

# 内限幅特性的数字仿真

吕炳仁

(北京工业大学)

## 摘要

本文讨论了一类内限幅特性的运行机理及其数字仿真算法,给出了四种不同形式内限幅特性数字仿真的系数计算公式。最后,用实例说明该算法的使用效果。

## 一、内限幅特性的运行机理及仿真算法

设一阶连续环节的状态空间描述

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx + Du. \end{cases} \quad (1)$$

其中  $A, B, C, D$  为常数;  $u$  为输入;  $x$  为状态;  $y$  为输出。为了进行数字仿真,将式(1)离散化后得到离散化状态空间描述<sup>[1]</sup>

$$\begin{cases} x(n+1) = Ex(n) + Fu(n) + Gu(n), \\ y(n+1) = Cx(n+1) + Du(n+1). \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{其中 } E = e^{AT}; F = B \int_0^T e^{At} dt; G = TF - B \int_0^T te^{At} dt. \quad (3)$$

$T$  为虚拟采样周期。

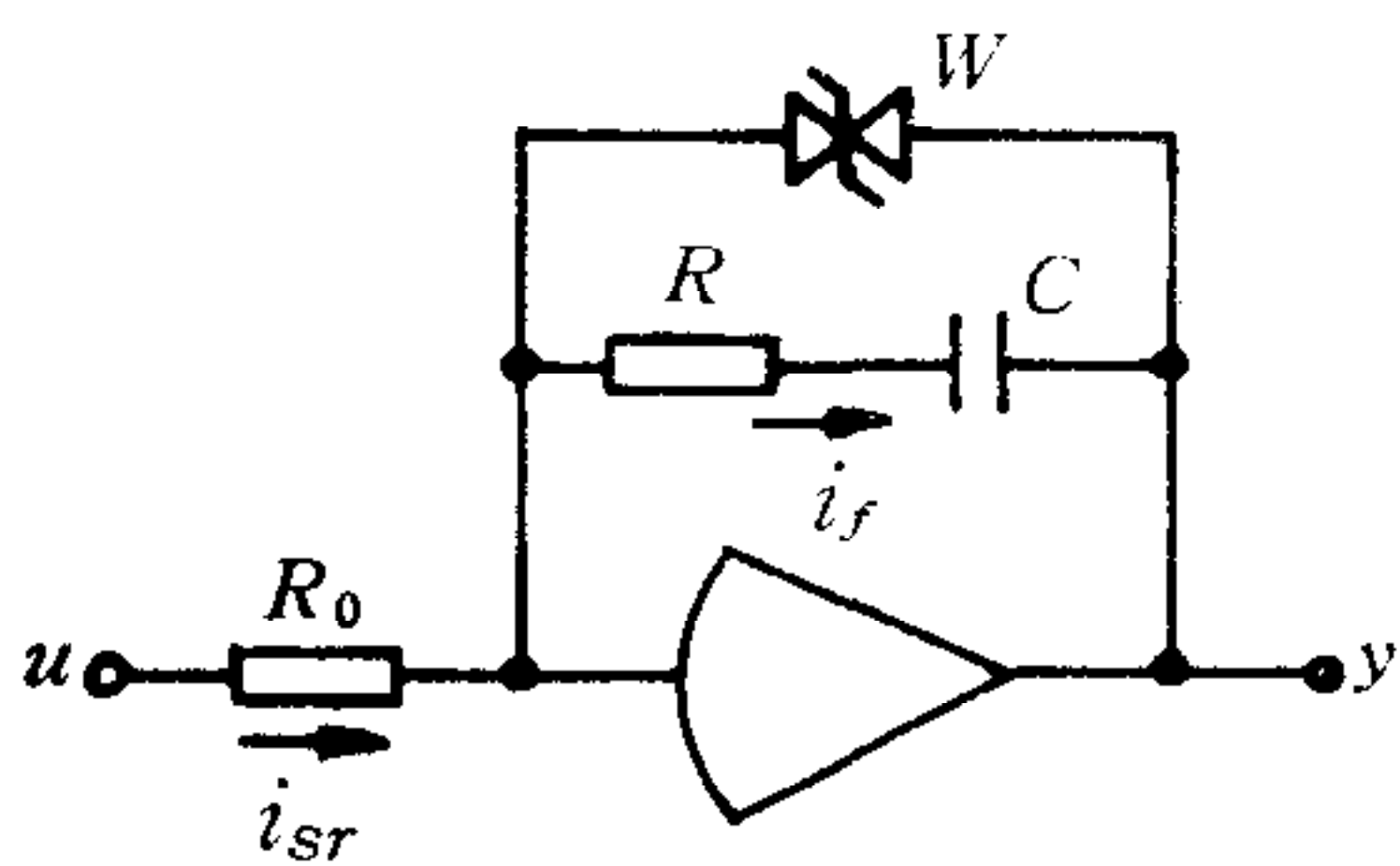


图 1

图 1 为带有内限幅特性的比例-积分环节。其运行方式分为两种:未限幅时的电流跟踪过程及已限幅时的恒压充电过程。未限幅与已限幅之间相互转换时刻,电容器两端电压不能突变。

1) 未限幅时。相当于图 1 中未接入双向稳压管  $W$  的情况。此时的反馈电流  $i_f$  等于输入电流  $i_{sr}$ , 即  $i_f$  跟踪  $i_{sr}$ 。因  $I_{sr}(s) = U(s)/R, I_f(s) = Y(s)/(R + 1/Cs)$ , 又  $I_{sr}(s) = I_f(s)$ , 则传递函数

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = K \frac{s + b}{s}. \quad (4)$$

其中  $K = R/R_0; b = 1/RC$ 。

设状态变量  $X(s) = \frac{K}{s}U(s)$ , 则  $Y(s) = (s + b)X(s)$ . 于是得到状态空间描述

$$\begin{cases} \dot{x} = Ku, \\ y = bx + Ku. \end{cases} \quad (5)$$

参照式(1)知,  $A = 0, B = K, C = b, D = K$ . 由式(2)知, 离散状态空间描述

$$\begin{cases} x(n+1) = Ex(n) + Fu(n) + Gu(n), \\ y(n+1) = Cx(n) + Du(n). \end{cases} \quad (6)$$

其中  $E = 1; F = KT; G = KT^2/2$  是由式(3)计算得到的.

电容器两端电压

$$U_c(s) = \frac{Y(s)}{R + \frac{1}{Cs}} \cdot \frac{1}{Cs} = \frac{Kb}{s} U(s) = bX(s). \quad (7)$$

即  $u_c(t) = bx(t)$ .

2) 已限幅时. 输出  $y$  为恒定的限幅值  $y_m$ . 此时,  $y$  经电阻  $R$  向电容  $C$  充电, 稳压管  $W$  有电流通过,  $i_f \approx i_{sr}$ .

电容器两端电压

$$U_c(s) = \frac{Y_m(s)}{R + \frac{1}{Cs}} \cdot \frac{1}{Cs} = \frac{b}{s + b} Y_m(s) = bX(s). \quad (8)$$

其中状态变量  $X(s) = \frac{1}{s + b} Y_m(s)$ , 则状态空间描述

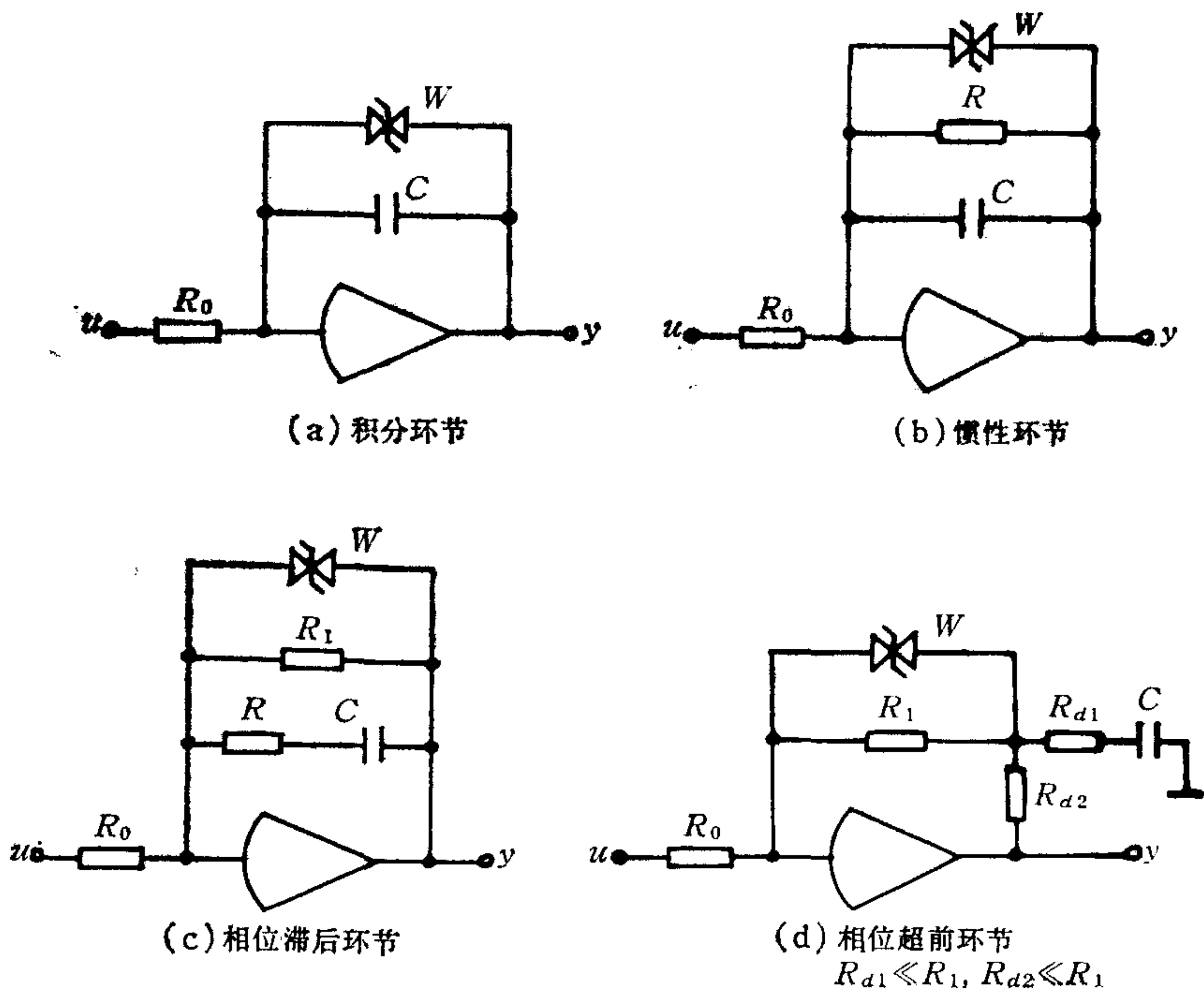


图 2

$$\begin{cases} \dot{x} = -bx + y_m, \\ y = y_m. \end{cases} \quad (9)$$

参照式(1)知,  $A = -b, B = 1$ . 由式(2)知, 离散状态空间描述

$$\begin{cases} x(n+1) = E_1 x(n) + F_1 y_m, \\ y(n+1) = y_m. \end{cases} \quad (10)$$

其中  $E_1 = e^{-bT}, F_1 = \frac{1}{b}(1 - E_1)$  是由式(3)计算得到的.

3) 未限幅与已限幅之间的转换. 因为电容器两端电压不能突变, 再参照式(7)与式(8), 可知未限幅与已限幅的交界时刻状态变量  $x$  不能突变.

由以上分析, 总结出对这种内限幅特性的数字仿真方法是: 1) 每计算一步就进行一次限幅判断, 检查输出是否到达限幅值; 2) 未限幅时用式(6)计算本步的状态及输出; 3) 已限幅时用式(10)计算本步的状态及输出.

图2为其它三种形式的内限幅特性电路图. 其中(c), (d)统称为比例-惯性环节. 四种不同形式内限幅特性的数字仿真离散状态空间描述, 其系数计算公式如表1所示.

表1 离散状态空间描述系数公式

环节名称	离散状态方程系数		离散输出方程系数 (未限幅)	常数公式
	未限幅	已限幅		
积 分	$E = 1$ $F = KT$ $G = KT^2/2$	$E_1 = 0$ $F_1 = 1$	$C = 1$ $D = 0$	$K = 1/R_0C$
比例积分	$E = 1$ $F = KT$ $G = KT^2/2$	$E_1 = e^{-bT}$ $F_1 = (1 - E_1)/b$	$C = b$ $D = K$	$K = R/R_0$ $b = 1/RC$
惯 性	$E = e^{-aT}$ $F = K(1 - E)/a$ $G = (KT - F)/a$	$E_1 = 0$ $F_1 = 1$	$C = 1$ $D = 0$	$K = 1/R_0C$ $a = 1/RC$
比例惯性	$E = e^{-aT}$ $F = K(1 - E)/a$ $G = (KT - F)/a$	$E_1 = e^{-bT}$ $F_1 = (1 - E_1)/b$	$C = b - a$ $D = K$	见表1注

表1注: 相位滞后环节:

相位超前环节:

$$\begin{cases} K = \frac{R_1 R}{R_0 (R_1 + R)}, \\ a = \frac{1}{(R_1 + R)C}, \\ b = \frac{1}{RC}. \end{cases} \quad \begin{cases} K = \frac{R_1 (R_{d1} + R_{d2})}{R_0 R_{d1}}, \\ a = \frac{1}{R_{d1} C}, \\ b = \frac{1}{(R_{d1} + R_{d2}) C}. \end{cases}$$

## 二、数字仿真实例

以可控硅双环不可逆直流调速系统为例, 对其进行数字仿真. 经变换之后的系统方

块图如图 3 所示。其中环节②,④为转速调节器及电流调节器,它们的限幅值均为  $y_m = \pm 10$  伏。

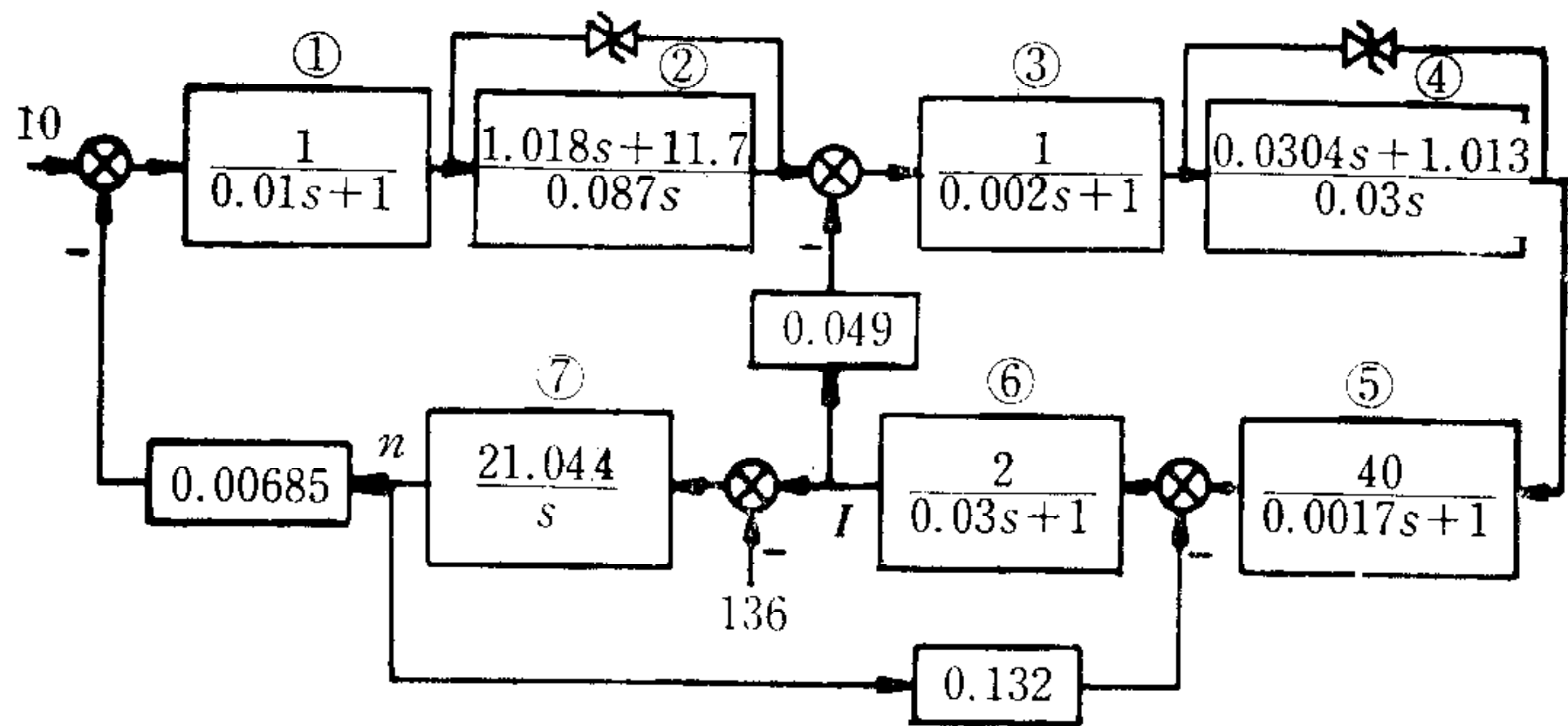


图 3

经数字仿真之后,得到电枢电流  $I(t)$  及电动机转速  $n(t)$  的过渡过程曲线如图 4 所示。

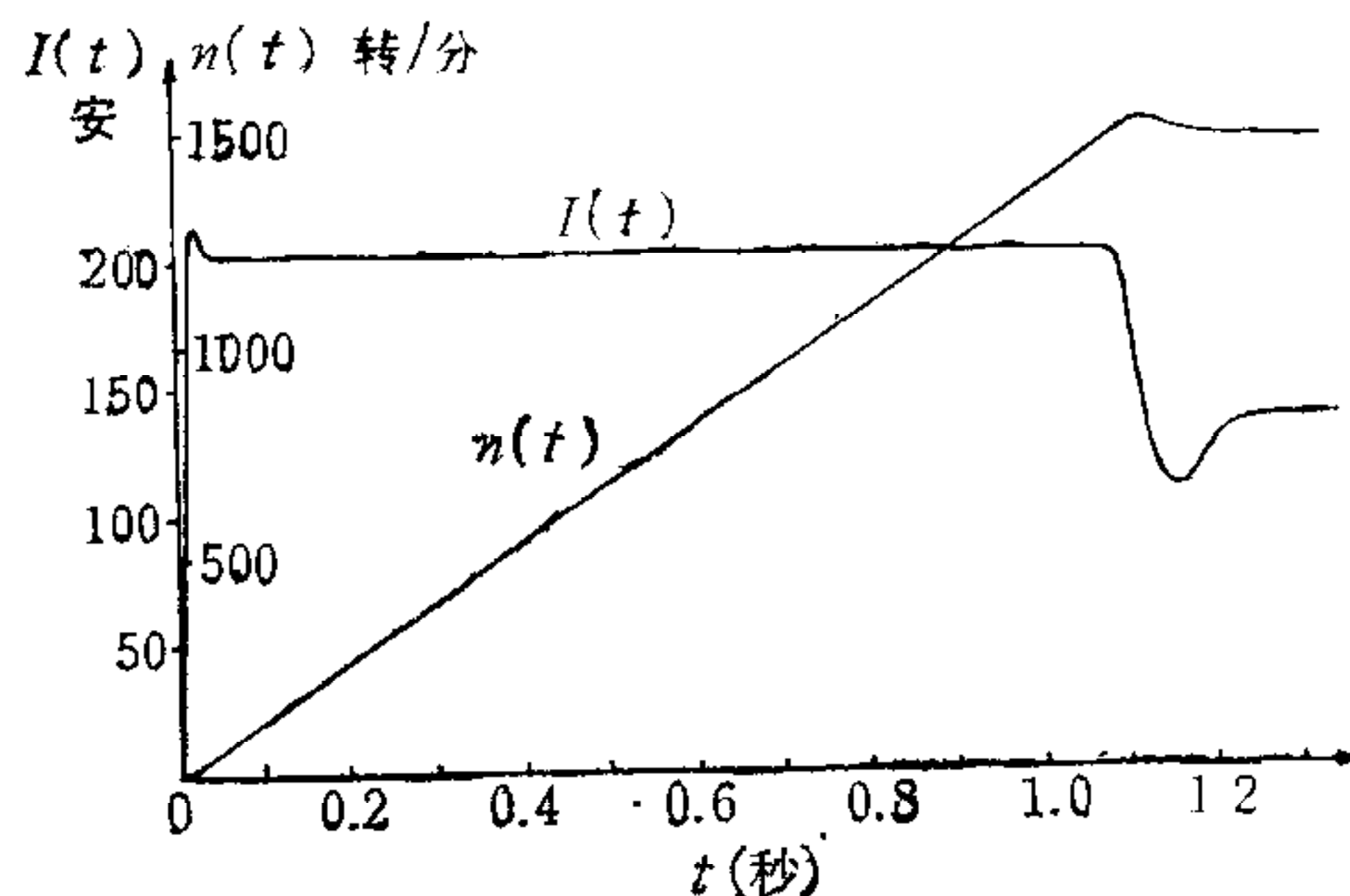


图 4

由仿真结果知,电流最大值为 212.267 安 (发生在 0.02175 秒处),电流最大稳态值为 201.34 安。则电流超调量  $\sigma_i\% = 5.427\% > 5\%$ 。看来不满足文献[2]中规定  $\sigma_i\% < 5\%$  的设计要求。其原因是在设计中没有计入转速上升时其通过  $C_c = 0.132$  所形成的负反馈作用。该负反馈使得在升速过程中,电流稳态值由 204 安降至 201.34 安。若按 204 安考虑,则  $\sigma_i\% = 4.052\% < 5\%$ ,满足设计要求。此电流超调量与文献[2]中的设计计算值 4.3% 甚为接近,其间的差别是由于采用工程设计方法引起的。

仿真结果中转速最大动态值为 1503.09 转/分 (发生在 1.1175 秒处),转速稳态值为 1460 转/分。则转速超调量  $\sigma_n\% = 2.95\% < 10\%$ ,满足设计要求。但仿真值比设计计算值 8.3% 要小,这又是工程设计方法所致。

由数字仿真知,电流、转速的超调量均比设计计算值要小。可见,工程设计方法虽偏于保守,但很可靠,具有实用性。

### 参 考 文 献

[1] 熊光楞,控制系统数字仿真,清华大学出版社(1982年2月),37—39。

[2] 陈伯时,自动控制系统,机械工业出版社(1981年7月),203—204。

## DIGITAL SIMULATION WITH INTERNAL LIMIT CHARACTERISTICS

LU BINGREN

(*Beijing Polytechnic University*)

### ABSTRACT

In this paper, the working mechanism and a digital simulation algorithm of a kind of internal limit characteristic are discussed and coefficient calculation for the four different internal limit characteristics are also given. Finally, practical effect of the algorithms is illustrated by means of a real example.