

# 控制系统最经济结构综合的应用研究<sup>1)</sup>

王庆国 孙优贤 周春晖  
(浙江大学)

## 摘 要

本文从系统的机理分析和工程应用的角度,研究了控制系统最经济结构综合的物理意义和应用价值,提出了控制系统指定最经济结构的综合问题。通过对纸机控制系统最经济结构的综合和工程实施,表明综合的系统不仅投资少、性能好,而且结构简化,使系统便于实施和维修,提高了系统的可靠性和运转率。

## 一、引 言

文献[1]提出了控制系统的最经济结构综合问题。最经济结构综合是在给定的技术性能指标下,设计和建造一个控制系统,使所支付的经济代价目标函数取最小值<sup>[1]</sup>。文献[1]发表后,引起了广泛的讨论,本文给出对纸机控制系统的最经济结构综合的应用结果,表明最经济结构综合具有重要的实用意义和学术意义。

在控制系统的设计中,首先遇到的是结构设计问题,目前主要依靠设计人员的工程经验解决。但是,随着控制系统的日趋复杂和庞大,经常面临多变量和大系统的控制问题,此时,系统的输入和输出维数可高达几十甚至几百,使得经验设计难以奏效。因此,迫切需要控制系统结构综合的理论和方法。

结构综合不能孤立地进行,它必须保证控制系统能够达到预定的技术指标。换句话说,由结构综合得到的开环系统,应能运用反馈控制理论,尤其是现代控制理论,设计出高性能的闭环控制系统。因此,在结构综合时,要考虑技术性。

结构综合还必须考虑经济性。经济性不仅仅在于节省了控制和测量装置,更重要的在于通过结构综合降低控制系统的复杂性(如可以免去一些特殊变量的测量),取得更加巨大的经济效益。

## 二、指定最经济结构的综合

对于线性系统:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx},\end{aligned}$$

本文初稿于1983年7月22日收到,修改稿于1985年2月22日收到。

1) 本文曾发表在 Proceedings of International Conference on Industrial Process Modelling and Control, Vol.1, p. 423, Hangzhou, 1985.

其中  $x$ ,  $u$  和  $y$  分别为  $n$ ,  $m$  和  $l$  维向量,  $A$ ,  $B$  和  $C$  为适当大小的常数矩阵. 许多作者以能控性和能观性为技术约束; 控制装置和测量装置的投资为经济指标, 研究最经济结构的综合问题<sup>[1-4]</sup>, 可归纳如下:

**提法 1.** 对给定的  $A$ , 综合  $B_s$  和  $C_s$ , 使  $\{A, B_s\}$  能控,  $\{A, C_s\}$  能观, 并使  $B_s$  和  $C_s$  中非零元素的数目最少<sup>[1-2]</sup>, 或  $B_s$  (或  $C_s$ ) 中非零列(或行)的数目最少<sup>[3-4]</sup>.

以下讨论上述问题的物理意义和实用价值. 按提法 1 综合的系统  $\{A, B_s, C_s\}$ , 由于它的能控性和能观性, 使得能用现代控制理论设计控制系统, 因而所选技术约束是可行的. 值得注意的是, 综合得到的  $B_s$  和  $C_s$  与原系统本身的  $B$  和  $C$  无联系, 两者一般是不同的, 有时甚至差别很大. 为了使综合的系统变成一个实际的物理系统, 就需要对原系统进行生产设备的改造, 使  $\{B, C\}$  成为  $\{B_s, C_s\}$ . 但生产设备的改造需付出额外的经济代价, 而且由于技术或经济上的原因, 这样的改造并不一定都具有可能性. 于是, 自然地提出下列问题:

- 1) 如何在不改造物理过程的条件下综合控制系统的经济结构;
- 2) 如果过程改造在技术上是必要的, 则如何以最少<sup>·</sup>的过程改造达到指定的技术指标.

问题 1) 可叙述为

**提法 2.** 设  $B(p)$  是  $B$  中  $p$  个不同的列向量所组成的矩阵,  $C(q)$  是  $C$  中  $q$  个不同的行向量组成的矩阵. 当  $\{A, B, C\}$  给定时, 综合  $B(p)$  和  $C(q)$ , 使  $\{A, B(p)\}$  能控;  $\{A, C(q)\}$  能观, 并使  $p$  和  $q$  最小(记为  $p_{\min}$  和  $q_{\min}$ ).

应当指出, 提法 2 不同于提法 1 之处, 在于按提法 2 综合的  $B(p_{\min})$  和  $C(q_{\min})$  取自原系统的  $B$  和  $C$ , 因而实施这样的系统不需要对生产设备进行改进. 此时, 最经济结构综合, 简单地意味着从原系统的  $m$  个输入和  $l$  个输出中取出  $p_{\min}$  个输入和  $q_{\min}$  个输出, 使由此构成的系统是能控能观的, 并且是结构最简单的.

为了综合提法 2 下的最经济结构, 首先对原系统进行状态变换, 使  $A$  变为若当型  $A^*$ ;  $B$  和  $C$  相应地变为  $B^*$  和  $C^*$ . 在  $A^*$  为若当型的条件下, 容易判别系统在任意输入或若干个输入下系统的能控性<sup>[5]</sup>. 在若当型  $A^*$  中取出具有相同特征值的若当块及其每个若当块的最后一行, 在  $B^*$  中找出与此对应的行, 由此形成一个子系统. 若  $B^*$  中的这些行是线性独立的, 则此子系统是能控的. 若每一个这样的子系统都是能控的, 则系统是能控的. 据此, 可提出如下的综合算法: 设  $p = 1$ , 判别任意  $p$  个输入下的系统能控性. 若能控, 则  $p = p_{\min}$ , 结束; 否则,  $p$  增加 1, 重复上述过程.  $C(q_{\min})$  的综合类似.

若按提法 2 综合得到的最经济结构系统是令人满意的, 设计就得到圆满的解决. 但若在提法 2 综合的结构中出现: ①控制或测量装置仍然太多; ②某些输入或输出难于用作控制输入(如煤块、腐蚀性物料等)或测量输出(如密度、化学成份等)(因为如把它们用作控制输入和测量输出, 将导致低的控制品质和高的维修费用)时, 有必要进一步简化系统结构, 以除去上面提到的不理想输入和输出. 为简单起见, 以下仅限于讨论涉及  $B$  的能控性方面, 由对偶定理不难得到关于  $C$  的能观性方面的结论. 把  $u$  分块成  $[u_1^T u_2^T]^T$ , 其中  $u_1$  是选作控制的输入;  $u_2$  为其余的输入. 据此, 系统方程为

$$\dot{x} = Ax + B_1 u_1 + B_2 u_2.$$



问题 2) 就是通过生产设备的改造, 把  $B_1$  变为  $B_{1s}$ , 使  $\{A, B_{1s}\}$  能控, 并使所需的生产设备改造尽可能少. 作者称此为指定最经济结构的综合, 可归结为:

**提法 3.** 对给定的  $\{A, B = [B_1 B_2]\}$ , 综合  $B_{1s}$ , 使  $\{A, B_{1s}\}$  能控,  $\Delta B_1 (\triangleq B_{1s} - B_1)$  中非零元素的数目最少.

对提法 3 作如下说明:

当  $A$  给定时,  $B_1$  仅取决于系统本身的物理特性, 所以当  $\Delta b_{ij} = 0$  时,  $b_{ij}$  表征的系统物理联系不需要改造. 而当  $\Delta b_{ij} \neq 0$  时,  $b_{ij}$  必须通过生产设备的物理改造使其变为  $b_{sij} = b_{ij} + \Delta b_{ij}$ . 因此,  $\Delta B_1$  中非零元素的数目最小化, 意味着生产设备的改造量为最少.

提法 3 与提法 1 有很大差别. 如前所述, 按提法 1 综合的  $B_s$  与原系统的  $B$  无内在关系, 因而为达此  $B_s$  可能要花费较高的改造费用, 并且还不一定能实现. 另一方面, 提法 3 是尽量用原系统的内在物理特性, 以使用最少的设备改造构成指定输入下的能控结构. 因而它的解必定更实用, 更经济.

为了综合提法 3 下的指定最经济结构, 再次使用状态变换  $x = Px^*$ , 使  $A$  简化为若当型. 在此变换下, 原系统变为

$$\dot{x}^* = A^*x^* + B_1^*u_1 + B_2^*u_2,$$

其中  $A^* = P^{-1}AP$ ;  $B_1^* = P^{-1}B_1$  和  $B_2^* = P^{-1}B_2$ . 待综合的系统在此变换下成为

$$\dot{x}^* = A^*x^* + B_{1s}^*u_1 + B_2^*u_2,$$

其中  $B_{1s}^* = P^{-1}B_{1s}$ . 因为

$$\Delta B_1 = P[B_{1s}^* - B_1^*],$$

并且  $A^*$  已为若当型, 所以容易构造一个  $B_{1s}^*$ , 使  $\{A^*, B_{1s}^*\}$  能控,  $(B_{1s} - B_1)$  中的非零元素数目最少.

### 三、应 用

用一个纸机控制系统最经济结构综合的实例, 说明本文所述方法. 某纸机的工艺流程图如图 1 所

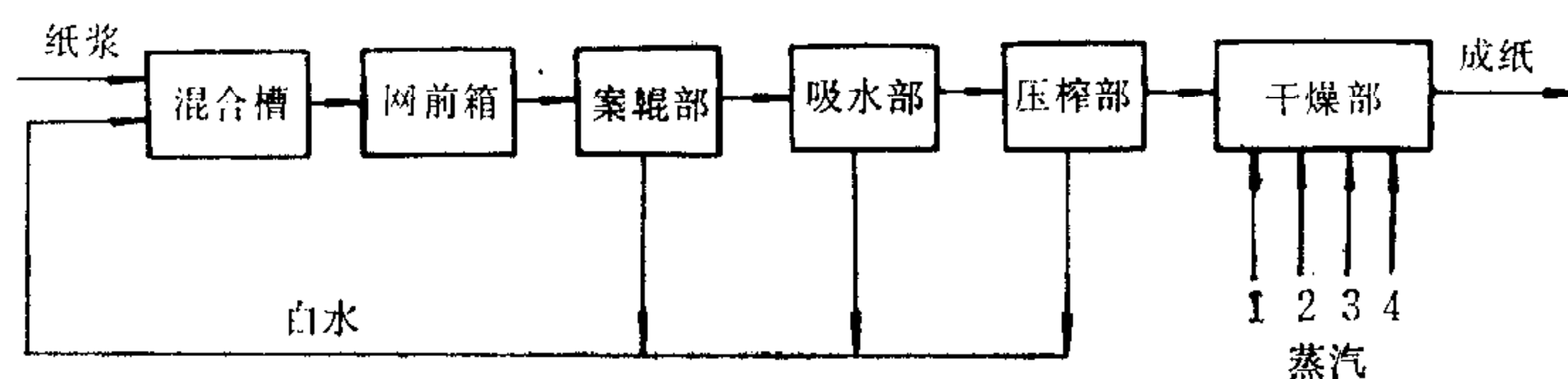


图 1 纸机流程图

示. 原料纸浆与白水在混合槽中混合后, 经管道流入网前箱. 网前箱中浆的浓度 ( $c$ ) 和液位 ( $H$ ) 是决定纸张定量 ( $z$ ) 的重要工艺参数, 其大小取决于纸浆流量 ( $G_p$ ) 和浓度 ( $c_p$ ), 白水流量 ( $G_w$ ) 和浓度 ( $c_w$ ), 以及浆口开度 ( $h$ ) 等. 浆料从网前箱出浆口上网, 经案辊、吸水箱和压辊逐渐脱水, 并形成湿纸页. 影响脱水的主要因素是机器速度 ( $V$ )、吸水箱的真空度 ( $\Delta p$ ) 和线压力 ( $p$ ) 等. 湿纸页离开压榨部后进入干燥部, 在一系列内通蒸汽的烘缸上被加热, 并蒸发其中的水分, 最后达到需要的成纸水含量 ( $x_f$ ). 干燥部由 4 组 22 只烘缸组成, 每组烘缸各有一根管子供给蒸汽, 蒸汽压力分别为  $P_1, P_2, P_3$  和  $P_4$ .

根据造纸过程的机理分析,结合一系列的数学处理,建立如下纸机的离散状态空间模型<sup>1)</sup>:

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k), \quad (1a)$$

$$\mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k), \quad (1b)$$

其中

$$\mathbf{x} = [HcT_1T_2T_3x_czx_f]^T,$$

$$\mathbf{u} = [G_p c_p G_w h V \Delta p p P_1 P_2 P_3 P_4]^T,$$

$$\mathbf{y} = [Hc zx_f]^T.$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.92 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.90 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.93 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.97 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.45 & -0.40 & -1.2 & -3.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.35 & 0.85 & -0.31 & -0.52 & -0.78 & -0.62 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & -0.32 & -0.02 & -0.05 & -0.24 & 0.11 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & 1.2 & 0 & -3.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5.0 & 0.2 & -1.5 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.0 & -0.1 & -1.2 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

对系统(1)施行状态变换,有:

$$A^* = \text{diag}\{0.98 \ 0.97 \ 0.93 \ 0.92 \ 0.90 \ 0J_7\},$$

$$J_7 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B^* = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & 1.2 & 0 & -3.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5.0 & 0.2 & -1.5 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.251 \\ 2.4 & 0.01 & -0.86 & 0.05 & 0.47 & -0.13 & 0.2 & 0.09 & -0.002 & -0.21 & -0.22 & 0.06 \\ -0.34 & -0.002 & 0.027 & -0.009 & 0.1 & -0.22 & -0.2 & -0.09 & 0.01 & 0.2 & 0.21 & 0 \\ -0.05 & -0.0014 & 0.1 & -0.007 & 0.03 & -0.13 & 0 & 0 & -0.0024 & -0.05 & -0.06 & 0.02 \end{bmatrix},$$

1) 王庆国,造纸过程的建模及控制,浙江大学硕士学位论文,1984年.

$$C^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.05 & 0.6 & 0.53 & 1.5 & -0.8 & 0 & 5.6 & 0 \\ 0.18 & -0.59 & -0.18 & 0.12 & -0.24 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

按提法 2 综合得到的纸机控制系统能控能观结构为  $\{A, B(5), C(2)\}$ , 其中  $B(5) = [b_1 b_2 b_{10} b_{11} b_{12}]$ ,  $C(2) = [c_3 c_4]$ , 对应的输入是  $\{G_p, P_1, P_2, P_3, P_4\}$ , 输出是  $\{z, x\}$ .

通过上述综合, 输入从 12 个减少为 4 个, 输出由 4 个减为 2 个. 生产实践表明, 纸浆流量  $G_p$ 、蒸汽压力  $P_3$  和  $P_4$  分别对成纸定量  $z$ 、施胶前水分  $x_c$  和成纸水分  $x_f$  影响最大. 因此, 选取指定最经济结构的输入为  $u_1 = [G_p, P_3, P_4]$ , 对应的  $B_1 = [b_1 b_{11} b_{12}]$  以及

$$B_1^* = \begin{bmatrix} 1.2 & 5.0 & 0 & 0 & 0 & 2.4 & -0.34 & 0.05 \\ 0 & 0 & 0 & 0.36 & 0 & -0.22 & 0.21 & -0.06 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.251 & 0.06 & 0 & 0.02 \end{bmatrix}^T.$$

显见, 其中的第三行为零行, 所以  $\{A^*, B_1^*\}$  是不能控的. 选取

$$B_{1s}^* = \begin{bmatrix} 1.2 & 5.0 & e_1 & 0 & 0 & 2.4 & -0.34 & 0.05 \\ 0 & 0 & 0 & e_2 & 0 & -0.22 & 0.21 & -0.06 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.06 & 0 & 0.02 \end{bmatrix}^T,$$

只要  $e_1 \neq 0$ ,  $e_2 \neq 0$ , 则  $\{A^*, B_{1s}^*\}$  是能控的. 回到原系统得到

$$B_{1s} = \begin{bmatrix} 1.2 & 5.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_1 & e_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

以及

$$\Delta B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_1 & e_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

$e_1$  和  $e_2$  不为零, 意味着在压力  $P_3$  变化时, 不仅要影响到温度  $T_2$ , 还要影响到温度  $T_1$ . 这很容易通过下述工艺改造来实现. 把图 1 中的第 1, 2, 3 根蒸汽管连到一根总管上, 然后控制此总管的蒸汽压力. 在此生产设备改造下,  $B_1$  成为  $B_{1s}$ , 其中  $e_1 = 0.3$ ;  $e_2 = 0.36$ . 于是, 完成了指定最经济结构的综合, 得到了 3 个输入, 2 个输出的系统.

按纸机控制系统的上述指定最经济结构, 作者设计和实施了计算机控制系统, 并已连续运行一年多, 取得了很好的效果. 系统运行可靠、生产稳定、断纸减少、产量提高 2.3%; 产品质量也明显提高. 对  $60\text{g}/\text{M}^2$  书写纸定量波动小于  $\pm 0.5\text{g}/\text{M}^2$ ; 水分波动小于  $\pm 0.25\%$ ; 浆耗降低 1.3%. 根据结构综合的要求, 作者采用了两组蒸汽分别控制施胶前水分和成纸水分, 并提高了施胶前水分, 因而蒸汽消耗降低了 27.6%. 目前, 国际上一般降低 5—10%.

## 四、结 论

本文根据系统的内在机理分析和工程的实际要求, 提出了不改造生产设备条件下的最经济结构综合和需要生产设备改造的指定最经济结构综合问题. 对于给定的输入和输出, 指定最经济结构能以最少的设备改造使系统满足给定的技术指标. 纸机控制系统最经济结构的综合结果表明, 综合的系统具有结构简单、投资经济和实施容易的优点.

纸机控制系统最经济结构综合的应用结果,表明从经济控制的观点,结合生产过程的实际情况对生产设备进行必要的改造,可以取得显著的经济技术效益。

### 参 考 文 献

- [1] 涂序彦,最经济控制系统结构综合,自动化学报,8(1982), No. 2, 103.
- [2] 陈兆宽、张荣祥,线性控制系统最经济结构综合的代数方法,自动化学报,7(1981), No. 3, 237.
- [3] 陈兆宽、刘维,分型能控的最小输入向量数与分型最经济结构综合解,山东大学学报(自然科学版), 1982, No. 2, 49.
- [4] Gabasov, R. and Kirillova, F., The Qualitative Theory of Optimal Processes, Marcel Dekker (1972).
- [5] 关肇直、陈翰馥,线性控制系统的能控性和能观性,科学出版社 (1975).

## APPLICATION ASPECTS OF MOST ECONOMICAL STRUCTURE SYNTHESIS FOR CONTROL SYSTEMS

WANG QINGGUO    SUN YOUXIAN    ZHOU CHUNHUI  
(Zhejiang University)

### ABSTRACT

In this paper, from the physical analysis and engineering application point, the applicability of the most economical structure synthesis of linear control systems is studied, and a new idea, the most economical specific structure and its synthesis algorithm are presented. The application of this synthesis method to a paper machine control system shows that the resulted control system not only performs satisfactorily and requires low investment, but also makes implementation and maintenance easier. The reliability and working rate of this control system is improved greatly than that of the original one, and economical profit obtained from the new control scheme is very significant.