{i0} + \Gamma_{ii+1} \mathbf{v}_{i+1,0} < 0, \quad i \in \beta. \quad (28)$$

其中 $\Gamma_{\beta\beta+1} \Delta \Gamma_{\beta 1}$ 或表为

$$-\Gamma_{ii+1} \Gamma_{i+1, i+1}^{-1} \mathbf{s}_{i+1} < \mathbf{s}_i, \quad i \in \beta. \quad (29)$$

其中 $\mathbf{s}_{\beta+1} = \mathbf{s}_1$. 于是得到

判据 III. 若大系统的集结线性化系统或其子系统具有最小强相联结构, Γ 如式 (25), 则当式 (26) 成立, 且其中 \mathbf{s}_i 满足条件 (29) 时, $D(\mathbf{v}_0)$ 是其有限稳定区域.

以上给出了 \mathbf{v}_0 决定的笛卡尔积区域 $D(\mathbf{v}_0)$ 是有限稳定区的充分条件, 如果该条件不成立, 那么需要改变 \mathbf{v}_0 .

五、有限稳定区域的若干性质

对取定的 \mathbf{v}_0 , 可算出集结阵 $\Gamma(\mathbf{v}_0)$, 设 $\Gamma(\mathbf{v}_0)$ 是稳定的 M 阵, 则大系统原点 $\mathbf{x} = 0$ 渐近稳定. $D(\mathbf{v}_0)$ 是有限稳定区域的充分条件为^[4]

$$\Gamma(\mathbf{v}_0) \mathbf{v}_0 < 0. \quad (30)$$

引入定义

$$S(\boldsymbol{v}_0) = \text{Span}^+(-\Gamma^{-1}) = \{-\Gamma^{-1}\boldsymbol{s} \mid \boldsymbol{s} \geq 0\}, \quad (31)$$

则条件(30)可改写为^[5]

$$\boldsymbol{v}_0 \in S(\boldsymbol{v}_0). \quad (32)$$

有限稳定区有以下性质:

引理 1^[5]. 若 $\Gamma(\boldsymbol{v}_0)$ 是稳定的 M 阵, $S(\boldsymbol{v}_0)$ 非空, 且当 $\boldsymbol{v}_0 \rightarrow 0$ 时, $S(\boldsymbol{v}_0)$ 趋近于 \boldsymbol{v}_0 的 R^n 空间的第一卦限.

引理 2^[5]. 当 $\bar{\boldsymbol{v}}_0 \leq \boldsymbol{v}_0$ 时,

$$S(\boldsymbol{v}_0) \subset S(\bar{\boldsymbol{v}}_0).$$

引理 3. 若 $\Gamma(\boldsymbol{v}_0)$ 是稳定的 M 阵, 但条件(30)不成立, 则当 $\lambda \in [0, 1]$ 时, 利用同一集结方程不能判定 $D(\lambda\boldsymbol{v}_0)$ 是稳定区(证明略).

引理 4. 若 $\Gamma(\boldsymbol{v}_0)$ 是稳定的 M 阵, 但条件(30)不成立, 则可以取 $\bar{\boldsymbol{v}}_0 \leq \boldsymbol{v}_0$, 使得 $D(\bar{\boldsymbol{v}}_0)$ 是稳定区(证明略).

有限稳定区的确定与镇定问题:

如果用前述方法得到的稳定区比较小, 则可对系统加以镇定, 最简单的方法是将孤立子系统的状态信息形成线性反馈, 以增加子系统的稳定性强度 γ_{ii} , 或减小联接性强度 γ_{ij} . 对大系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}_i, t, \boldsymbol{\theta}) + \sum \boldsymbol{g}_{ij}(\cdots, \boldsymbol{x}_j, \cdots, t, \boldsymbol{\theta}) + B_i \boldsymbol{u}_i, \quad (33)$$

取

$$\boldsymbol{u}_i = \kappa_i \boldsymbol{x}_i,$$

可以增大 γ_{ii} , 在一般情况下, 式(11)现在为

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + [\nabla v_i]^T [\boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}_i, t, \boldsymbol{\theta}) + B_i \kappa_i \boldsymbol{x}_i] = -w_i(\boldsymbol{x}_i, t, \boldsymbol{\theta}, \kappa_i),$$

选择 $\kappa_i = [k_{ij}^{(i)}]$, 使得

$$\tilde{\gamma}_{ii} = \sup_{\kappa_i} \inf_{\substack{\boldsymbol{x}_i \in D_i(v_{i0}) \\ \boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Theta}, t \in [t_0, \infty)}} \frac{1}{2} \frac{w_i(\boldsymbol{x}_i, t, \boldsymbol{\theta}, \kappa_i)}{v_i(\boldsymbol{x}_i, t)},$$

就得到强化的稳定性强度.

若取

$$\boldsymbol{u}_i = \kappa_{ij} \boldsymbol{x}_j,$$

可得到削弱了的联接性强度:

$$\tilde{\gamma}_{ij} = \inf_{\kappa_{ij}} \sup_{\substack{\boldsymbol{x} \in D(\boldsymbol{v}_0) \\ \boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Theta} \\ t \in [t_0, \infty)}} \frac{[\nabla v_i]^T [\boldsymbol{g}_{ij}(\cdots, \boldsymbol{x}_j, \cdots, t, \boldsymbol{\theta}) + B_i \kappa_{ij} \boldsymbol{x}_j]}{2\sqrt{v_i} \sqrt{v_j}}.$$

可以根据 $\Gamma(\boldsymbol{v}_0)$ 的结构及数值对较小的稳定性强度 γ_{ii} 进行强化, 而对较大的又起主要作用的联接强度 γ_{ij} 进行削弱, 从而得到新的线性集结阵 $\tilde{\Gamma}$, 这样就可以求出更大一些的稳定区.

参 考 文 献

- [1] Siljak, D. D., Large-Scale Dynamic Systems: Stability and Structure, Elsevier North Holland, New

York, 1978.

- [2] Michel, A. N., Miller, R. K., *Qualitative Analysis of Large-Scale Dynamical Systems*, New York, Academic Press, 1977.
- [3] Jamshidi, M., *Large-Scale Systems: Modeling and Control*, North-Holland, New York, 1983.
- [4] Wissenburger, S., *Stability Regions of Large-Scale Systems*, *Automatica*, 9(1973).
- [5] 高为炳, 关于非线性大系统的集结方程与稳定性, *自动化学报*, 第 10 卷, 第 2 期, 1984.
- [6] Wang Tang, Michel, A. N, Hale, H. W., On Structure and Stability of Interconnected Dynamical Systems, *IEEE Trans on CAS*, 27-CAS, 1980.
- [7] 高为炳, 大系统的多层结构、稳定性与镇定, *中国科学*, A 辑, 第 1 期, 1981.
- [8] Himmelblau, D. M., *Decomposition of Large-Scale System*, Netherlands. North-Holland, 1973.

ROBUST STABILITY IN FINITE REGION OF LARGE SCALE SYSTEMS

GAO WEIBING

(*Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

The stability of nonlinear large scale systems containing constrained uncertain parameters is studied in this paper. This kind of stability is called robust stability when the vectors of the parameters are constrained. The large scale system can be reduced to a linear system by aggregation linearization via Liapunov functions in the finite region of the state space containing the origin. This linear system obtained is not unique due to the flexibility occurring in linearization. It is shown that the hierarchical structure of the large scale system established by graph theoretic method can simplify the finite region stability criteria and help in choosing local feedbacks for stabilizing the large scale system.