

# 多维 AR 模型在高炉铁水含硅量 预报中的应用

任 飞 邓薇薇

(本溪钢铁公司钢铁研究所)

## 摘 要

本文提供了用统计学方法建立的多维 AR 模型,用该多维 AR 模型对本钢五号高炉进行了铁水含硅量预报的离线实验。

高炉生产过程是一个复杂的系统,铁水含硅量是表征高炉工作状态和生铁质量的一个重要指标。高炉控制的最主要的任务是控制铁水含硅量。然而到目前为止,生铁含硅量的预报仍取决于操作者的经验。为此,本文提出建立多维 AR 模型,预测铁水含硅量。该模型为高炉操作者判断炉况提供参考,也为采用计算机控制炉况创造了条件。

## 一、多维 AR 模型

### 1. 多维 AR 模型

设  $K$  维向量  $\mathbf{x}_t = \{x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tk}\}$  是在  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  下得到的,它是以时间  $t$  为参数的有序集  $\{x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tk}\}$  集合构成的时间序列  $\{x_{t1} \dots x_{tk}\}$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$ 。 $p$  阶  $k$  维自回归模型为

$$\mathbf{x}_t = \sum_{j=1}^p \Phi_j \mathbf{x}_{t-j} + \mathbf{W}_t \quad (1)$$

$\Phi_j (j = 1, 2, \dots, p)$  是  $K$  阶常系数方阵,称为模型的系数矩阵。

多维自回归模型的尤勒-瓦尔克方程 (Yule-Walker) 为

$$R_p \Phi_p^T = Q_p^T \quad (2)$$

其中

$$R_p \equiv \begin{bmatrix} r_0 & r_1 & \dots & r_{p-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p-1}^T & r_{p-2}^T & \dots & r_0 \end{bmatrix}, \quad Q_p \equiv [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_p],$$
$$\hat{r}_i = \frac{1}{N} \sum_{t=i+1}^N \mathbf{x}_t \mathbf{x}_{t-i}^T$$

预报误差的方差阵为

$$S_p = r_0 - \sum_{j=1}^p \Phi_j r_j^T. \quad (3)$$

## 2. 多维 AR 模型系数矩阵的递推法

$p$  阶时(2)式的解记为  $\Phi_p^p = (\Phi_1^p, \Phi_2^p, \dots, \Phi_p^p)$ , 且  $\Phi_i^p = (\Phi_1^p, \Phi_2^p, \dots, \Phi_i^p)$ , 则(2)式写为

$$R_p \Phi_p^{pT} = Q_p^T. \quad (4)$$

令

$$z_p = (r_1^T \dots r_p^T),$$

和(2)式对偶的方程为

$$R_p B_p^{pT} = z_p^T. \quad (5)$$

其中  $B_p^{pT} = (b_1^p \dots b_p^p)$  为(5)式的解.

系数矩阵的递推算法为

$$\Phi_{p+1}^{p+1} = \left( r_{p+1} - \sum_{j=1}^p \Phi_j^p r_{p+1-j} \right) \left( r_0 - \sum_{j=1}^p b_j^p r_j \right)^{-1}, \quad (6)$$

$$\Phi_i^{p+1} = \Phi_i^p - \Phi_{p+1}^{p+1} b_{p+1-i}^p, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (7)$$

$$b_{p+1}^{p+1} = \left( r_{p+1} - \sum_{j=1}^p \Phi_j^p r_{p+1-j} \right)^T \left( r_0 - \sum_{j=1}^p \Phi_j^p r_j^T \right)^{-1}, \quad (8)$$

$$b_i^{p+1} = b_i^p - b_{p+1}^{p+1} \Phi_{p+1-i}^p, \quad i = 1, 2, \dots, p. \quad (9)$$

当  $p = 1$  时由(4)和(5)式求出  $\hat{\Phi}_1, \hat{B}_1$ , 再由递推公式进行递推计算  $\Phi_p^p$ .

## 3. 多维 AR 模型的定阶

采用赤池信息量准则 (Akaike's Information Criterion 简称 AIC).

$$AIC(p) = NL \ln \det S_p + 2k^2 p, \quad (10)$$

使  $AIC(p)$  最小时的  $p_0$ ,  $p_0 = \min_p AIC(p)$ , 为多维 AR 模型的阶数.

在最终确定维数  $k$  和阶数  $p$  且相应参数估计为  $\hat{\Phi}_i$  后, 用一步预报公式

$$x_t |_{t-1} = \sum_{j=1}^{p_0} \hat{\Phi}_j x_{t-j} \quad (11)$$

做预报.

## 二、多维 AR 模型在高炉铁水含硅量中的应用

高炉系统的输入变量与输出变量多达几十个, 而在模型中不可能考虑所有的参数. 我们把经常调整的热风信号做为辨识参数, 建立了风温、喷煤量和铁水含硅量的多维 AR 模型.

用此模型对本钢五号高炉 1982 年 9 月 3 日至 1982 年 9 月 8 日进行了 55 个炉次的铁水含硅量的离线预报试验, 预报偏差  $|s_{i_t} - \hat{s}_{i_t}| \leq 0.1$  为 80%,  $\leq \pm 0.15$  为 90%. 部分结果见表 1.

表 1

炉 次	硅实际值	模型预报值	误 差
3625	0.733	0.6711998	$6.180024 \times 10^{-2}$
3626	0.618	0.5764023	$4.159767 \times 10^{-2}$
3627	0.608	0.6244096	$-1.640958 \times 10^{-2}$
3628	0.65553	0.614252	$4.1278 \times 10^{-2}$
3629	0.3845	0.4397443	$-5.524424 \times 10^{-2}$
3630	0.4158	0.4067351	$9.064942 \times 10^{-3}$
3631	0.4452	0.4445684	$6.316006 \times 10^{-4}$
3632	0.3642	0.4712292	$-0.1070292$
3633	0.4735	0.4034707	$7.002929 \times 10^{-2}$
3634	0.5775	0.4810554	$7.644458 \times 10^{-2}$
3635	0.5949	0.5430982	0.0518018
3636	0.4998	0.5984539	$-9.865388 \times 10^{-2}$
3637	0.5423	0.5072276	$3.507239 \times 10^{-2}$
3638	0.6304	0.5640001	$6.639988 \times 10^{-2}$
3639	0.4816	0.6160036	$-0.1344036$
3640	0.5317	0.5383892	$6.6892 \times 10^{-3}$
3641	0.789	0.51426	0.2747401
3642	0.5651	0.656106	$-9.100598 \times 10^{-2}$

## 参 考 文 献

- [1] G. E. P. Box and Jenkins, G. M., Time Series Analysis Forecasting and Control, Hdden-Day, 1976.  
 [2] Priestle, M. B., Spectral Analysis and Time Series, London, 1981.  
 [3] Pandit, S. M., Wu, S. M., Time Series and System Analysis With Applications, John Wiley and Sons, 1983.  
 [4] 姬田昌孝, 西尾通卓等, 统计制御理论 (ARMA 法)の高炉炉热制御への適用, 铁と钢, 4(1980), S 96.

## PREDICTION OF SILICON CONTENT IN PIG IRON WITH MULTIVARIATED AR MODEL

REN FEI DENG WEIWEI

(The Institute of Benxi Iron and Steel Co.)

### ABSTRACT

A multivariate AR model based on the statistical method is presented in this paper. An off-line prediction experiment of silicon content in pig iron was carried out for No. 5 blast furnace of Benxi Iron and Steel Co..