第13卷 第4期　　自 动 化 学 报　　Vol. 13, No. 4
1987年7月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　July, 1987

线性离散时延系统的辨识

宋文忠　　徐毓
（南京工学院）　　（武汉空军雷达学院）

摘　　要

本文根据逐步回归思想，提出了一种辨识多输入-单输出线性时延系统（MISO-D）的新算法．本算法可推广应用于一类极其广泛的多输入-多输出时延系统的辨识．与迭代法相比[1-4]，计算量小，应用范围广．

一、数学模型

MISO-D 随机系统用差分方程表述

$$y(k)=-\sum_{i=1}^{n} a_i y(k-i)+\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} b_{ji} u(k-i-\tau_j)+\varepsilon(k). \tag{1.1}$$

其中 $y(k)\in R$, $u_j(k)\in R$, $j=1,2,\cdots,m$，分别为系统的输出和输入；$\{\varepsilon(k)\}$ 为噪声序列．且假设

$$E\{\varepsilon(k)\}=0,$$

$$E\{\varepsilon(k)\varepsilon(j)\}=\begin{cases}\sigma_\varepsilon^2, & j=k,\\ 0, & j\neq k,\end{cases}$$

$$E\{\varepsilon(k)u_j(s)\}=0,\ \forall s,\ k;\ j=1,\cdots,m.$$

$$u_i\neq\sum_{j\neq i} d_j u_j.$$

系统阶次 n，m 个时延 $\{\tau_j\}$ 及系数 $\{a_i\}$，$\{b_{ji}\}$ 均未知，需要辨识．

在(1.1)式中，由于时间变量中含有未知时延 $\{\tau_j\}$，不能直接应用通常的算法辨识．为解决这个困难，将(1.1)式扩展成

$$y(k)=-\sum_{i=1}^{N_0} a_i y(k-i)+\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{N_0+N_j} b_{ji} u(k-i)+\varepsilon(k), \tag{1.2}$$

其中 N_0 和 N_j, $j=1,\cdots,m$，分别为 n 及 $\{\tau_j\}$ 的上界估值．

若条件

$$\begin{cases}a_i=0, & i>n,\\ b_{ji}=0, & i>n+\tau_j,\ i\leqslant\tau_j\end{cases} \tag{1.3}$$

本文于1985年5月2日收到．

成立,则(1.2)式与(1.1)式等价. 但在(1.2)式中,n 和 $\{\tau_j\}$ 已不再显含,为利用逐步回归法辨识系统创造了条件.

设 L 表示数据长度,可定义

$$\begin{aligned}
Y(k) &= [y(k), y(k+1), \cdots, y(k+L-1)]^T,\\
U_j(k) &= [u_j(k), u_j(k+1), \cdots, u_j(k+L+1)]^T,\\
&\qquad j = 1, 2, \cdots, m,\\
E(k) &= [\varepsilon(k), \varepsilon(k+1), \cdots, \varepsilon(k+L-1)]^T,\\
X(k) &= [Y(k-1), \cdots, Y(k-N_0), U_1(k-1), \cdots,\\
&\qquad U_1(k-N_1-N_0), \cdots, U_m(k-1), \cdots,\\
&\qquad U_m(k-N_m-N_0)],\\
\theta &= [-a_1, -a_2, \cdots, -a_{N_0}, b_{11}, \cdots, b_{1,N_0+N_1}, \cdots,\\
&\qquad b_{m_1}, \cdots, b_{m,N_0+N_m}]^T.
\end{aligned}$$

则方程(1.2)可写成矩阵方程形式

$$Y(k) = X(k)\theta + E(k). \tag{1.4}$$

最小二乘估计的正规方程为

$$X^T(k)X(k)\hat{\theta} = X^T(k)Y(k). \tag{1.5}$$

在(1.4)式中,参数矢量 θ 里有些元素为零. 显然,$X(k)$ 中与这些零元素相对应的因子对 $Y(k)$ 的回归贡献是不重要的. 根据方差分析理论,每一个因子的贡献大小可用该因子对回归平方和 (SSR) 的贡献大小来衡量,亦即可用各因子的偏回归平方和 (PSSR) 的大小来衡量. 因此,没有必要直接求解一个维数扩大了的矩阵方程 (1.5),而只需根据各因子的 PSSR 大小,挑选出显著因子,组成回归方程. 这样就可以把原系统的模型从增广模型中挑选出来,同时完成时延系统的结构和参数辨识.

二、辨 识 算 法

这一节给出辨识算法,回归法细节见文[5].

第一步. 给出正整数 $N_0, N_1, N_2, \cdots, N_m$,构成增广正规观测矩阵

$$[X^T(k)X(k) \vdots X^T(k)Y(k)].$$

第二步. 引入一个输出因子 $y(\cdot)$.

由(1.1)式知,时延 $\{\tau_j\}$ 只出现在输入项中,因而构成各阶回归方程时,只须顺次从 $y(k-1), y(k-2), \cdots y(k-N_0)$ 中引入一个因子.

第三步. 引入 m 个输入因子 $u_j(\cdot), j=1, \cdots, m$.

由于输入项 $u_j(\cdot)$ 中含有时延 τ_j,而增广观测矩阵是建立在扩展方程基础上的,因此 $\{u_j(\cdot)\}$ 中排列在前面的因子并非都显著,必须根据各自的 PSSR 值大小进行筛选.

第一次循环时,回归方程中尚未引入 $u_j(\cdot)$ 因子,因此可引进 $u_j(\cdot)$ 中 PSSR 值最大的 m 个因子,$j=1, \cdots, m$,构成一阶回归方程.

在第二次及以后的循环中,已有若干个 $\{u_j(\cdot)\}$ 因子引入回归方程. 根据线性系统的特点,这些因子的时间变量 $\{k_i\}_j$ 应该是连号的. 所以,如果 $u_j(k')$ 是尚未被引入的

$u_j(\cdot)$ 中 PSSR 值最大的因子，则当 $k' < \min k_i$ 时，引进 $u_j(\min k_i - 1)$ 因子；反之，则引进 $u_j(\max k_i + 1)$ 因子． 这样做只是变更了因子引入顺序，以保持时间变量连号的特点，并不影响各因子最终的显著性．

第四步． 阶次估计

经第三步后，模型阶次升高一阶，因此要对新模型的阶次的显著性进行检验．检验方法在文献[6]中作了介绍．当满足阶次检验准则时转到第五步；否则返回到第二步．进行下一次循环．

第五步． 寻找精度好的拟合模型

完成上述步骤后，估计阶次 $\hat{n}$ 已确定并得到 $\hat{n}+1$ 阶拟合模型． 为了得到精度更高的 $\hat{n}$ 阶拟合模型，并不是简单地剔除最后一次循环引进的因子，而是设计了如下特殊筛选程序：

设引进回归方程的 $\{u_j(k_i)\}$ 因子为

$$u_j(k-k_j-1),\ \cdots,\ u_j(k-k_j-\hat{n}-1),\ j=1,\ \cdots,\ m.$$

记 $u_j(\cdot)$ 的 PSSR 值为 PSSR $(u_j(\cdot))$．

首先剔除 $y(k-\hat{n}-1)$． 其次，若 PSSR $(u_j(k-k_j-1)) >$ PSSR $(u_j(k-k_j-\hat{n}-1))$，则剔除 $u_j(k-k_j-\hat{n}-1)$，并引进 $u_j(k-k_j)$；反之，则剔除 $u_j(k-k_j-1)$ 并引进 $u_j(k-k_j-\hat{n}-2)$．再进行比较，直到二次比较不等号相反，剔除 PSSR 值小者为止．显然这种过程有限步结束且最后得到 $\hat{n}$ 阶拟合模型．

三、仿 真 结 果

利用上面的算法，我们进行了仿真实验．

例 1. 仿真系统的传递函数为

$$G(z^{-1}) = \frac{1}{A(z^{-1})}[B_1(z^{-1})z^{-3},\ B_2(z^{-1})z^{-3},\ B_3(z^{-1})z^{-2}],$$

其中

$$A(z^{-1}) = 1 - 3z^{-1} + 3.5z^{-2} - 1.98z^{-3} + 0.5409z^{-4} - 0.0567z^{-5},$$
$$B_1(z^{-1}) = 0.54z^{-1} - 1.566z^{-2} + 1.679z^{-3} - 0.7879z^{-4} + 0.1361z^{-5},$$
$$B_2(z^{-1}) = z^{-1} - 2.7z^{-2} + 2.61z^{-3} - 1.053z^{-4} + 0.1458z^{-5},$$
$$B_3(z^{-1}) = 1.2z^{-1} - 2.52z^{-2} + 1.932z^{-3} - 0.6372z^{-4} + 0.0756z^{-5}.$$

噪信比 $\eta = 67\%$，数据长度 $L = 250$．作者对本例进行了20次蒙特卡洛仿真实验，每次

表 1

τ_1	τ_2	τ_3	A	B_1	B_2	B_3
			−3.0200	0.5561	1.0057	1.1877
			3.5462	−1.5720	−2.6460	−2.5540
3	3	2	−2.0110	1.6956	2.6459	1.9796
			0.5490	−0.8220	−1.0670	−0.6560
			−0.0600	0.1507	0.1512	0.0821

实验都给出了正确的阶次估计和时延估计. 仿真结果如表 1 所示. 详细结果请见文献[6].

例 2. 仿真系统是一个二输入二输出系统，其传递函数阵为

$$\begin{bmatrix} \frac{B_{11}(z^{-1})z^{-2}}{A_1(z^{-1})} & \frac{B_{12}(z^{-1})z^{-2}}{A_1(z^{-1})} \\ \frac{B_{21}(z^{-1})z^{-1}}{A_2(z^{-1})} & \frac{B_{22}(z^{-1})z^{-3}}{A_2(z^{-1})} \end{bmatrix}.$$

其中

$A_1(z^{-1}) = 1 - 1.4536z^{-1} + 0.4982z^{-2}$; $A_2(z^{-1}) = 1 - 1.4000z^{-1} + 0.4500z^{-2}$;

$B_{11}(z^{-1}) = 0.9425z^{-1} - 0.7325z^{-2}$; $B_{12}(z^{-1}) = -1.2344z^{-1} + 0.8333z^{-2}$;

$B_{21}(z^{-1}) = 0.9000z^{-1} - 0.7000z^{-2}$; $B_{22}(z^{-1}) = -1.2200z^{-1} - 0.8000z^{-2}$.

$\eta = 60\%$, $L = 250$.

仿真结果如表 2 所示.

表 2

τ_{11}	τ_{12}	τ_{21}	τ_{22}	A_1	A_2	B_{11}	B_{12}	B_{21}	B_{22}
2	2	1	3	−1.4100 0.4800	−1.360 0.414	0.915 −0.690	−1.200 0.814	0.884 −0.710	−1.220 0.750

四、结 论

本文提出的时延系统辨识方法，不需要迭代运算，能有效地解决具有多个未知时延且阶次未知的线性离散系统的辨识问题. 这种把逐步回归法和系统特性结合起来，解决系统辨识问题的思想方法，可以作为更为复杂的 MIMO-D 系统辨识问题的基础.

参 考 文 献

[1] Hsia, T. C., Identification of Parameters in Linear Systems with Transport Lags, Proceedings of the 11th Midwest Symp. Cricuit Theory, (1968), 62—69.

[2] A. J. Koivo and R. L. Stoller, On Least Squares Estimation in Non-linear Dynamic Systems with Time Delay. Proc, JACC (1968), 116—122.

[3] Ganti Prasada Rao and Lingappan Sivakumar, Identification of Deterministic Time-lag Systems, *IEEE Trans, Automatic Control*, 8(1976), 527—529.

[4] Edward, C. Wang, Parameter Identification of Linear Discrete Stochastic Systems with Time Delay, *Contral and Dynamic Systems*, 16(1980), 132—174.

[5] Anthony Ralston, Herbert S. Wilf, Mathematical Methods for Digital Computers, John Wiley & Sons. Inc. (1960), 302—316.

[6] Song Wen Zhong, Xu Yu, Structure and Parameter Identification for a Kind of Multivariable Linear Systems with Unknown Time Delays. Proceeding of the IFAC 7th World Congress, (1985), 7.

IDENTIFICATION OF LINEAR DISCRETE SYSTEMS WITH UNKNOWN TIME DELAYS

SONG WENZHONG

(Nanjing Institute of Technology)

XU YU

(Wuhan Institute of Radar)

ABSTRACT

In this paper, an identification algorithm based on stepwise regression for a multi-input single-output system with several unknown time delays (MISO-D) is developed. The principle which underlies the identification algorithm can also be used as a starting point for identifying more complicated multivariable linear systems with unknown time delays. Compared with iterative methods[1-4], the amount of calculation involved in this method is less. Therefore this method can be used widely.