第 13 卷 第 1 期　　自动化学报　　Vol. 13, No. 1
1987 年 1 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Jan., 1987

用 m 序列及其反序列实现遥控指令

姚育东　　陈仲津
（南京工学院）　（南京邮电学院）

摘　　要

本文给出了 m 序列的反序列的概念，分析了反序列相关函数的特性，并据此得到一种改进的 m 序列指令遥控系统，在指令具有纠错能力的同时，系统具有较高效率.

m 序列指令遥控系统[1]，用 m 序列的平移等价序列作遥控指令，具有较强的抗干扰能力和一定的保密性，且系统设备较为简单. 但周期为 P 的 m 序列只能提供 P 条指令，故系统效率不高. 本文给出了 m 序列的反序列的概念，并将 m 序列及其反序列的平移等价序列作为遥控指令，改进了 m 序列指令遥控系统.

一、m 序列的反序列

定义 1. 设 $A_0=(a_0a_1a_2\cdots a_{P-1}a_0a_1\cdots)$ 是周期为 P 的 m 序列，则称 $\bar{A}_0=(\bar{a}_0\bar{a}_1\bar{a}\cdots\bar{a}_{P-1}\bar{a}_0\bar{a}_1\cdots)$ 为 m 序列 A_0 的反序列. 其中，$a_i\in\{0,1\}$，$\bar{a}_i=a_i\oplus 1$，$i=0,1,2,\cdots,P-1$；$P=2^r-1$，r 为 m 序列特征多项式的次数.

定理 1. 反序列 $\bar{A}_0$ 与其平移序列 $\bar{A}_\tau$ 之和为 m 序列 A_0 的平移序列 $A_{\tau'}$.

证明.
$$\begin{aligned}\bar{A}_0\oplus\bar{A}_\tau &= (\bar{a}_0\oplus\bar{a}_\tau\ \ \bar{a}_1\oplus\bar{a}_{\tau+1}\ \ \bar{a}_2\oplus\bar{a}_{\tau+2}\cdots)\\ &= (a_0\oplus 1\oplus a_\tau\oplus 1\ \ a_1\oplus 1\oplus a_{\tau+1}\oplus 1\ \ a_2\oplus 1\oplus a_{\tau+2}\oplus 1\cdots)\\ &= (a_0\oplus a_\tau\ \ a_1\oplus a_{\tau+1}\ \ a_2\oplus a_{\tau+2}\cdots)\\ &= (a_{\tau'}a_{\tau'+1}a_{\tau'+2}\cdots)\\ &= A_{\tau'}\end{aligned}$$
证毕.

推论 1. 反序列 $\bar{A}_0$ 的自相关函数具有双值特性，

$$\rho_{\bar{A}_0}(\tau)=\begin{cases}1 & (\tau=0)\\ -\dfrac{1}{P} & (\tau\neq 0).\end{cases}\tag{1}$$

证明. 由定理 1 可知，$\bar{A}_0\oplus\bar{A}_\tau=A_{\tau'}$ 为 m 序列，一个周期中“0”的数目比“1”的数目少一个. 因此，由相关函数的定义[2]，当 $\tau\neq 0$ 时，$\rho_{\bar{A}_0}(\tau)=-\dfrac{1}{P}$；而当 $\tau=0$ 时，显然有

本文于 1984 年 11 月 27 日收到.

$\rho_{\bar{A}_0}(0)=1$.　证毕.

定理 2.　m 序列 A_0 与其反序列的平移序列 $\bar{A}_\tau$ 之和为反序列的另一平移序列 $\bar{A}_{\tau'}$.

证明.
$$
\begin{aligned}
A_0\oplus\bar{A}_\tau &= (a_0\oplus\bar{a}_\tau\ \ a_1\oplus\bar{a}_{\tau+1}\ \ a_2\oplus\bar{a}_{\tau+2}\cdots)\\
&= (a_0\oplus a_\tau\oplus 1\ \ a_1\oplus a_{\tau+1}\oplus 1\ \ a_2\oplus a_{\tau+2}\oplus 1\cdots)\\
&= (a_{\tau'}\oplus 1\ \ a_{\tau'+1}\oplus 1\ \ a_{\tau'+2}\oplus 1\cdots)\\
&= (\bar{a}_{\tau'}\bar{a}_{\tau'+1}\bar{a}_{\tau'+2}\cdots)\\
&= \bar{A}_{\tau'}
\end{aligned}
$$
证毕.

推论 2.　m 序列 A_0 与其反序列 $\bar{A}_0$ 的互相关函数为

$$
\rho_{A_0\bar{A}_0}(\tau)=\begin{cases}-1 & (\tau=0)\\ \dfrac{1}{P} & (\tau\neq 0).\end{cases}\tag{2}
$$

证明. 由定理 2 可知，$A_0\oplus\bar{A}_\tau=\bar{A}_{\tau'}$ 为 m 序列的反序列，一个周期中“0”的数目比“1”的数目多一个. 因此，当 $\tau\neq 0$ 时，$\rho_{A_0\bar{A}_0}(\tau)=\dfrac{1}{P}$；当 $\tau=0$ 时，$A_0\oplus\bar{A}_0=(111\cdots)$ 为全“1”序列，即一个周期中“0”的数目比“1”的数目少 P 个，因此，$\rho_{A_0\bar{A}_0}(0)=-1$. 证毕.

二、 m 序列指令遥控系统的改进

取 m 序列的一个周期 $(a_0a_1a_2\cdots a_{P-1})$ 及其反序列 $(\bar{a}_0\bar{a}_1\bar{a}_2\cdots\bar{a}_{P-1})$，由它们产生两组平移等价序列作为指令.

$$
\begin{cases}
\text{指令 }1 & (a_0a_1\cdots a_{P-1})\\
\text{指令 }2 & (a_1a_2\cdots a_0)\\
\quad\vdots & \\
\text{指令 }P & (a_{P-1}a_0\cdots a_{P-2})
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
\text{指令 }P+1 & (\bar{a}_0\bar{a}_1\cdots\bar{a}_{P-1})\\
\text{指令 }P+2 & (\bar{a}_1\bar{a}_2\cdots\bar{a}_0)\\
\quad\vdots & \\
\text{指令 }2P & (\bar{a}_{P-1}\bar{a}_0\cdots\bar{a}_{P-2})
\end{cases}
$$

根据 m 序列的自相关函数、反序列的自相关函数(式(1))和 m 序列与其反序列的互相关函数(式(2))，收端可在一定的噪声干扰下，用相关器无误判决接收指令.

当传送第一组指令 $i(1\leqslant i\leqslant P)$ 时，由于 m 序列的自相关函数为[2]

$$
\rho_{A_0}(\tau)=\begin{cases}1 & (\tau=0)\\ -\dfrac{1}{P} & (\tau\neq 0),\end{cases}\tag{3}
$$

所以，收端相应于指令 i 的相关器输出为 $\rho_{A_0}(0)=1$，相应于第一组其它指令的相关器输出为 $\rho_{A_0}(\tau)=-\dfrac{1}{P}(\tau\neq 0)$. 而相应于指令 $P+i$ 的相关器输出为 $\rho_{A_0\bar{A}_0}(0)=-1$，相应于第二组其它指令的相关器输出为 $\rho_{A_0\bar{A}_0}(\tau)=\dfrac{1}{P}(\tau\neq 0)$. 由 $\rho_{A_0}(0)$ 和 $\rho_{A_0}(\tau)$，$\rho_{A_0\bar{A}_0}(0)$，$\rho_{A_0\bar{A}_0}(\tau)$ 之间的差别，就可以正确判决传输指令. 如果传送第二组指令 $j(P+1\leqslant j\leqslant 2P)$，收端情况与上类似.

指令传输发生差错时，相关器的输出将发生变化. 由文[1]可知，每发生一位错误，$\rho_{A_0}(0)$ 下降 $2/P$，在最坏条件下 $\rho_{A_0}(\tau)(\tau\neq 0)$ 增加 $2/P$. 类似地，每发生一位错误，

$\rho_{A_0\bar{A}_0}(0)$ 增加 $2/P$,在最坏条件下 $\rho_{A_0\bar{A}_0}(\tau)(\tau \neq 0)$ 增加 $2/P$. 因此，当指令发生 x 位错误时,若要求仍然能够正确判决,则必须满足

$$1-\frac{2x}{P}>-\frac{1}{P}+\frac{2x}{P}, \tag{4}$$

$$1-\frac{2x}{P}>-1+\frac{2x}{P}, \tag{5}$$

$$1-\frac{2x}{P}>\frac{1}{P}+\frac{2x}{P}. \tag{6}$$

只要(6)式成立,(4)和(5)式便成立. 解(6)得

$$x<\frac{P-1}{4}=\frac{2^{\gamma}-2}{4}=2^{\gamma-2}-0.5. \tag{7}$$

当 m 序列特征多项式的次数 $\gamma=3$ 时，$x<1.5$,可纠一位错误；当 $\gamma=4$ 时，$x<3.5$，可纠三位错误. 可见,所能纠正的错误个数与文 [1] 给出的 m 序列指令遥控系统相同.

需要指出,原 m 序列指令遥控系统在具有纠错能力的同时，还具有检错能力. 比如，当 $\gamma=3$ 时,能够纠正一位错误，若发生了两位错误，虽然不能纠正,但能检测出来. 而改进的 m 序列指令遥控系统不具有此功能. 但考虑到后者能提供 $2P$ 条指令,系统效率比前者提高了一倍,所以,改进后的系统还是十分可取的. 指令的保密性，不会因为序列取反而发生变化. 至于反序列指令的产生,只需让原指令通过反相器即可,系统仍保持了设备简单的特点.

参 考 文 献

[1] 周廷显,徐炳星,m序列指令遥控系统研究初步,自动化学报，10(1984)，275—278.
[2] 林可祥,汪一飞,伪随机码的原理与应用,人民邮电出版社 (1978).
[3] 钟义信,伪噪声编码通信,人民邮电出版社 (1979).

m-SEQUENCES AND INVERSE m-SEQUENCES USED AS TELECONTROL COMMANDS

YAO YUDONG
(Nanjing Institute of Technology)

CHEN ZHONGJIN
(Nanjing Institute of Posts and Telecommunications)

ABSTRACT

In this paper, inverse m-sequences are introduced, and characteristics of their correlation functions are analysed. Based on this, an improved command telecontrol system of m-sequences is proposed. The command has an ability of error-correction, and the system has relatively high efficiency.