第12卷 第2期 自动化学报 Vol. 12, No. 2
1986年4月 ACTA AUTOMATICA SINICA Apr., 1986

利用最优输出反馈的鲁棒调节器设计方法

王诗宓
(清华大学)

摘 要

本文提出了在阶跃型及斜坡型参考输入及干扰下，鲁棒调节器的一种设计方法．这种方法是将稳定补偿器的设计转化为输出反馈二次型调节器的设计．利用梯度矩阵的表达式，就可以采用一般单参数寻优方法获得一个简单的调节器．对燃气轮机模型的仿真研究说明了这种调节器的鲁棒性．最后对这一方法作了扼要讨论．

一、引 言

无论用分析方法还是实验方法，所得系统的线性模型一般只能在一定程度上近似于实际系统．即便求得的模型十分精确，而运行条件的变化及扰动也有可能使所得模型更加偏离实际系统．所以在系统参数发生一定程度的偏离时，总是希望所设计的调节器仍能维持正常工作，同时也希望运行过程中出现的某种类型的干扰不会影响调节器正常的调节工作．

Davison 等人的鲁棒调节器理论及结构是针对这一问题提出的[1,2]．假设参考输入或干扰中的每一个元素可以同时满足某一线性常微分方程时，只要系统满足一定的存在性条件，就可利用相应的结构设计调节器，以获得稳定的闭环系统，并达到跟踪或调节的目的．根据这些存在性条件可以发现，大多数情况下，只要输入量的数目不小于输出量的数目，被调节的输出量可以测量或重构，则这类鲁棒调节器是可以设计的．由于理论的推导不取决于对象参数、补偿器参数的具体数值，所以只要这些参数的变化没有导致闭环系统的不稳定，则不影响跟踪和调节的目的，从而表现出很强的鲁棒性．文献 [3] 讨论了控制器的各种设计方法．

二、利用最优输出反馈的设计方法

在许多实际工业过程中，经常出现一种阶跃型或斜坡型的参考输入或干扰．这时调节器将变得格外简单，从而有可能采用较简单的补偿器以得到较理想的系统[4]．

本文于1984年4月3日收到．

在阶跃参考输入或干扰下，伺服补偿器有

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \boldsymbol{e} \tag{1}$$

的形式，增广系统可以写成

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{\eta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} \boldsymbol{u}, \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{\eta}_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{\eta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}. \end{aligned} \tag{2}$$

所需要的控制可以表示为

$$\boldsymbol{u} = -K_0\boldsymbol{\xi} - K_1\boldsymbol{\eta}_1 = -\tilde{K}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \boldsymbol{\eta}_1 \end{bmatrix}, \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{\xi}$ 为稳定补偿器的输出，$\tilde{K} = [K_0\ K_1]$. 将方程 (2) 对时间取一次导数，并设

$$\tilde{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \end{bmatrix},\ \tilde{\boldsymbol{u}} = \dot{\boldsymbol{u}} \text{ 及 } \tilde{\boldsymbol{y}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{y}} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \end{bmatrix},$$

便产生一个新的系统

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} &= \bar{A}\tilde{\boldsymbol{x}} + \bar{B}\tilde{\boldsymbol{u}}, \\ \tilde{\boldsymbol{y}} &= \bar{C}\tilde{\boldsymbol{x}} + \bar{D}\tilde{\boldsymbol{u}}. \end{aligned} \tag{4}$$

在斜坡型参考输入下，求对时间的二次导数并作相应的处理，也可得到形状一致的方程.

利用输出反馈的二次型最优调节器形式，控制器将直接接收系统的输出信号，因而不需要专门设计动态的稳定补偿器，式 (3) 中的 $\boldsymbol{\xi}$ 也将直接由 $\boldsymbol{y}$ 代替. 定义性能指标

$$\hat{J} = E\int_0^\infty \frac{1}{2}(\tilde{\boldsymbol{y}}'Q\tilde{\boldsymbol{y}} + \tilde{\boldsymbol{u}}'R\tilde{\boldsymbol{u}})d\tau, \tag{5}$$

其中 $Q \geqslant 0$; $R > 0$, 且有相应维数. 可以推得使 (5) 式最小的输出反馈矩阵为

$$\tilde{K} = \bar{K}(I - \bar{D}\bar{K})^{-1}, \tag{6}$$

其中 $\bar{K}$ 可由必要条件

$$\frac{\partial \hat{J}}{\partial \bar{K}} = \{[R\bar{K} - \bar{D}'Q(I - \bar{D}\bar{K})]\bar{C} - \bar{B}'V\}L\bar{C}' = 0 \tag{7}$$

求得. 而 L 和 V 则分别由下述两个李雅普诺夫方程求得:

$$(\bar{A} - \bar{B}\bar{K}\bar{C})L + L(\bar{A} - \bar{B}\bar{K}\bar{C})' + I = 0, \tag{8}$$

$$\begin{aligned} &(\bar{A} - \bar{B}\bar{K}\bar{C})'V + V(\bar{A} - \bar{B}\bar{K}\bar{C}) \\ &\quad + \bar{C}'[(I - \bar{D}\bar{K})'Q(I - \bar{D}\bar{K}) + \bar{K}'R\bar{K}]\bar{C} = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

所需的控制器 K_0, K_1 (斜坡情况下还有 K_2) 可由 $\tilde{K}$ 适当分块而得.

对于文献 [5] 中的后燃式燃气轮机模型，作者进行了阶跃情况下的调节器设计. 原系统有一个 16 阶模型. 主要控制要求是: 在不破坏各物理限制的前提下，驾驶员可以增加动力操纵杆角度以迅速稳定地获得所需的推力. 简化模型取自文献 [6]，这是一个三输入三输出的五阶系统. 由于对操作器输出的限制主要针对信号变化速度而言，所以可利用加权矩阵对角元素与相应变量的平方成反比的原则选择 R，而 Q 则根据推力变化迅速无超调的要求试定. 计算机仿真结果表明输出响应合乎要求: 推力变化迅速，只有极小超调; 其它各输出变化均很小; 控制信号均在限定范围之内. 将这一调节器用于原 16 阶模型，各项指标也仍基本满足要求. 这说明了这种调节器对系统参数变化的鲁棒性.

三、讨　论

(1) 本文所述方法是将稳定补偿器问题转化为一个输出反馈线性二次型调节器问题．梯度矩阵以解析式给出，从而易于利用一般的单参数寻优方法求解．

(2) 推导中虽采用了被测量和控制量的某些微分信号，但这种设想的微分器和积分器均出现于同一个常数反馈回路内，因而在控制器实现时是不存在的．将 $\tilde{K}$ 直接施加于原来的系统即可使各变量的某阶导数趋于零，从而起到了调节或跟踪的作用，并达到了所要求的稳定状态．

(3) 本问题的解 $\tilde{K}$ 看起来似乎取决于矩阵 $I-\overline{D}\overline{K}$ 的奇异性．实际上导致奇异性的 $\overline{K}$ 或 $\overline{D}$ 只构成空间中的一个超曲面，因而这种几率极小．即便遇到这种情况，略微修改 Q 或 R 中的元素即可避免 $I-\overline{D}\overline{K}$ 奇异的情况．

(4) 只要参考输入或干扰可以表示为多项式形式，本方法即可推广．当然，更高阶的信号会导致增广系统阶数增加．这可能造成数值计算的困难．另外，本方法不适用于信号为正弦波的情况．

参　考　文　献

[1] Davison, E. J. and Goldenberg, A., Robust Control of a General Servomechanism Problem: The Servo Compensator, *Automatica*, **11**(1975), 461—471.

[2] Davison, E. J., The Robust Control of A Servomechanism Problem for Linear Time-Invariant Multivariable Systems, *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-**21**(1976), 25—34.

[3] Davison, E. J. and Ferguson, I. J., The Design of Controllers for the Multivariable Robust Servomechanism Problem Using Parameter Optimization Methods, *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-**26** (1981), 93—110.

[4] Wang, S. and Munro, N., An Optimal Design Approach for the Robust Controller Problem, *Int. J. Control*, **38**(1983), 61—85.

[5] Sain, M. K. et al., Alternatives for Linear Multivariable Control, Chicago National Engineering Consortium, 1978.

[6] Cook, P. A. and Hassan, M. M. M., The Use of Model Following Methods to Simplify Linear Systems, *Large Scale Systems*, **2**(1981), 123—142.

A DESIGN METHOD FOR ROBUST CONTROLLER USING OPTIMAL OUTPUT FEEDBACK

Wang Shifu

(Tsinghua University)

Abstract

A robust controller design method for a system under step or ramp reference inputs or disturbances is presented in this paper. The design problem of a stabilizing compensator is converted into a linear quadratic problem with the output feedback. The explicit expression of the gradient matrix allows the use of the optimization technique with a single parameter. The simulation study of a gas-turbine model demonstrates the robustness of the controller. A brief discussion is also given.