第 13 卷 第 1 期 自 动 化 学 报 Vol. 13, No. 1
1987 年 1 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Jan., 1987

关于经济信息结构综合方法的研究

胡仰曾　蒋慰孙
(华东化工学院)

摘　要

继镇定系统和配置系统极点的经济信息结构(以下简记为 EIS)的两种综合方法——搜索法和固定模法[1],本文提出了第三种综合方法:分解合成法.该方法不仅简单,且揭示了被配置的特征值和 EIS 中信息通道分布之间的关系.除对固定模方法予以补充介绍外,本文详细地论证了分解合成综合方法,并举实例予以说明.

一、引　言

文献 [2, 3] 提出"最经济控制"的概念.闭环系统的最经济镇定、最经济极点配置是最经济控制中的两个重要问题[4-7].设有系统 (C, A, B):

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t) &= A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t)\\ \boldsymbol{y}(t) &= C\boldsymbol{x}(t)\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

和信息结构(以下简记为 IS)K^*[1,8],其中状态 $\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^n$,输入 $\boldsymbol{u}\in\boldsymbol{R}^r$,输出 $\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{R}^m$,$K^*$ 为 $r\times m$ 维结构矩阵,A, B 和 C 为具有相应维数的实值矩阵.设有输出反馈控制器[1,8]

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{z}}(t) = S\boldsymbol{z}(t) + R\boldsymbol{y}(t),\\ &\boldsymbol{u}(t) = Q\boldsymbol{z}(t) + K\boldsymbol{y}(t) + \boldsymbol{v}(t),\\ &K\in\mathscr{R}(K^*),\ R\in\mathscr{R}(R^*),\ R^{*\underbrace{(\tilde{n}_1,\tilde{n}_2,\dots,\tilde{n}_r)}}K^*,\\ &S = \text{block diag}(S_1, \cdots, S_r),\ S_i\in\boldsymbol{R}^{\tilde{n}_i\times\tilde{n}_i},\ i = 1, \cdots, r.\\ &Q = \text{block diag}(Q_1, \cdots, Q_r),\ Q_i\in\boldsymbol{R}^{1\times\tilde{n}_i},\ i = 1, \cdots, r\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

其中 $\tilde{n}_i(i=1,\cdots,r)$ 为非负整数,$z\in\boldsymbol{R}^{\tilde{n}}$,$\tilde{n}=\sum_{i=1}^{r}\tilde{n}_i$.由于在控制器 (2) 中,当且仅当 $(i, j)\in K^*$ 时,u_i 的产生同 y_j 有关,即存在 y_j 至 u_i 的信息通道,故称控制器 (2) 在 IS K^* 下.若系统 (1) 的待设计的控制器必须在 K^* 下,则称系统在 K^* 下.$(C, A, B; K^*)$ 表示 K^* 下的系统 (C, A, B).

对于很大一类系统,控制器的投资及系统的运行费用近似等于 $\mu\cdot N(K^*)$.其中 μ 是每个信息通道的设备投资及运行费用;$N(K^*)$ 表示 IS K^* 中的信息通道个数.对于此类系统,在满足给定技术性能指标的前提下,对具有最少信息通道的 IS 实施的控制将是最经济的.

本文于 1984 年 12 月 24 日收到.

由系统 (1) 和 IS K^* 下的控制器 (2) 组成的闭环系统为

$$\left.\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}(t)\\ \dot{\boldsymbol{z}}(t)\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}A+BKC & BQ\\ RC & S\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B\\ 0\end{bmatrix}\boldsymbol{v}(t)\\ \boldsymbol{y}(t) &= [C\ \ 0]\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)\end{bmatrix}\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

定义 1. 给定系统 (1) 和 IS K^*,如果存在 K^* 下的控制器 (2),使闭环系统 (3) 渐近稳定,则称系统 (1) 在 K^* 下可被镇定.

定义 2. 给定系统 (1) 和 IS K^*, 若满足条件: (i) 系统在 K^* 下可被镇定; (ii) 任意 IS H^*, 如果 $N(H^*) < N(K^*)$, 系统在 H^* 下必不可被镇定,则称 K^* 是镇定系统 (1) 的 EIS.

定义 3. 给定系统 (1) 和 IS K^*, 如果对复平面上的任意非空对称开集 D (即若 $\lambda \in D$, 则 $\bar{\lambda} \in D$. $\bar{\lambda}$ 是 λ 的共轭复数), 存在 K^* 下的控制器 (2), 使闭环系统 (3) 的全体极点位于 D 内,则称系统 (1) 在 K^* 下极点可被配置.

定义 4. 给定系统 (1) 和 IS K^*, 若满足条件: (i) 系统在 K^* 下极点可被配置; (ii) 任意 IS H^*, 如果 $N(H^*) < N(K^*)$, 系统在 H^* 下极点不可被配置,则称 K^* 是配置系统 (1) 极点的 EIS.

文 [4] 提出了极小化信息传输代价的 IS 的有限穷举的综合方法. 文 [5] 研究了参数不完全系统的最小信息镇定问题. 文 [6] 研究了静态的状态反馈和输出反馈的最经济结构综合问题. 文 [7] 研究了可镇定闭环最经济结构综合问题. 本文研究镇定系统和配置系统极点的 EIS 的综合方法. 限于篇幅,略去部分结论的证明.

二、EIS 的存在条件及判定方法

给定系统 (1) 和 IS K^*. 分别记 $F_m(C, A, B; K^*)$ 和 $F_m^{us}(C, A, B; K^*)$ 为系统 (C, A, B) 关于 K^* 的固定模集合和不稳定的固定模集合. 记 $M_{\bar{c}o r\bar{o}}(C, A, B)$ 为系统 (C, A, B) 的不可控模、不可观模的集合.

文 [1] 指出,系统 (1) 在一般 IS K^* 下可被镇定的充要条件是 $F_m^{us}(C, A, B; K^*) = \phi$ (空集);系统 (1) 在 K^* 下极点可被配置的充要条件是 $F_m(C, A, B; K^*) = \phi$. 下面据此给出 EIS 的判定方法.

结论 1. IS K^* 是镇定系统(配置系统极点)的 EIS, 当且仅当 (i) $F_m^{us}(C, A, B; K^*) = \phi(F_m(C, A, B; K^*) = \phi)$; (ii) 任意 IS H^*, 若 $N(H^*) < N(K^*)$, 必有 $F_m^{us}(C, A, B; H^*) \neq \phi(F_m(C, A, B; H^*) \neq \phi)$.

下面的两个定理指出了上述两种 EIS 存在的充要条件.

定理 1. 给定系统 (C, A, B), 则存在镇定系统的 EIS 的充要条件是 $M_{\bar{c}or\bar{o}}^{us}(C, A, B) = \phi$, 即系统可稳定和可检测. 其中

$$M_{\bar{c}or\bar{o}}^{us}(C, A, B) \triangleq \{\lambda : \lambda \in M_{\bar{c}or\bar{o}}(C, A, B),\ R_e\lambda \geq 0\}.$$

理定 2. 给定系统 (C, A, B), 则存在配置系统极点的 EIS 的充要条件是 $M_{\bar{c}or\bar{o}}(C, A, B) = \phi$, 即系统完全可控可观.

三、EIS 的固定模综合方法

设系统 (1) 中，$B=[b_1, b_2, \cdots, b_r]$, $C=[c_1^T, c_2^T, \cdots, c_m^T]^T$, $b_i(i=1, 2, \cdots, r)$ 和 $c_j^T(j=1, 2, \cdots, m)$ 均为 n 维向量. 并设 $q, i_1, i_2, \cdots, i_q, j_1, j_2, \cdots, j_q$ 为正整数,满足条件

$1\leqslant q\leqslant \min(r, m)$, $1\leqslant i_1<i_2<\cdots<i_q\leqslant r$, $1\leqslant j_1<j_2<\cdots<j_q\leqslant m$,

构造系统 $(\bar{C}, A, \bar{B})$:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}(t)&=A\bar{\boldsymbol{x}}(t)+\bar{B}\bar{\boldsymbol{u}}(t),\\ \boldsymbol{y}(t)&=\bar{C}\bar{\boldsymbol{x}}(t).\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{x}}\in \boldsymbol{R}^n$, $\bar{\boldsymbol{u}}\in \boldsymbol{R}^q$, $\bar{\boldsymbol{y}}\in \boldsymbol{R}^q$, $\bar{B}=[b_{i_1}, b_{i_2}, \cdots, b_{i_q}]$, $\bar{C}=[c_{j_1}^T, c_{j_2}^T, \cdots, c_{j_q}^T]^T$. 显然,系统 $(\bar{C}, A, \bar{B})$ 和系统 (C, A, B) 具有相同的极点.

设有 IS K^*, $\bar{K}^*$ 为由 K^* 的第 $i_1, i_2, \cdots, i_q$ 行及第 $j_1, j_2, \cdots, j_q$ 列处的元素所组成的子结构矩阵. 记 $\bar{K}^*=K^*(i_1, i_2, \cdots, i_q; j_1, j_2, \cdots, j_q)$.

定义 5[1]. 如果 $\bar{K}^*$ 是 K^* 的非奇异子结构矩阵,则称 $(\bar{C}, A, \bar{B}; \bar{K}^*)$ 是 $(C, A, B; K^*)$ 的一个 q 维非奇异正规子系统. $(C, A, B; K^*)$ 的所有各维非奇异正规子系统的集合记为 N. N. Sub.$(C, A, B; K^*)$.

文 [1, 8] 给出了系统的一般固定模的一个特征: 系统 (C, A, B) 的任意一个极点是系统关于一般 IS K^* 的固定模,当且仅当该极点是 $(C, A, B; K^*)$ 的所有各维非奇异正规子系统的共同的传输零点,即

$$F_m(C, A, B; K^*)=\left\{\bigcap_{(\bar{C}, A, \bar{B}; \bar{K}^*)\in \mathrm{N.N.Sub.}(C, A, B, K^*)} T_z(\bar{C}, A, \bar{B})\right\}\cap S_p(A).$$

其中 $T_z(\bar{C}, A, \bar{B})$ 表示系统 $(\bar{C}, A, \bar{B})$ 的传输零点[9,10]的集合, $S_p(A)$ 是 A 的特征值的集合. 从该特征,不难得如下结论:

结论 2. 系统 (C, A, B) 关于 IS K^* 无不稳定的固定模 (无固定模) 的充要条件是存在 $(C, A, B; K^*)$ 的 N 个(N 为有限正整数)非奇异正规子系统 $(\bar{C}_i, A, \bar{B}_i; \bar{K}_i^*)$ $(i=1, \cdots, N)$, 有

$$\left\{\bigcap_{i=1}^{N} T_z(\bar{C}_i, A, \bar{B}_i)\right\}\cap S_p^{us}(A)=\phi, \tag{5}$$

$$\left(\left\{\bigcap_{i=1}^{N} T_z(\bar{C}_i, A, \bar{B}_i)\right\}\cap S_p(A)=\phi\right). \tag{6}$$

此处 $S_p^{us}(A)$ 表示 A 的不稳定的特征值的集合.

从结论 2 得如下镇定系统 (配置系统极点) 的 EIS 的综合方法——固定模法: 寻找这样的 $r\times m$ 维结构矩阵 K^*, 使在 K^* 中存在若干个 (例如 N 个, $N\geqslant 1$) 非奇异子结构矩阵 $\bar{K}_i^*(i=1, 2, \cdots, N)$, 相应的非奇异正规子系统 $(\bar{C}_i, A, \bar{B}_i)$ 满足 (5) 式 ((6)式),且结构元素个数少于 K^* 的结构元素个数的任意 $r\times m$ 维结构矩阵, 都不具有上述性质,则 K^* 是镇定系统(配置系统极点)的 EIS.

四、EIS 的分解合成综合方法

本节给出镇定系统和配置系统极点的 EIS 的分解合成综合方法，借助于它，不但可求得上述全部 EIS，且方法本身揭示了被配置的特征值和 EIS 中信息通道的分布之间的关系。

就对系统进行极点配置而言，这个方法的实质就是对开环系统的每个不相等的特征值，首先求信息通道为最少的 IS，在每个这样的 IS 下，系统的等于该特征值的极点可被配置，这是 EIS 综合的分解过程。然后，把所求得的 IS 以一定方法加以合成，得在其下系统的全体极点可被配置的 EIS，这是 EIS 综合的合成过程。整个方法即为 EIS 综合的分解合成法。镇定系统的 EIS 综合的分解合成法的思路亦如此，只是它的分解是对系统的每个不相等且不稳定的特征值进行的。

记 $\bar{M}^{us}_{cando}(C, A, B)$ 为系统(C,A,B)的不相等的不稳定的可控可观模集合。

算法 I（用分解合成法求镇定系统的 EIS）。设 $M^{us}_{\bar{c}or\bar{o}}(C, A, B) = \phi$，$\bar{M}^{us}_{c\,ando}(C, A, B) = \{\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N\}$。

(1) 对 $s = 1, 2, \cdots, N$，计算 $\alpha_s = n - \mathrm{rank}(A - \lambda_s I)$，构造 $r \times m$ 维结构矩阵集合

$$\mathscr{K}^*_s = \left\{ K^* \left| \begin{array}{l} N(K^*) = \alpha_s,\ \mathrm{rank}K^* = \alpha_s,\ \text{且若 } \mathrm{rank}K^*(i_1, \cdots, i_{\alpha_s}; \\ j_1, \cdots, j_{\alpha_s}) = \alpha_s,\ \text{则有} \\ \qquad \mathrm{rank}\begin{bmatrix} A - \lambda_s I & b_{i_1} \cdots b_{i_{\alpha_s}} \\ c_{j_1} & \\ \vdots & \\ c_{j_{\alpha_s}} & \end{bmatrix} = n + \alpha_s \end{array} \right. \right\}. \tag{7}$$

(2) 构造 $r \times m$ 维结构矩阵集合

$$\mathscr{K}^* = \{K^* |\ \text{对 } s = 1, \cdots, N,\ \text{存在 } K^*_s \in \mathscr{K}^*_s,\ \text{有 } K^* \gg K^*_s,\ \text{且 } N(K^*) = \min\}. \tag{8}$$

(3) 设 N_e 为 $\mathscr{K}^*$ 中结构矩阵的结构元素的个数。对 $s = 1, 2, \cdots, N$，构造 $r \times m$ 维结构矩阵集合

$$\tilde{\mathscr{K}}^*_s = \left\{ K^* \left| \begin{array}{l} N(K^*) = N_s,\ (\alpha_s \leqslant N_s \leqslant N_e),\ \mathrm{rank}K^* = N_s,\ \text{且若} \\ \mathrm{rank}\ K^*(i_1, \cdots, i_{N_s}; j_1, \cdots, j_{N_s}) = N_s,\ \text{则有} \\ \qquad \mathrm{rank}\begin{bmatrix} A - \lambda_s I & b_{i_1} \cdots b_{i_{N_s}} \\ c_{j_1} & \\ \vdots & \\ c_{j_{N_s}} & \end{bmatrix} = n + N_s \end{array} \right. \right\}. \tag{9}$$

(4) 构造 $r \times m$ 维结构矩阵集合

$$\tilde{\mathscr{K}}^* = \{K^* |\ \text{对 } s = 1, \cdots, N,\ \text{存在 } \tilde{K}^*_s \in \tilde{\mathscr{K}}^*_s,\ \text{使 } K^* \gg \tilde{K}^*_s,\ \text{且 } N(K^*) = N_e\}. \tag{10}$$

有如下主要结果：

定理 3. 算法 I 所求得的 $\tilde{\mathscr{K}}^*$ 是镇定系统的全体 EIS 的集合。

引理 1. 在算法 I 的条件下，$\mathscr{K}^*_s$, $\mathscr{K}^*$, $\tilde{\mathscr{K}}^*_s$ 和 $\tilde{\mathscr{K}}^*$ 均非空。

引理 2. 对任意 $s\in\{1,2,\cdots,N\}$，$K^*\in\mathscr{K}_s^*$，有 $\lambda_s\bar{\in}F_m(C,A,B;K^*)$.

引理 3. 对任意 $K^*\in\mathscr{K}^*$，$s\in\{1,2,\cdots,N\}$，有 $\lambda_s\bar{\in}F_m(C,A,B;K^*)$.

引理 4. 对任意 $s\in\{1,2,\cdots,N\}$，$K^*\in\tilde{\mathscr{K}}_s^*$，有 $\lambda_s\bar{\in}F_m(C,A,B;K^*)$.

引理 5. $K^*\in\tilde{\mathscr{K}}^*$ 的充要条件是：(i) $N(K^*)=N_e$；(ii) 对任意 $s\in\{1,2,\cdots,N\}$，$\lambda_s\bar{\in}F_m(C,A,B;K^*)$.

定理 3 之证明. 首先指出，对任意 $r\times m$ 维结构矩阵 K^*，若 $N(K^*)<N_e$，则必不能成为镇定系统的 IS. 实由 N_e 的定义，若 $N(K^*)<N_e$，必存在 $s\in\{1,2,\cdots,N\}$，使 $\lambda_s\in F_m(C,A,B;K^*)$，从而 $F_m^{us}(C,A,B;K^*)=\phi$.

另一方面，对任意 $K^*\in\tilde{\mathscr{K}}^*$，由引理 1—5，$N(K^*)=N_e$. 同时，对任意 $s\in\{1,2,\cdots,N\}$，有 $\lambda_s\bar{\in}F_m(C,A,B;K^*)$. 故 $F_m(C,A,B;K^*)\cap M_{c\,\mathrm{and}\,o}^{us}(C,A,B)=\phi$. 注意到 $M_{\bar{c}\,or\,\bar{o}}^{us}(C,A,B)=\phi$，于是

$$\begin{aligned}F_m^{us}(C,A,B;K^*)&=F_m(C,A,B;K^*)\cap S_p^{us}(A)\\&=F_m(C,A,B;K^*)\cap(M_{\bar{c}or\bar{o}}^{us}(C,A,B)\cup M_{c\,\mathrm{and}\,o}^{us}(C,A,B))\\&=F_m(C,A,B;K^*)\cap M_{c\,\mathrm{and}\,o}^{us}(C,A,B)=\phi.\end{aligned}$$

故对任意 $K^*\in\tilde{\mathscr{K}}^*$，$K^*$ 是镇定系统的 EIS.

又若 K^* 是任意的镇定系统的 EIS，上面已证明，$N(K^*)=N_e$，而且由定理 1，$F_m^{us}(C,A,B;K^*)=\phi$，故 $\lambda_s\bar{\in}F_m(C,A,B;K^*)$，由引理 5，$K^*\in\tilde{\mathscr{K}}^*$.

推论 1. 镇定系统的 EIS 中信息通道的个数 N_e 满足不等式

$$\max\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_N\}\leqslant N_e\leqslant\sum_{i=1}^{N}\alpha_i. \tag{11}$$

算法 II (用分解合成法求配置系统极点的 EIS). 设系统 (C,A,B) 完全可控和完全可观. 记 $\bar{S}_p(A)=\{\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{N'}\}$ 为 A 的不相等的特征值的集合，

(i) 对 $s=1,2,\cdots,N'$，计算 $\alpha_s=n-\mathrm{rank}(A-\lambda_sI)$. 按 (7) 式构造结构矩阵集合 $\mathscr{K}_s^*$；(ii) 同算法 I 的第 (ii) 步，按 (8) 式构造 $\mathscr{K}^*$，其中 N 换成 N'；(iii) 同算法 I 的第 (iii) 步，按 (9) 式构造 $\tilde{\mathscr{K}}_s^*$，其中 N 换成 N'；(iv) 同算法 I 的第 (iv) 步，按 (10) 式构造 $\tilde{\mathscr{K}}^*$，其中 N 换成 N'.

定理 4. 算法 II 所构造出的 $\tilde{\mathscr{K}}^*$ 是配置系统极点的 EIS 的集合.

推论 2. 配置系统极点的 EIS 中信息通道的个数 N_e' 满足不等式

$$\max\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{N'}\}\leqslant N_e'\leqslant\sum_{i=1}^{N'}\alpha_i. \tag{12}$$

例 1. 求配置系统 (C,A,B) 极点的 EIS，其中

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\0&1\\0&0\end{bmatrix},\quad C=I_4. \tag{13}$$

解. $\bar{S}_p(A)=\{-1,0,1\}$，设 $\lambda_1=-1$，$\lambda_2=0$，$\lambda_3=1$. 系统 (13) 有极点 $\lambda_2=0$ 和 $\lambda_3=1$，不为渐近稳定.

(i) $(1^\circ)\alpha_1=n-\mathrm{rank}(A-\lambda_1I)=1$. 因为当且仅当 $(i,j)\in\{(2,3),(2,4)\}$ 时，

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A-\lambda_1 I & b_i \\ c_j & 0 \end{bmatrix}=5,\text{ 故 } \mathscr{K}_1^*=\left\{\begin{bmatrix} 0&0&0&0\\0&0&*&0 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 0&0&0&0\\0&0&0&* \end{bmatrix}\right\}.$$

(2°) $\alpha_2=n-\operatorname{rank}(A-\lambda_2 I)=1$. 因为当且仅当 $(i,j)=(1,1)$ 时,

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A-\lambda_2 I & b_i \\ c_j & 0 \end{bmatrix}=5,\text{ 故 } \mathscr{K}_2^*=\left\{\begin{bmatrix} *&0&0&0\\0&0&0&0 \end{bmatrix}\right\}.$$

(3°) $\alpha_3=n-\operatorname{rank}(A-\lambda_3 I)=1$. 因为当且仅当 $(i,j)\in\{(2,3),(2,4)\}$ 时,

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A-\lambda_3 I & b_i \\ c_j & 0 \end{bmatrix}=5,\text{ 故 } \mathscr{K}_3^*=\mathscr{K}_1^*.$$

(ii) 由算法 II 的第 (ii) 步,得

$$\mathscr{K}^*=\left\{\begin{bmatrix} *&0&0&0\\0&0&*&0 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} *&0&0&0\\0&0&0&* \end{bmatrix}\right\}.$$

由此得配置系统极点的 EIS 中信息通道的个数为 $N_e=2$.

(iii) 由算法 II 的第 (iii) 步,得

$$\mathscr{\tilde K}_1^*=\left\{\begin{bmatrix} 0&0&0&0\\0&0&*&0 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 0&0&0&0\\0&0&0&* \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 0&*&0&0\\0&0&*&0 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 0&0&*&0\\0&*&0&0 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} *&0&0&0\\0&0&*&0 \end{bmatrix},\right.$$
$$\left.\begin{bmatrix} 0&0&*&0\\*&0&0&0 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} *&0&0&0\\0&0&0&* \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 0&0&0&*\\*&0&0&0 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 0&*&0&0\\0&0&0&* \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 0&0&0&*\\0&*&0&0 \end{bmatrix}\right\}.$$

$$\mathscr{\tilde K}_2^*=\left\{\begin{bmatrix} *&0&0&0\\0&0&0&0 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} *&0&0&0\\0&0&0&* \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 0&0&0&*\\*&0&0&0 \end{bmatrix}\right\}.\quad \mathscr{\tilde K}_3^*=\mathscr{\tilde K}_1^*.$$

(iv) 由算法 II 的第 (iv) 步,得配置系统 (13) 的极点的 EIS 的集合为

$$\mathscr{\tilde K}^*=\left\{\begin{bmatrix} *&0&0&0\\0&0&*&0 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} *&0&0&0\\0&0&0&* \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 0&0&0&*\\*&0&0&0 \end{bmatrix}\right\}.$$

应用算法 I, 可知上面的 $\mathscr{\tilde K}^*$ 亦是镇定系统 (13) 的 EIS 的集合. 这说明镇定系统 (13) 和配置系统 (13) 的极点的 IS, 至少有两个信息通道,至少利用两个输出.

例 2. 已知某蒸发器[11]的状态矩阵 A、控制矩阵 B 和观测矩阵 C 分别为

$$A=\begin{bmatrix} 0&0&-0.0034&0&0\\ 0&-0.041&0.0013&0&0\\ 0&0&-1.1471&0&0\\ 0&0&-0.0036&0&0\\ 0&0.094&0.0057&0&-0.051 \end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix} -1&0&0\\ 0&0&0\\ 0&0&0.948\\ 0.916&-1&0\\ -0.598&0&0 \end{bmatrix},\quad C=I_6, \tag{14}$$

试分别用算法 I 和算法 II, 求镇定系统和配置系统极点的 EIS 的集合.

解. 其结果是(具体过程略):

(i) 镇定系统 (14) 的 EIS 的集合是

$$\left\{\begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \end{bmatrix}, \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\right\}.$$

(ii) 配置系统 (14) 的极点的 EIS 的集合是

$$\left\{\begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \end{bmatrix}, \right.$$

$$\begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & * \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & * \end{bmatrix},$$

$$\left. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix}\right\}.$$

上述结果说明，镇定系统 (14) 的 IS，至少有两个信息通道，至少利用两个输入及两个输出；若要配置系统 (14) 的极点，则 IS 至少有三个信息通道，至少利用两个输入及三个输出。

参 考 文 献

[1] 胡仰曾，蒋慰孙，The Economical Output Feedback Stabilization Problem of Linear Multivariable Systems. IFAC 第九届世界控制大会论文集，1984.

[2] 涂序彦，The Problem on the Most Economical Control (MEC). Recent Development in Control Theory and its Applications. Proceedings of the Bilatera Meeting on Control Systems. Science Press, Beijing, China. Gordon and Breach. Science Publishers, Inc. New York 133—144, 1982.

[3] 涂序彦，控制系统的最经济结构综合问题，自动化学报，**8**(1982)103—111.

[4] Wang, S. H., and Davison, E. J., Minimization of Transmission Cost in Decentralized Control, *I. J. C.*, **28**(1978), 889—896.

[5] 邓聚龙，参数不完全系统的最小信息镇定，自动化学报，**8**(1982)，49—54.

[6] 刘维，闭环控制系统的最经济结构综合问题，自动化学报，**9**(1983)，54—62.

[7] 陈兆宽、张荣祥， The Problem on the Stabilizable (MEC). Recent Development in Control Theory and its Applications Proceedings of the Bilateral Meeting on Control Systems. Science Press, Beijing, China. Gordon and Breach. Science Publishers, Inc., New York. 145—155, 1982.

[8] 胡仰曾，关于一般控制信息结构多变量系统固定模特征的研究，华东化工学院学报，181—196，1984.

[9] 王恩平、王朝珠，多变量定常线性系统的传输零点与结构无静差性质，系统科学与数学，2,196—202,1982.

[10] Francis B. A. and W. M. Wonham, The Role of Transmission Zeros in Linear Multivariable Regulators, I. J. C., 22, 657—681, 1975.

[11] Bruun, N. G. and Kummel, M., Multiloop, Feedforward, Modal and Optimal Control of an Evaprator. *Automatica,* **15**(1979), 269—280.

A STUDY ON THE SYNTHESIS METHODS OF ECONOMICAL INFORMATION STRUCTURE

HU YANGZENG JIANG WEISUN

(East China Institute of Chemical Technology)

ABSTRACT

Following the two synthesis methods, the search method and the fixed mode method, of economical information structure (*EIS*) for stabilization and pole assignment of the system, a third synthesis method, the decomposite-composite method is presented in this paper. The third method, by which the above mentioned *EIS* can be obtained, not only is simple, but also brings to light the relation between the replaced eigenvalues and the distribution of information channels in *EIS*. The fixed mode method is complementarily introduced. Besides, the decomposite-composite method is demonstrated in detail. Some examples are given for illustration.