

属性文法中变元间的关系

戴汝为

(中国科学院自动化研究所)

摘要

本文从模式的语义、句法描述着眼，分析了一个属性文法的产生式变元间的几种关系，把这些关系作为语义部分的内容，从而推广了属性文法。以推广后的属性文法为基础，引入控制连接图作为主要的限制条件，提出一种“语义程序文法”，并把标准模式与畸变模式之间的联系用限制条件描述。最后利用变元间的关系，把模式的描述与知识的表达联系起来。

一、引言

在[2]中，把一个属性文法概括为由两部分组成：(1)句法部份，通常由一个上下文无关文法表示。(2)语义部分(词义部分)，由基元属性、关系属性、语义规则等组成。对于文法产生式中变元间的关系未作讨论。这里作者进一步对一个属性文法中产生式的变元间的关系进行分析。

由于句法部分和语义部分之间存在着折衷的关系，句法部分所采用的上下文无关文法往往不具有自嵌套的性质。实际上自嵌套是上下文无关文法最重要的性质，这一性质可以通过语义部分来表达。有理由认为，古典句法方法的观点是把模式用一条特征鍊表示，嵌入到由一个文法描述的句子集合中去加以分析处理。这里的观点是把模式用一条属性鍊(树式图)表示，嵌入到一族结构相类似但属性有所不同的句子集合中去分析处理，这样的观点更符合模式描述与识别的要求。

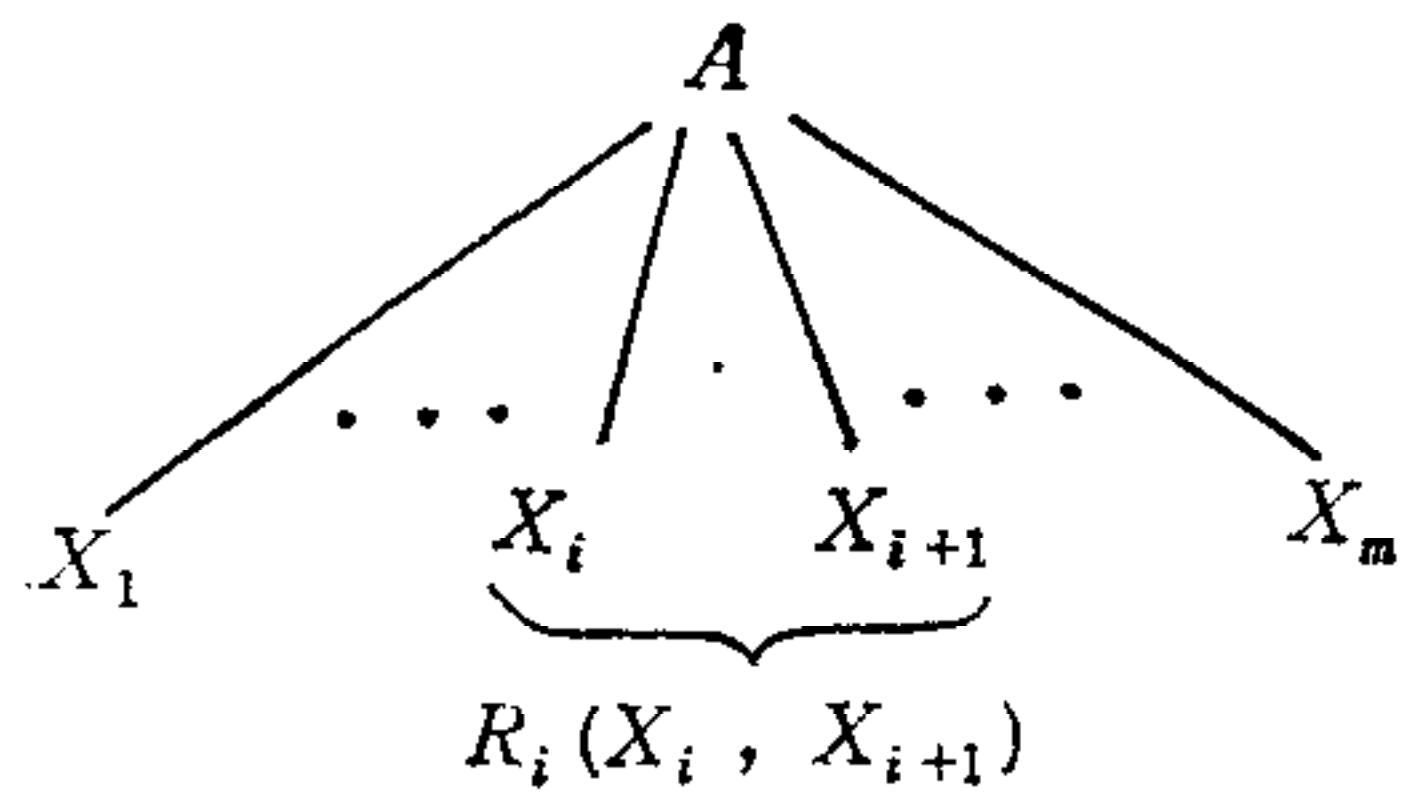
下面讨论一个上下文无关文法(不具有自嵌套性质)的产生式中变元间的关系。对于这样一个文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 的任一条产生式

$$A \rightarrow \beta, A \in V_N, \beta \in (V_N \cup V_T)^*,$$

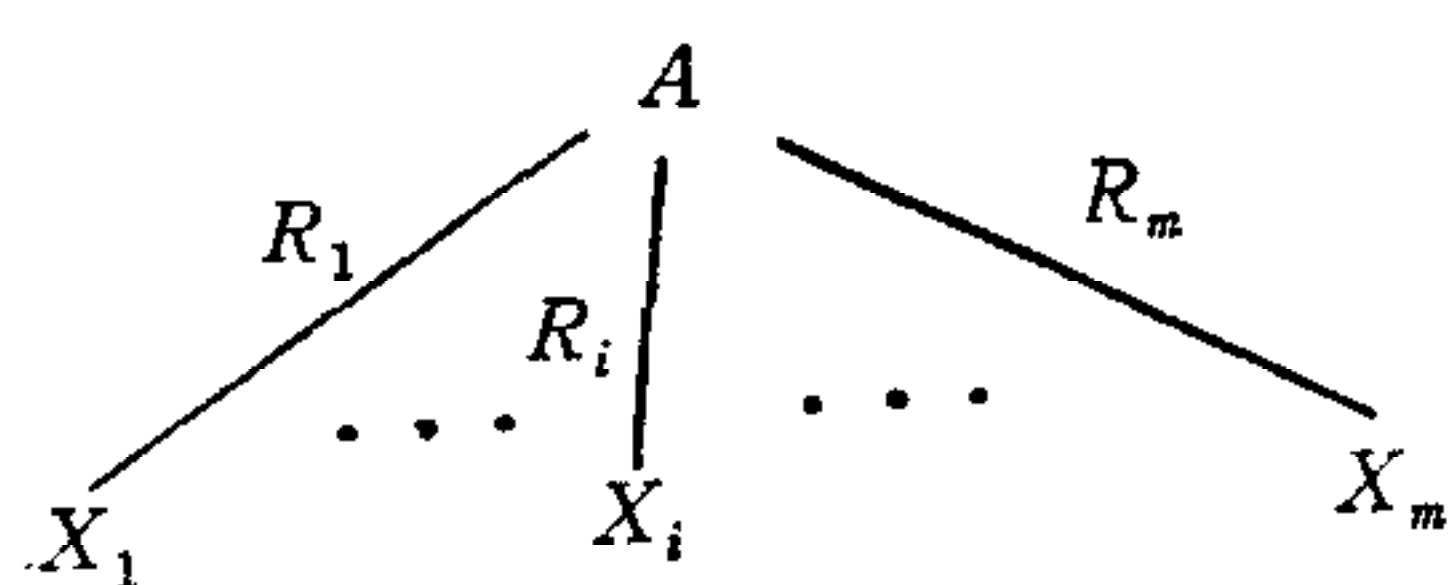
其中， $\beta = X_1X_2 \cdots X_m$ ， $X_i \in (V_N \cup V_T)$ ， $i = 1, 2, \dots, m$ 。为方便起见，这里把终止符与非终止符都当成变元，产生式两端共有 $m + 1$ 个变元，可以对 $m + 1$ 个变元定义一种关系：

$$R(A, X_1, X_2, \dots, X_m).$$

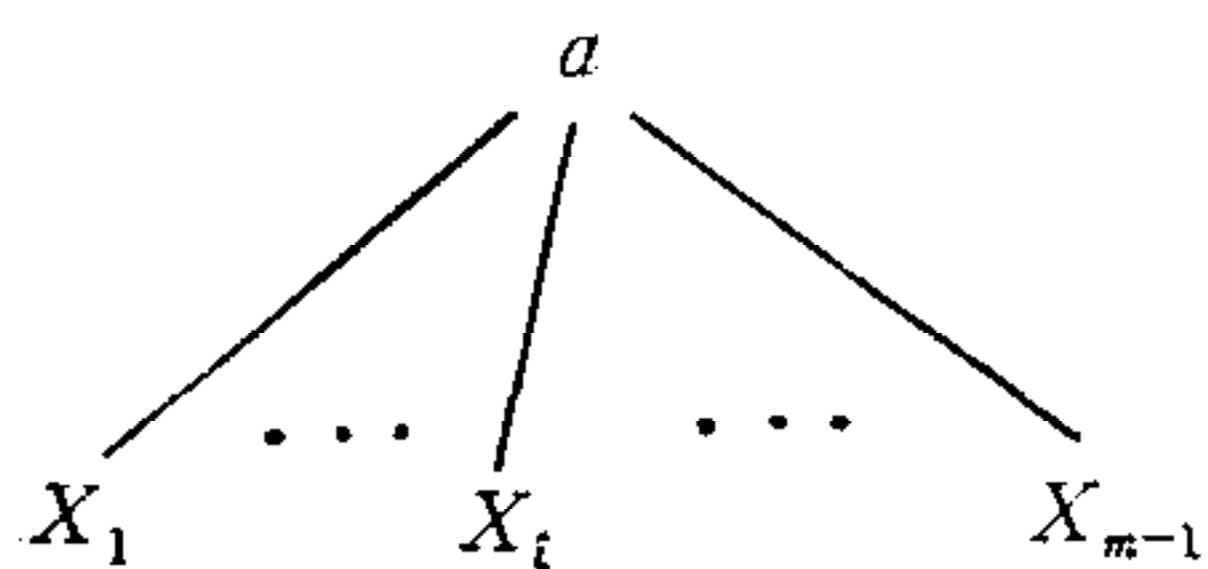
下面分四种情况定义二元关系，分别称为 A 型、 B 型、 C 型及 D 型关系。



甲



乙



丙

1. A型关系

考虑产生式右端相连接的两个变元之间的关系
 $R_i(X_i, X_{i+1}), i = 1, 2, \dots, m - 1$, 及 $R_m(X_m, X_1)$
 共 m 个关系,

$$A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_m,$$

2. B型关系

考虑左端变元 A 分别与右端 m 个变元之间的关系
 $R_i(A, X_i), i = 1, 2, \dots, m$, 共 m 个关系,

$$A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_m.$$

3. C型关系

对于产生式形式为 Greibach 标准型, 即

$$A \rightarrow a X_1 X_2 \cdots X_{m-1}$$

其中 $a \in V_T, X_i \in V_N, i = 1, 2, \dots, (m - 1)$, 则定义下述二元关系:

$$r_i(a, X_i), i = 1, 2, \dots, (m - 1),$$

$$R_i(X_i, X_{i+1}), i = 1, 2, \dots, (m - 2), \text{ 及 } R_i(X_{m-1}, X_1)$$

或 $R_i(\Phi(X_i), \Phi(X_{i+1})), i = 1, 2, \dots, (m - 2)$, 及 $R_i(\Phi(X_{m-1}), \Phi(X_1))$, 其中
 $\Phi(X_i)$ 表示与 X_i 对应的属性。

4. D型关系

综合 1、3 两种情形, 既考虑产生式右端互相连接的两个变元间关系, 又考虑左端变元
 分别与右端 m 个变元之间的关系, 即对于

$$A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_m,$$

考虑 $R_i(X_i, X_{i+1}), i = 1, 2, \dots, (m - 1)$, 及 $R_m(X_m, X_1)$ m 个关系, 以及 $r_1(A, X_1)$,
 $r_2(A, X_2), \dots, r_m(A, X_m)$ m 个关系, 并进而对 r_1, r_2, \dots, r_m 定义关系 $\tilde{R}(r_1, r_2, \dots, r_m)$.

把上述类型关系加到属性文法中作为语义部分的内容, 从而推广了属性文法。

在本文中, 我们从 A 型关系出发, 通过一个控制连接图对连接关系加以限制, 提出一种“语义程序文法”。这种文法与一般的程序文法具有同样功能, 以上下文无关文法形式, 在控制连接图规定的限制条件下, 产生上下文敏感的语言。在此基础上, 把标准模式与畸变模式之间的联系看成在标准模式的结构中解除某些限制条件, 从而形成各式各样的畸变模式。从这样一个观点出发, 就可以利用属性文法为工具, 对以往难以描述的一些图象模式加以描述。另外以属性文法的观点, 从 B 型关系出发, 可以对附标文法作新的了解。根据 C 型关系, 用属性树状文法能有效地描述以线段为基元的线划图形, 例如复杂的汉字,

而用通常的树状文法往往是难见成效的。最后讨论 D 型关系，并考虑以概念作为基元，把对模式的语义、句法描述引伸到用类框架为工具的知识表达，把模式识别中的模式描述与专家系统中的知识表达联系起来。这一问题只作简要地讨论，详细的情况在另文^[6] 中给出。

二、控制连接图与语义程序文法

下面将从语义的角度出发，提出一种与程序文法相类似的文法。为此首先对一个上下文无关文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 定义控制连接图如下。

定义一。一个控制连接图是一个有向图，它的结点以 $V = V_N \cup V_T$ 中的变元加以标号。一个标号为 X 的结点到标号为 Y 的结点之间的弧用 (a, b) 标号 $a, b \in V_T$ ，如图 1 所示。

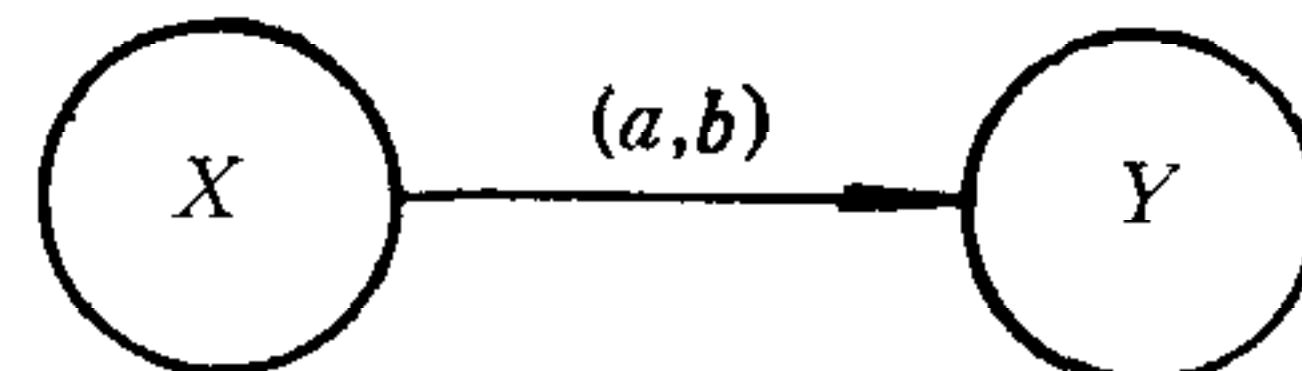


图 1

这一关系表示 $\text{CON_CAT}(X, Y) = (a, b)$ 。对 X 与 Y 之间的连接加以控制， X 必须产生最右端为 a 的符号链， Y 必须产生最左端为 b 的符号链，以满足限制条件

$$\text{CAT}(X, Y) = (a, b).$$

在控制连接图的基础上，我们来定义语义程序文法。

定义二。一个语义程序文法是语义受限制的一种属性文法，它的句法部分是一个上下文无关文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 。语义部分满足下述两个限制条件：

(1) 文法中所有产生式右端按 A 型关系，相邻两变元间的连接关系满足一控制连接图所规定的限制条件。

(2) 起始符 S 的属性 $\Phi(S)$ 满足给定限制条件

这里谈到连接关系时，并没有引入连接属性，仅仅是某个符号与另外符号的连接。至于对 $\Phi(S)$ 的限制，考虑 $\Phi(S) = |S| = n$ ，即由 S 出发，用 G 中的产生式所产生的链中所包括的符号数目。

语义程序文法类似于程序文法。下面例子表明，几种用程序文法产生的上下文敏感语言，都可以用语义程序文法产生。

例 1。句法部份为上下文无关文法 $G = (\{A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, A)$ ，语义部份为控制连接图 2，且 $\Phi(A) = |A| = 3n$ 的语义程序文法产生上下文敏感语言 $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ 。

P :

- (1) $A \rightarrow aBC,$
- (2) $B \rightarrow aBB,$
- (3) $C \rightarrow CC,$

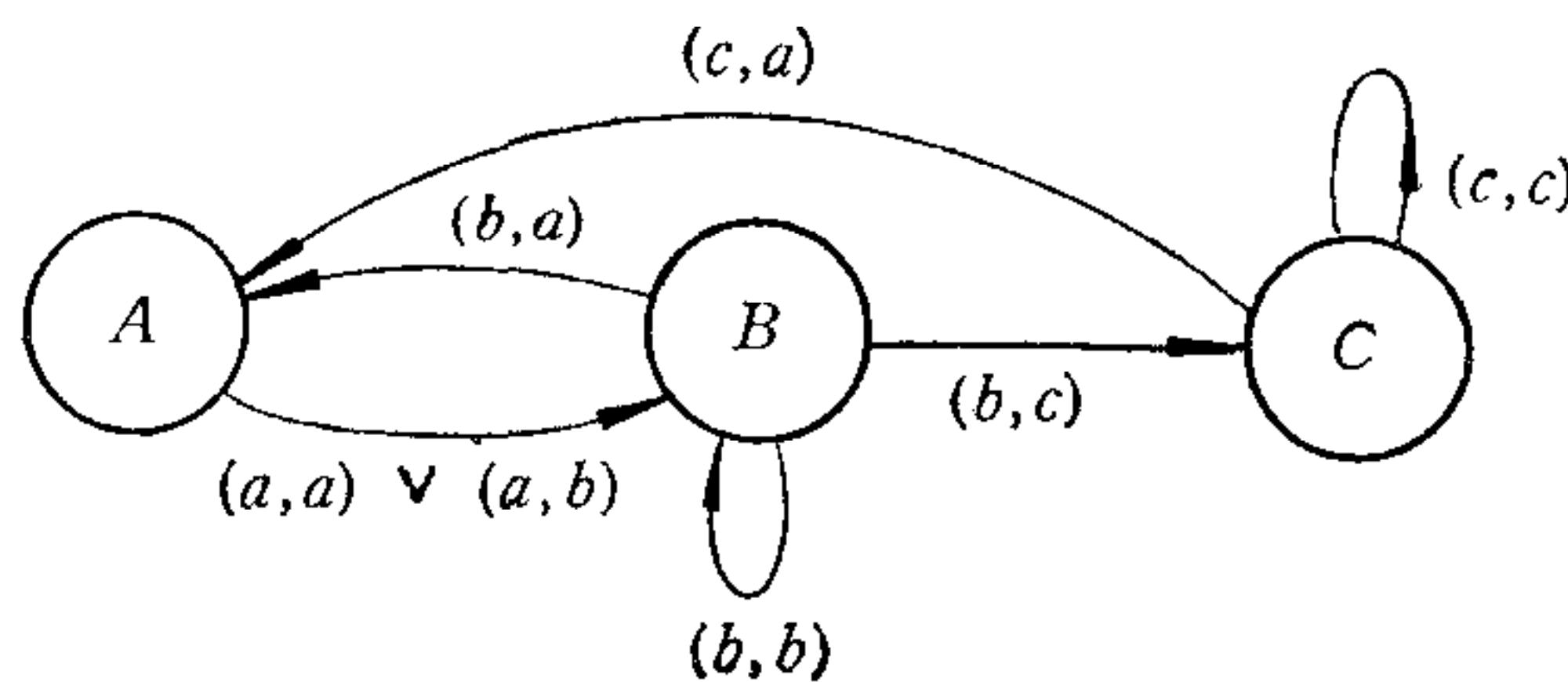
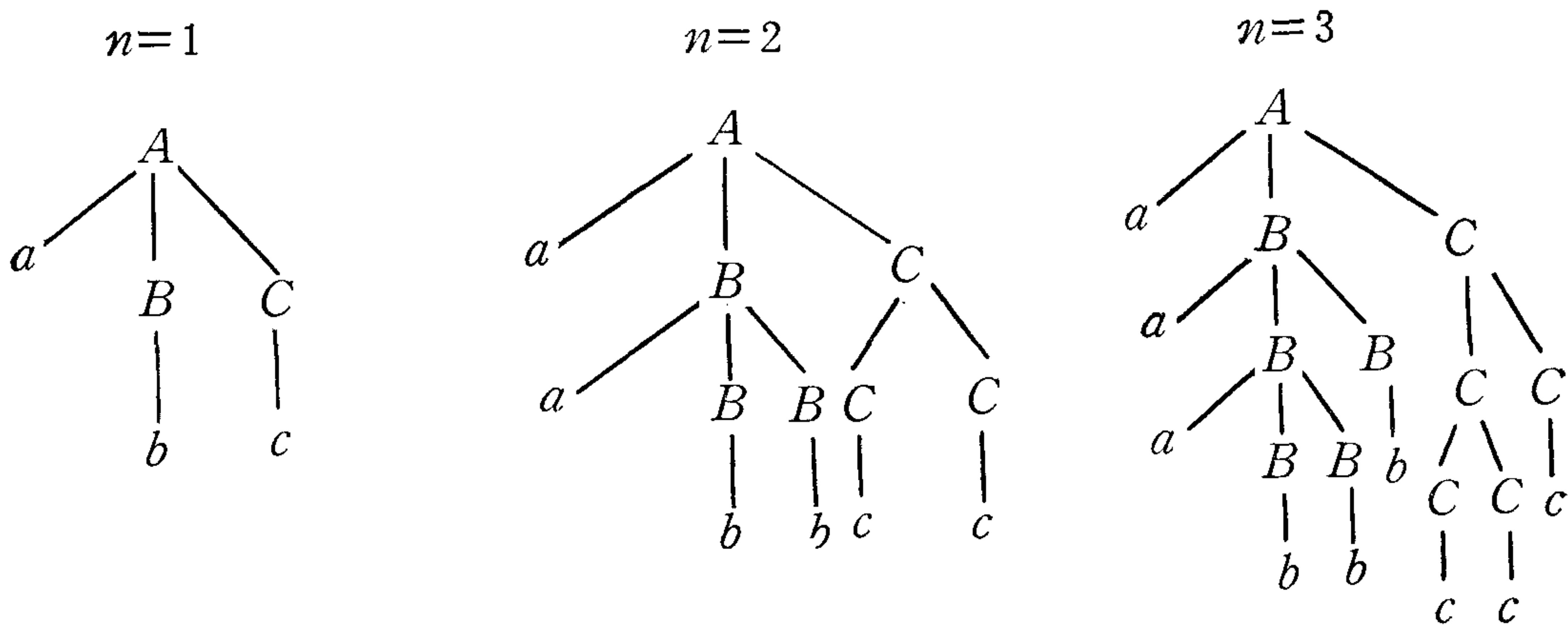


图 2

- (4) $B \rightarrow b$,
(5) $C \rightarrow c$.

以下分别是 $n = 1, 2, 3$ 时的导出方式:



丁

控制连接图如图 2 所示，并附加条件 $\Phi(S) = |S| = 3n$ 。控制连接图的构造是从 A 型关系出发，分析产生式右端有两个以上变元时变元间的连接关系，给出相应的连接条件，以产生所要求的语言。这里右端有两个以上变元的产生式及相应的控制右端两变元所满足的条件如下：

$A \rightarrow aBC$,

CON: $CAT(a, B) = (a, a) \vee (a, b)$,
 $CAT(B, C) = (b, c)$, $CAT(C, a) = (c, a)$.

$B \rightarrow aBB$

CON: $CAT(a, B) = (a, a) \vee (a, b)$,
 $CAT(B, B) = (b, b)$, $CAT(B, a) = (b, a)$.

$C \rightarrow CC$

CON: $CAT(C, C) = (c, c)$.

把以上条件进行归纳，以产生式右端的变元 a, B, C 作为控制连接图的结点标号，以相应的连接关系作为弧的标号，去掉重复的部分，就构成了控制连接图。

需要注意的是，还有语义限制条件 $\Phi(A) = |A| = 3n$, $n = 1, 2, \dots$ 。这个条件对文法所产生的链的基元数目加以控制。

在这个例子中，产生式中没有出现 $X \rightarrow Y$ 的形式。如果有这样的产生式出现，那

么需要给出 X 与 Y 、 Y 与 X 如何连接的限制条件,下面的例子就出现这种情况.

例 2. 下述语义程序文法 $G = (\{S, A, B\}, \{a\}, P, S)$ 产生上下文敏感语言 $L(G) = \{a^{2^n} | n \geq 1\}$.

$P:$

- (1) $S \rightarrow AA,$
- (2) $A \rightarrow a,$
- (3) $A \rightarrow BB,$
- (4) $B \rightarrow A.$

控制连接图如图 3 所示,且加上条件: $\Phi(S) = |S| = 2^n$.

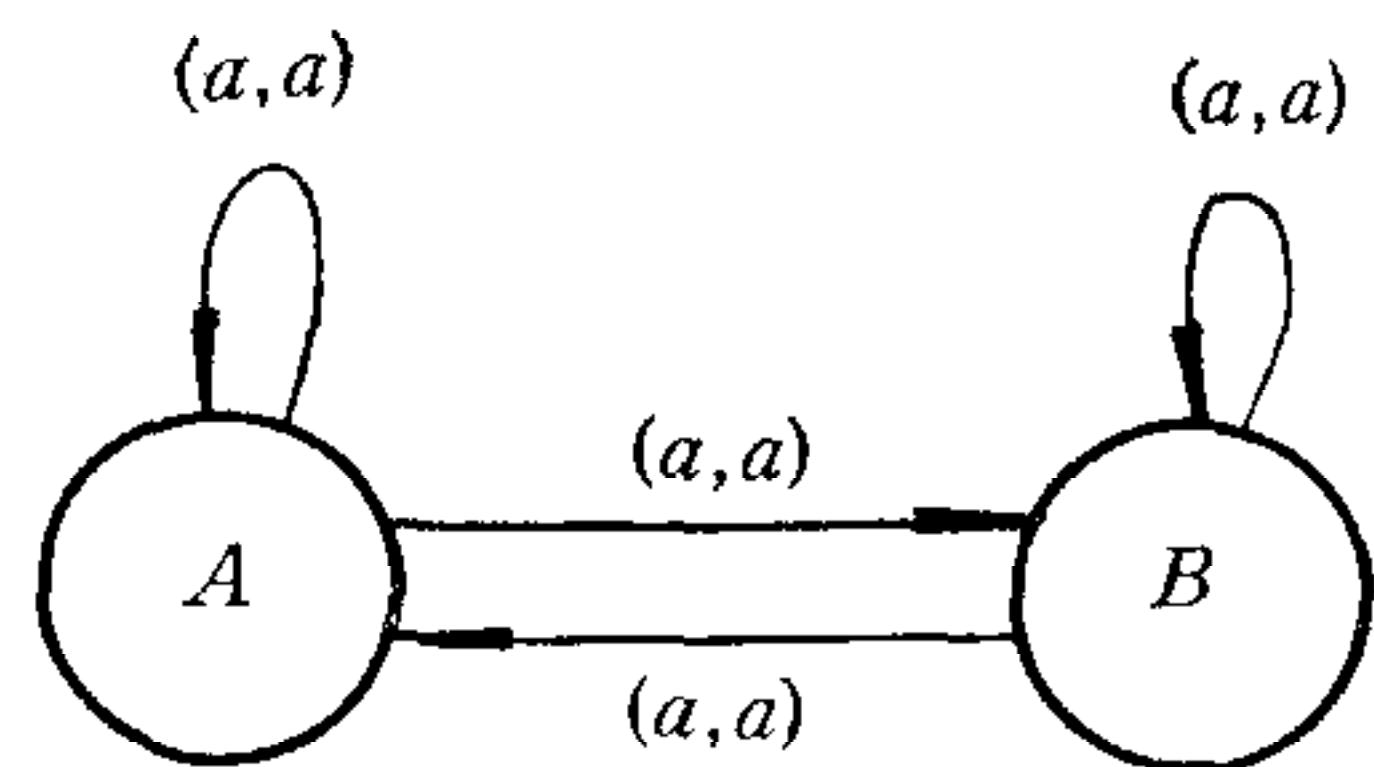


图 3

三、连接条件的限制

在一个属性文法中, 对连接条件有所限制就意味着对该文法所描绘的模式的结构加以限制. 如果以某种结构的模式作为某类模式的标准(或模板), 由于噪声和干扰的影响, 标准模式发生畸变, 形成了各式各样的畸变模式. 这是从另外一种与以往误差校正方法^[1]完全不同的角度, 认为由于去掉了标准模式中结构方面的某些限制而形成畸变模式. 这里的前提是对于标准模式的描述, 其句法部分所用的文法不具有自嵌套性质. 前面已经谈到自嵌套性质可以通过文法中的语义部分加以表达. 现在通过下面对三个三角形所构成图形的描述来阐明通过对限制连接条件的分析而形成畸变模式. 三个三角形构成的图形由以下属性文法 G 描述:

$G = (\{S, N_1, N_2, N_3, A_i, B_i, C_i, i = 1, 2, 3\} \{a_i, b_i, c_i, i = 1, 2, 3\}, P, S).$

$P:$

句法部分	语义部分
$S \rightarrow N_1 N_2 N_3,$	
$N_i \rightarrow A_i B_i C_i,$	$CAT(A_i, B_i) = CAT(a_i, b_i) = (+, \theta_{i_1}),$ $CAT(B_i, C_i) = CAT(b_i, c_i) = (+, \theta_{i_2}),$ $CAT(C_i, A_i) = CAT(c_i, a_i) = (+, \theta_{i_3}),$
$A_i \rightarrow a_i,$	$\Phi(a_i) = l_i^1,$
$B_i \rightarrow b_i,$	$\Phi(b_i) = l_i^2,$
$C_i \rightarrow c_i,$	$\Phi(c_i) = l_i^3, \quad i = 1, 2, 3.$

对于产生式 $S \rightarrow N_1 N_2 N_3$, 可以按照 A 型关系加上三个限制条件, 用 CON() 表示.

- CON(N_1, N_2): $CAT(A_1, A_2) = CAT(a_1, a_2) = (+, \phi_1),$
- CON(N_2, N_3): $CAT(B_2, B_3) = CAT(b_2, b_3) = (+, \phi_2),$
- CON(N_3, N_1): $CAT(C_3, C_1) = CAT(c_3, c_1) = (+, \phi_3).$

整个图形的结构如图 4 所示. 标准模式满足下述条件, 图形如图 5 所示.

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0 \text{ 以及 } \theta_{i_1} = \theta_{i_2} = \theta_{i_3} = \frac{\pi}{3}, \quad i = 1, 2, 3.$$

图 6 和图 7 分别表示由标准图形形成的几种畸变图形, $\theta_{i_1}, \theta_{i_2}, \theta_{i_3}, i = 1, 2, 3$. 作为参

数,在图 7 中取消了 $\text{CON}(N_3, N_1)$.

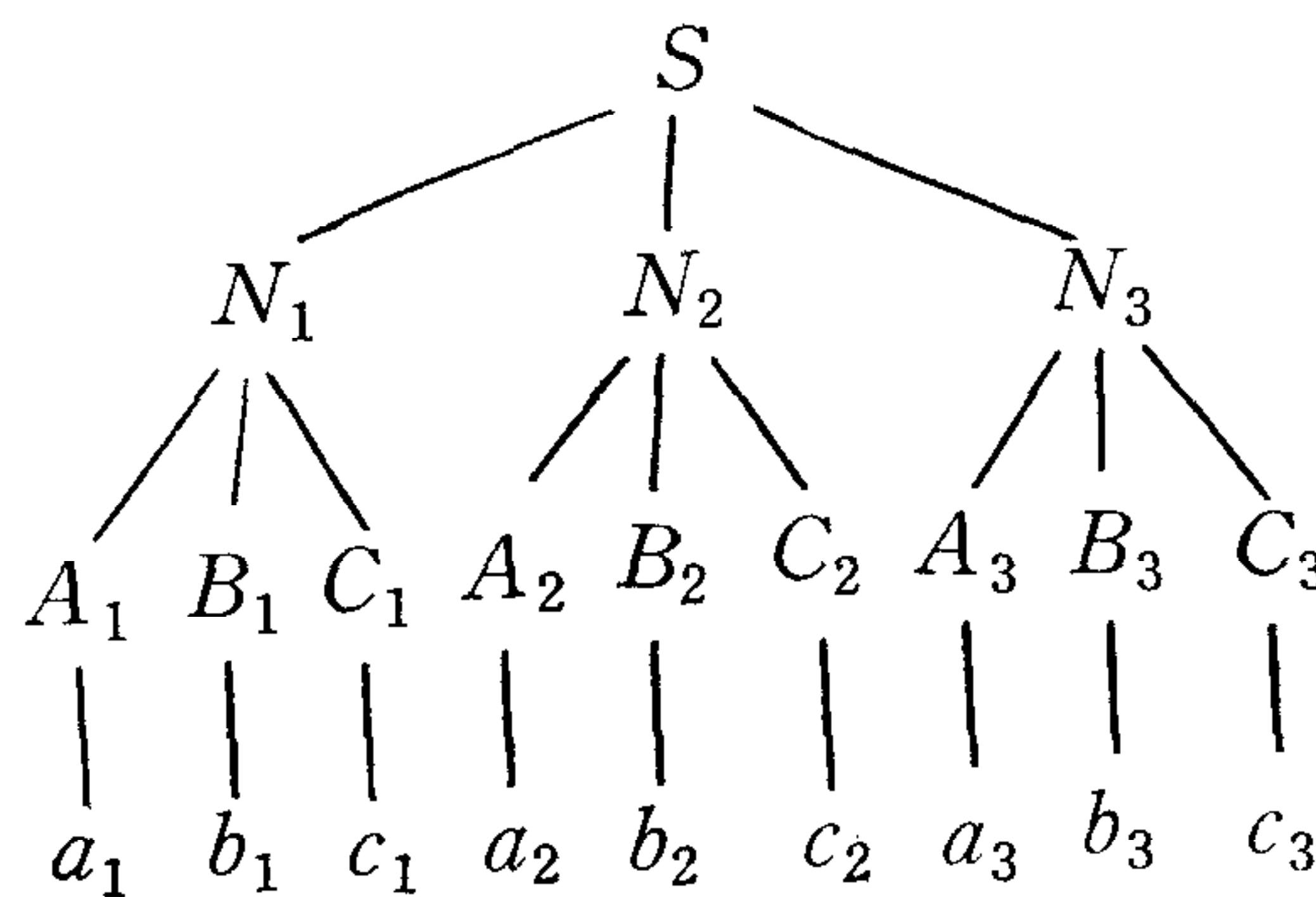


图 4

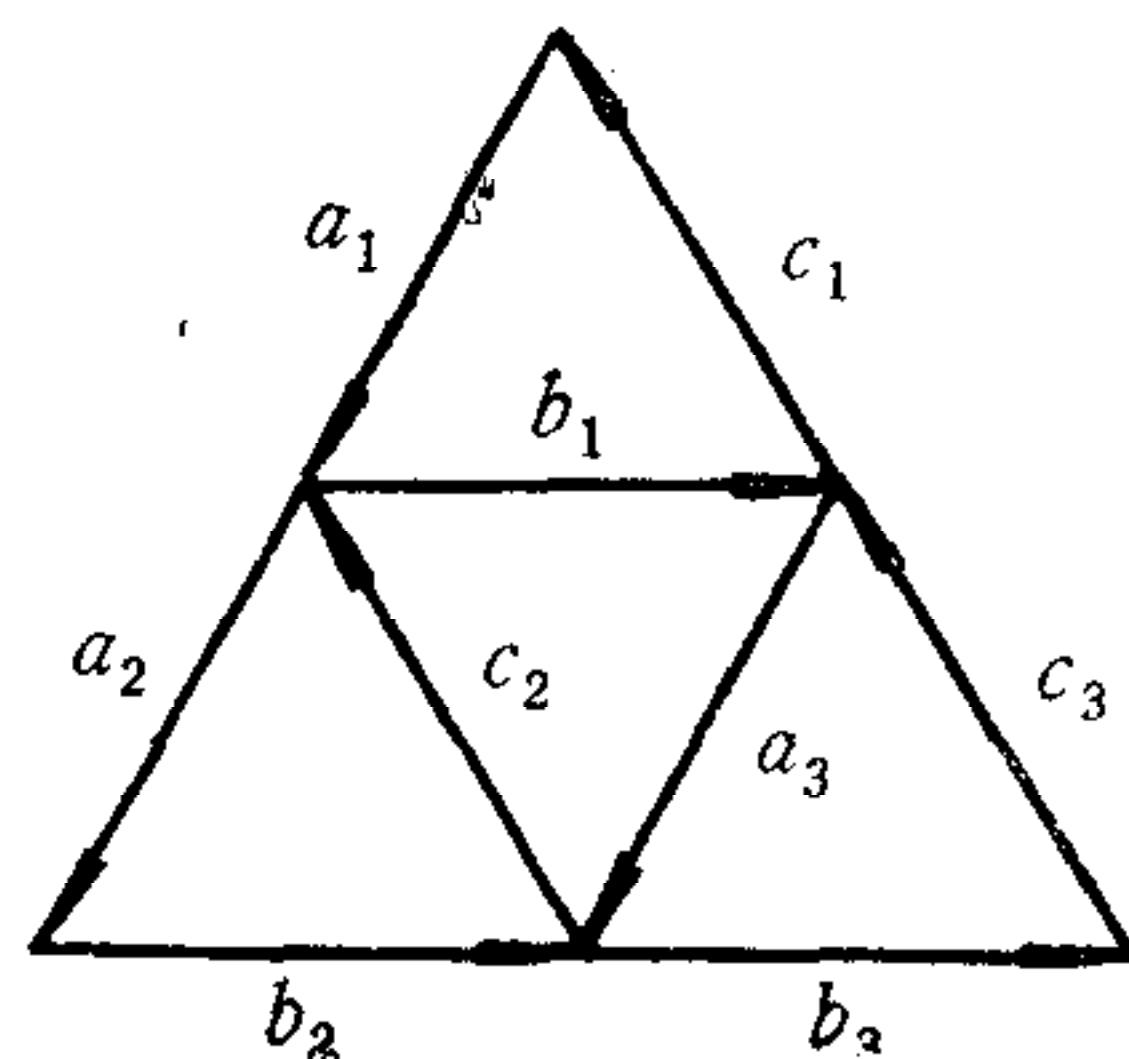


图 5

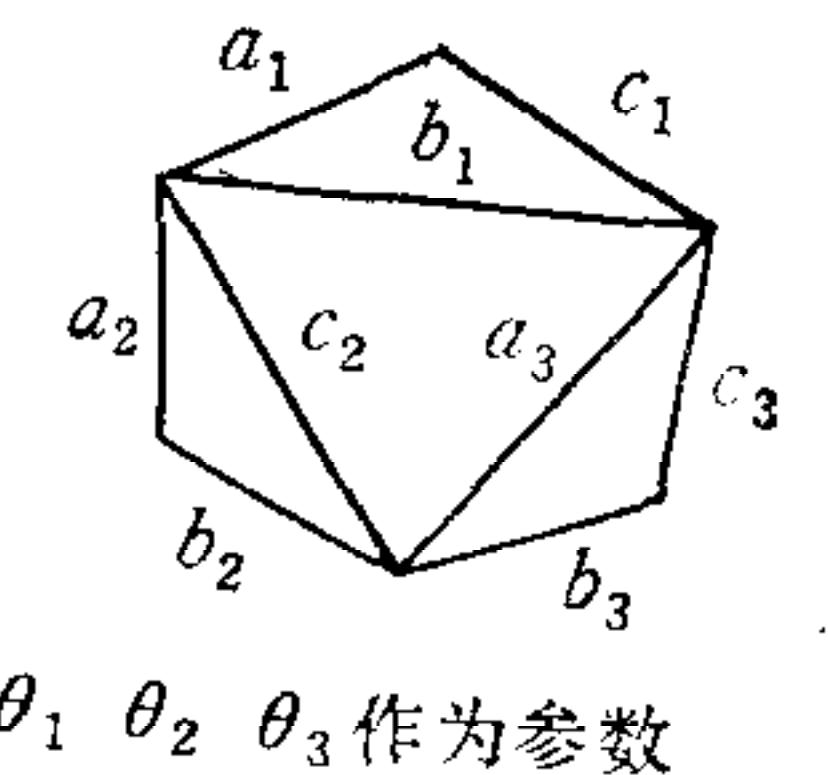


图 6

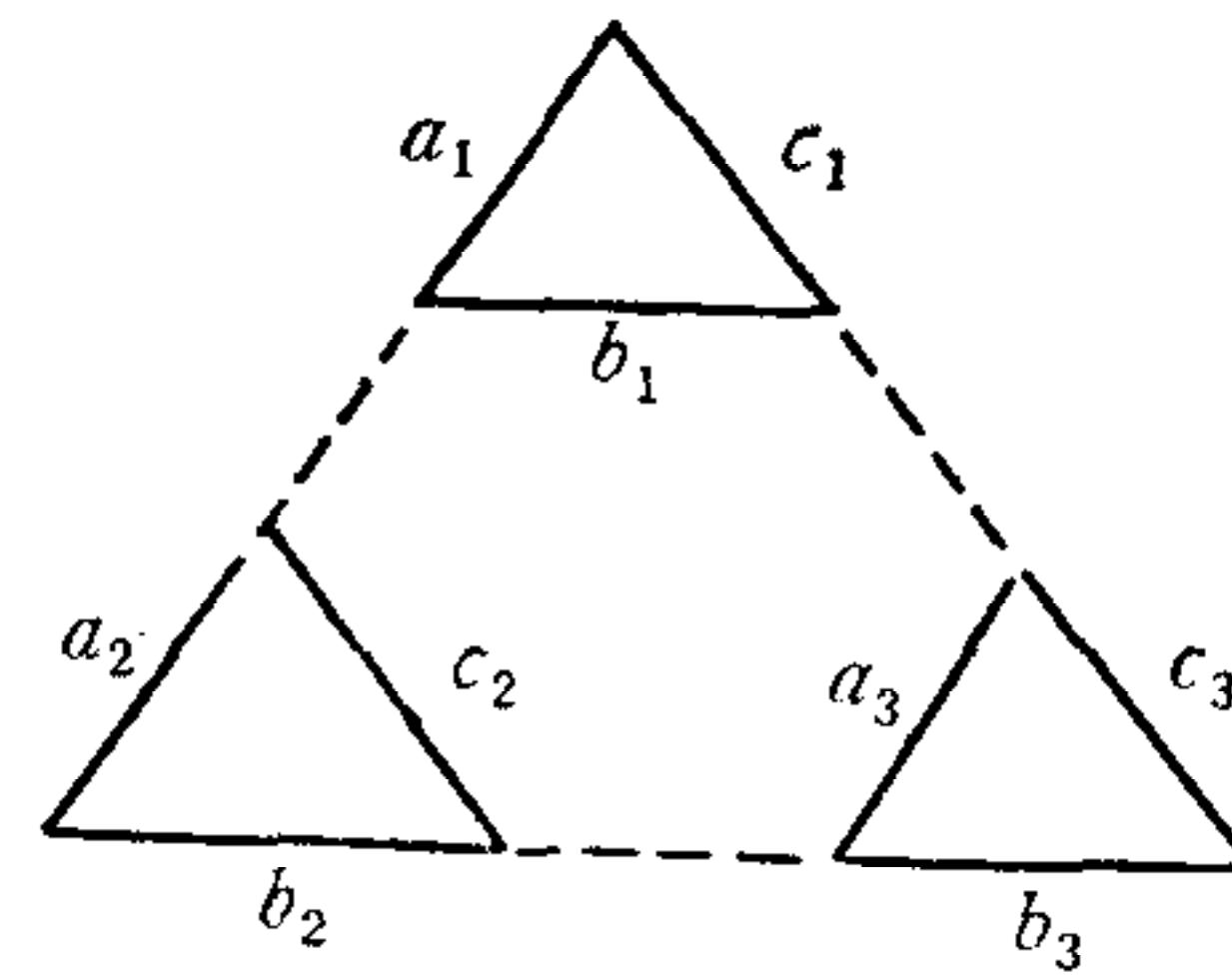
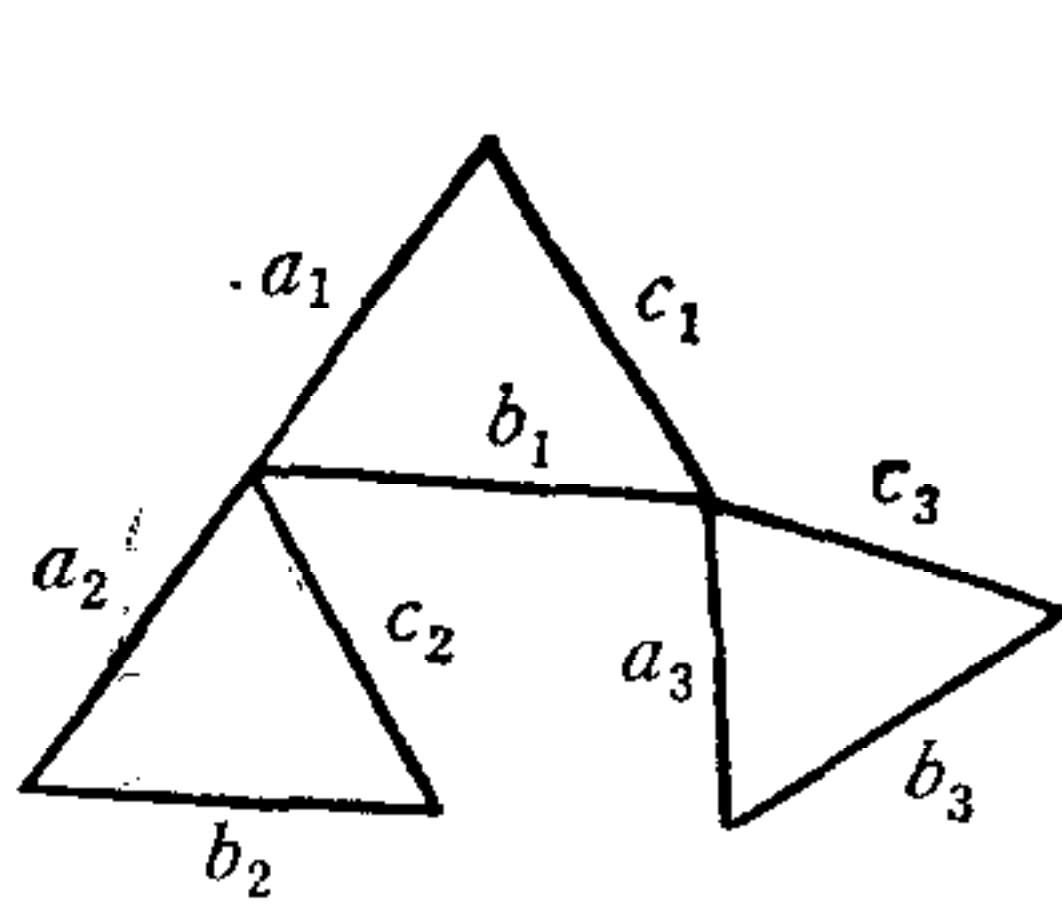


图 7

四、附标文法

这里将根据产生式来分析 B 型关系, 从属性文法导出附标文法. 假设属性文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 中, 产生式的形式为

$$A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_m, \quad X_i \in V = V_N \cup V_T, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

定义上述产生式右端的每个变元 X_i 与 A 的关系. 如果 $X_i \in V_N$, 则 $\text{REL}(A, X_i) = \theta_i$; 如果 $X_i \in V_T$, 则 $\text{REL}(A, X_i) = \lambda$, θ 称为标志. 对于使用这一产生式所形成的导出树中, 把 θ_i 看成从 A 到 X_i 的弧的标号. 如果非终止符 X_i 再写成

$$X_i \rightarrow Y_{i_1}, Y_{i_2}, \dots, Y_{i_n}, \quad \text{用同样的表示法, } \text{REL}(X_i, Y_{ij}) = \phi_j, \quad j = 1, 2, \dots,$$

n, ϕ_i 中有些可能是 λ . 考虑 Y_{ij} 与 A 的关系:

如果 $Y_{ij} \in V_N$, 则 $\text{REL}(A, Y_{ij}) = \text{REL}(A, X_i)\text{REL}(X_i, Y_{ij}) = \theta_i\phi_i$;

如果 $Y_{ij} \in V_T$, 则 $\text{REL}(A, Y_{ij}) = \lambda$.

对于标志而言, 标志是形如 $A \rightarrow \alpha$ 的产生式的有限集, 其中 $A \in V_N, \alpha \in V^*$, 标志的集合用 F 表示, 导出的规则如下.

1. 如果 $\alpha A \theta \beta$ 是一个句子型式, 其中 $\alpha, \beta \in (V_N F^* \cup V_T)^*$, $A \in V_N$, $\theta \in F^*$, 并且 $A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_m$ 在 P 中, $X_i \in V$, $R(A, X_i) = \phi_i$, 于是 $\alpha A \theta \beta \Rightarrow \alpha X_1 \varphi_1 X_2 \varphi_2 \cdots X_m \varphi_m \beta$. 其中, 如果 $X_i \in V_T$, 则 $\varphi_i = \lambda$; $X_i \in V_N$, 则 $\varphi_i = \phi_i \theta$.

2. 如果 $\alpha A f \theta \beta$ 是一个句子型式, 其中 $\beta \in (V_N F^* \cup V_T)^*$, $A \in V_N$, $f \in F$, 且 $A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_m$ 是标志 f 中的一个产生式, 于是 $\alpha A f \theta \beta \Rightarrow \alpha X_1 \varphi_1 X_2 \varphi_2 \cdots X_m \varphi_m \beta$. 其中, 如果 $X_i \in V_T$, 则 $\varphi_i = \lambda$; $X_i \in V_N$, 则 $\varphi_i = \theta$. 可以通过前面所述 B 型或 D 型关系产生上下文敏感语言.

例如, 附标文法 G 产生上下文敏感语言

$$\{0^n 1^n 0^n \mid n = 1, 2, \dots\}, G = (\{S, T, A, B\}, \{0, 1\}, \{f, g\}, P, S),$$

产生式及附标集如下:

- (1) $S \rightarrow Tg$,
- (2) $T \rightarrow Tf$,
- (3) $T \rightarrow ABA$,
- (4) $f = \{A \rightarrow 0A, B \rightarrow 1B\}$,
- (5) $g = \{A \rightarrow 0, B \rightarrow 1\}$.

用一次(1), 然后用 $(n - 1)$ 次(2), 最后用(3), 得

$$S \Rightarrow Tg \Rightarrow Tf g \Rightarrow \cdots \Rightarrow 0^{n-1} A g 1^{n-1} B g 0^{n-1} A,$$

然后用(4)、(5), 得

$$Af^{n-1}gBf^{n-1}gAf^{n-1}g \Rightarrow \cdots \Rightarrow Af^{n-1}gBf^{n-1}gAf^{n-1}g \Rightarrow 0^n 1^n 0^n.$$

从属性文法角度来考虑, 推广后的属性文法 G_a 同样产生上下文敏感语言

$$\{0^n 1^n 0^n \mid n = 1, 2, \dots\}, G_a = (\{S, T, A, B\}, \{0, 1\}, P, S),$$

其中,

P :

句法部分	语义部分
$S \rightarrow T$,	$R(S, T) = g$,
$T \rightarrow ABA$,	$R(T, A) = f_1, R(T, B) = f_2$
	$f = \{A \rightarrow 0A, B \rightarrow 1B\}$,
	$g = \{A \rightarrow 0, B \rightarrow 1\}$,
	f_1 与 f_2 的关系为
	$\tilde{R}(f_1, f_2): f_1 = f_2 = f^n$.

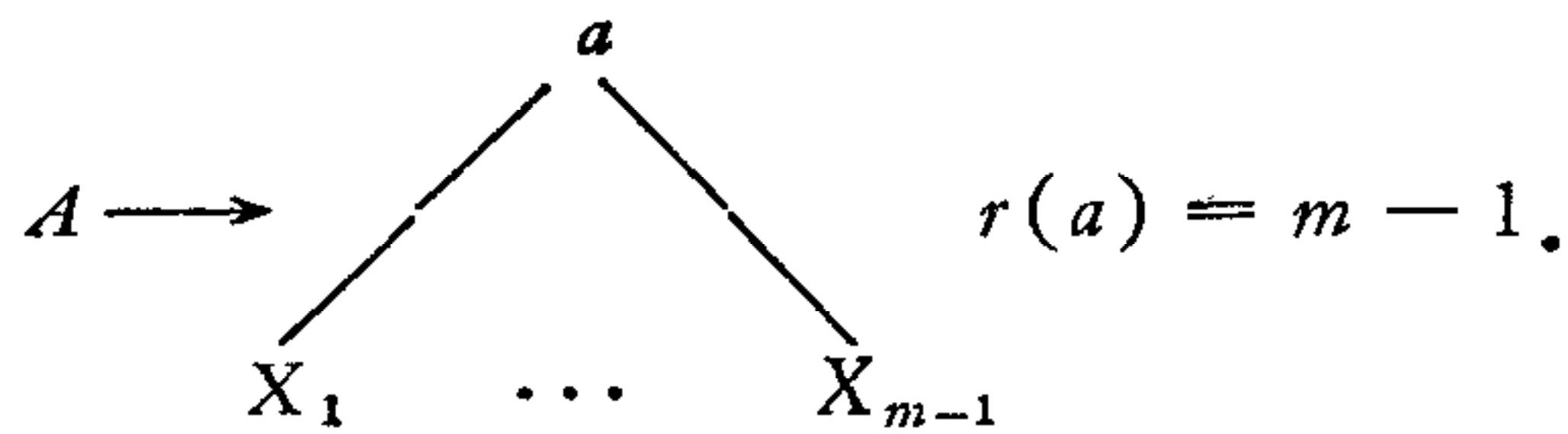
用与附标文法一样的推导方式, G_a 产生上下文敏感语言 $\{0^n 1^n 0^n\}$.

五、属性树状文法

对于 C 型关系, 即产生式的形式为

$$A \rightarrow aX_1X_2 \cdots X_{m-1}, \quad a \in V_T, \quad X_i \in V_N, \quad i = 1, 2, \dots, m-1.$$

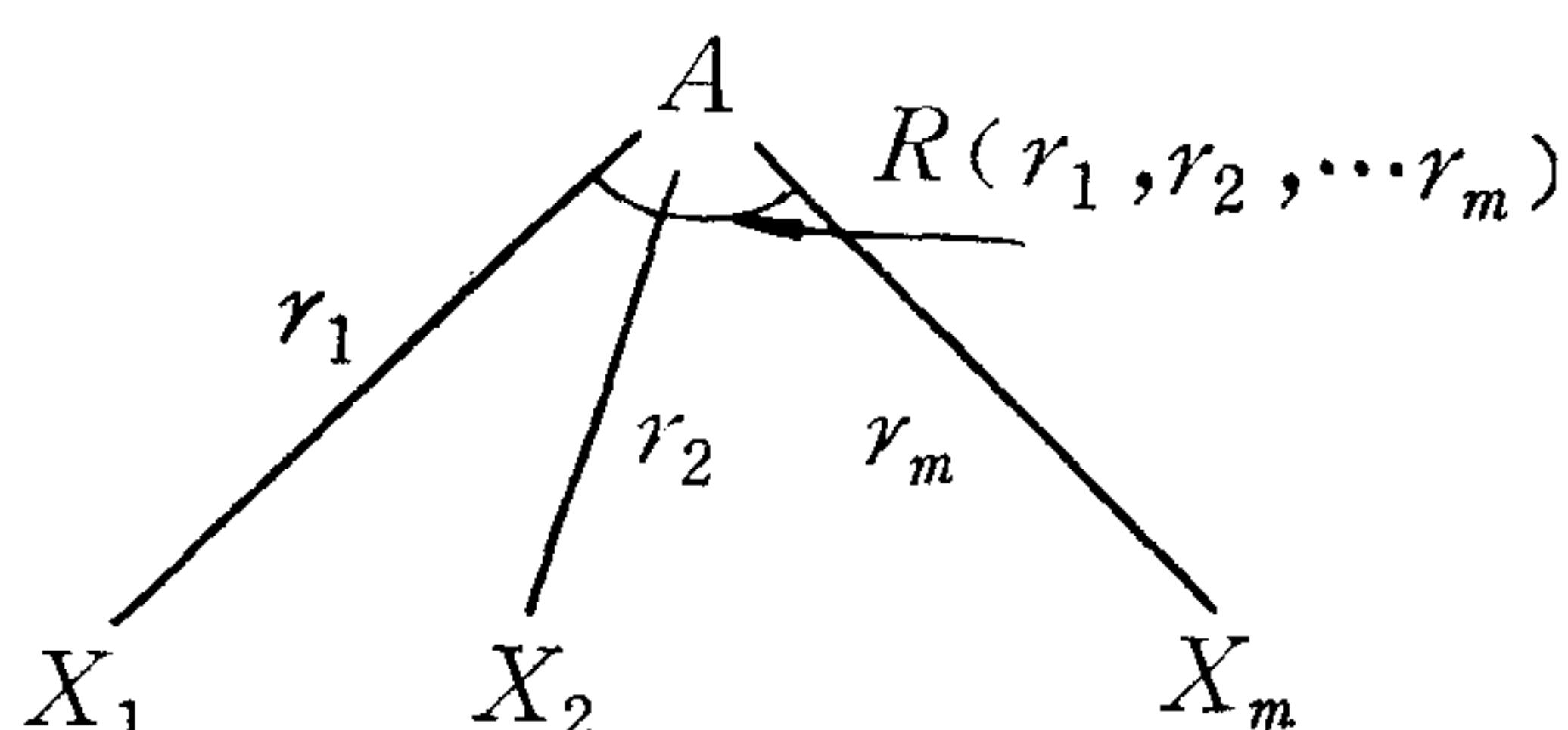
如果我们考虑问题不局限在文法的范畴，着眼于高维树状文法，与此相应的正则树文法的产生式为



再加上 $2(m-1)$ 个关系 $r_i(a, X_i)$, $i = 1, 2, \dots, m-1$, 以及 $R_i(X_i, X_{i+1})$, $i = 1, 2, \dots, m-2$, 和 $R_i(X_{m-1}, X_1)$ 分别表示树状结构的纵向与横向关系。对于某些情况，这两组关系不是独立的，这种属性树状文法可以用来识别较复杂的图形，例如汉字^[3,4,5]。

六、模式描述与知识表达

从利用结构信息及语义信息的角度看来，模式的描述与知识的表达在一定程度上具有共性，可以把对模式的语义句法描述扩展到知识的表达。由于形成知识的单元是概念，很自然地考虑把概念作为基元，而一个概念又可以通过其它若干概念或者过程（procedure）来加以描述。概括言之，可以用一个属性文法 $G_a = (V_N, V_t, P, S)$ 来描绘知识的组织。其中 V_N 是一个论域内概念的集合， V 是到目前为止不需要再定义的概念集， T 是过程的集， $V_t = V \cup T$ ， S 是起始符， P 是一个产生式的有限集。产生式包括句法与语义两部分，句法部分是上下文无关文法形式，语义部分包括基元属性与关系属性等。关系属性中采用 D 型关系，而属性也可以是概念。每一产生式及其语义对应于一带属性的树，如



戊

在此基础上，还可以定义更为广泛的关系属性，从而产生表达知识的网络。上述结构可以写成右端所示 frame-like 的形式，只不过加入了关系属性 $R(X_i, X_{i+1})$, $i = 1, 2, \dots, m-1$, 与 $R(X_m, X_1)$ 及 $R(r_1, r_2, \dots, r_m)$ 。关于这一问题，在其它地方有较详细的讨论^[6]。

两部分，句法部分是上下文无关文法形式，语义部分包括基元属性与关系属性等。关系属性中采用 D 型关系，而属性也可以是概念。每一产生式及其语义对应于一带属性的树，如

$$A \longrightarrow X_1X_2 \cdots X_m,$$

$$r_1(A, X_1), r_2(A, X_2), \dots, r_m(A, X_m),$$

$$R_1(X_1, X_2), R_2(X_2, X_3), \dots, R_m(X_m, X_1),$$

$$\text{及} \quad R(r_1, r_2, \dots, r_m).$$

A		
r_1		
X_1		
r_2	$R_1(X_1, X_2)$	
\vdots	X_2	$R(r_1 \cdots r_m)$
r_m		
X_m		$R_m(X_m, X_1)$

参 考 文 献

- [1] 傅京孙, 模式识别及其应用, 科学出版社, 1983.
- [2] J. W. Tai, K. S. Fu, Semantic Syntax-Directed Translation For Pictorial Pattern Recognition, Purdue University, *Tech. Rep. TR-EE*, 81—38, Oct., 1981.
- [3] 戴汝为, 模式识别的一类属性文法, 自动化学报, 1983年第9卷第2期.
- [4] J. W. Tai, A Syntactic Semantic Approach For Describing Chinese Characters, *Computer Processing of Chinese and Oriental Languages*. 1(1984), No. 3.
- [5] J. W. Tai, A Method For Compound Chinese Character Recognition, *Proc. China and America Bilateral Conference on "Text Processing by Computer"*, Palo Alto, 1—2, March, 1985.
- [6] 王珏, 戴汝为, 一种语义网络, 自动化学报, 1986年第12卷第4期.

THE RELATIONS BETWEEN VARIABLES OF AN ATTRIBUTED GRAMMER

DAI RUWEI

(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences)

ABSTRACT

From the point of view of syntactic-semantic description of patterns some relations between variables of an attributed grammar are analyzed. The attributed grammar is expanded, so far as some relations are added into the semantic part of an attributed grammar. As a result of the expansion, a semantic programmed grammar is defined by introducing a control diagram of connection into a grammar as constrained conditions. And the relationships between a referential pattern and its distorted versions can be described by some constrained conditions. Finally, pattern description and knowledge representation are briefly discussed from the same view-point.