第 13 卷 第 4 期 自 动 化 学 报 Vol. 13, No. 4
1987 年 7 月 ACTA AUTOMATICA SINICA July, 1987

对"定常线性系统不同分解下状态变量之间的关系"一文的更正

孙 承 启
（北京控制工程研究所）

衷心感谢涂莑生同志提出的正确批评[1]. 文献[2]定理 2.1 的表述是不确切的，为证明定理 2.1 所建立的引理 2.1 一般是不成立的. 现给出修改后的引理 2.1 和定理 2.1.

引理 2.1. 已知 $\mathscr{U}$ 和 $\mathscr{W}$ 是 $\mathscr{R}^n$ 中的两个子空间，记 Ω 是满足关系 $\mathscr{U}\oplus\mathscr{V}=\mathscr{R}^n$ 的 $\mathscr{V}$ 的集合. 设 $\mathscr{V}_0\in\Omega$，则等式

$$(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})\oplus(\mathscr{W}\cap\mathscr{V}_0)=\mathscr{W}$$

成立的充分必要条件是 $\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V}_0)$ 为 $\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V})$ 的最大值.

证明. 因为 $(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})+(\mathscr{W}\cap\mathscr{V})$ 是 $\mathscr{W}$ 的子空间，且 $(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})\cap(\mathscr{W}\cap\mathscr{V})=0$，所以 $\dim[(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})\oplus(\mathscr{W}\cap\mathscr{V})]\leqslant\dim\mathscr{W}$，或者 $\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V})\leqslant\dim\mathscr{W}-\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})$，也即 $\max\limits_{\mathscr{V}\in\Omega}\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V})=\dim\mathscr{W}-\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})$. 在 Ω 中选择一个 $\mathscr{V}_0$，使之包含 $\mathscr{W}\cap\mathscr{U}$ 在 $\mathscr{W}$ 中的补空间，就有 $\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V}_0)=\max\limits_{\mathscr{V}\in\Omega}\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V})$. 从而 $\dim(\mathscr{U}\cap\mathscr{V}_0)=\dim\mathscr{W}-\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})$，$\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})+\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V}_0)=\dim\mathscr{W}$. 于是得到引理中的等式.

反之，若等式成立，则 $\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V}_0)=\dim\mathscr{W}-\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})$. 而对任意 $\mathscr{V}\in\Omega$，$\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V})\leqslant\dim\mathscr{W}-\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{U})$. 因此 $\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V}_0)=\max\limits_{\mathscr{V}\in\Omega}\dim(\mathscr{W}\cap\mathscr{V})$. 引理证毕.

定理 2.1. 系统(2.1)[2]通过如下定义的变换矩阵 Q 必可导出(2.4)[2]的形式. 矩阵 Q 由 $\mathscr{R}_1=\mathscr{R}_c\cap\mathscr{N}_o$，$\mathscr{R}_2=\mathscr{R}_c\cap\mathscr{R}_o$，$\mathscr{R}_3=\mathscr{N}_c\cap\mathscr{N}_o$ 和 $\mathscr{R}_4=\mathscr{N}_c\cap\mathscr{R}_0$ 这四个子空间的基顺序排列构成. 其中 $\mathscr{N}_c$ 应选得与 $\mathscr{N}_o$ 有最大可能维数的交，$\mathscr{R}_o$ 应选得与 $\mathscr{R}_c$ 和 $\mathscr{N}_c$ 均有最大可能维数的交；或者选 $\mathscr{R}_o$ 使它与 $\mathscr{R}_c$ 有最大可能维数的交，选 $\mathscr{N}_c$ 使它与 $\mathscr{N}_o$ 和 $\mathscr{R}_o$ 均有最大可能维数的交.

参 考 文 献

[1] 涂莑生，对"定常线性系统不同分解下状态变量之间的关系"一文的商榷，自动化学报，第 13 卷，第 4 期，1987 年.
[2] 孙承启，定常线性系统不同分解下状态变量之间的关系，自动化学报，第 10 卷，第 3 期，1984 年 7 月，195—202.

CORRECTIONS TO "THE RELATION BETWEEN THE STATE VARIABLES OBTAINED BY VARIOUS DECOMPOSITION METHODS FOR LINEAR TIME-INVARIANT SYSTEMS"

SUN CHENGQI
(Beijing Institute of Control Engineering)

本文于 1986 年 5 月 24 日收到.