

结构因素对伺服系统稳定性的影响

刘 强 吴凤高

(西北电讯工程学院)

摘 要

本文定量地分析了传动链的刚度、齿隙、库仑摩擦力矩、粘滞阻尼和负载转动惯量等结构因素对伺服系统稳定性的影响,并提出了传动链具有最佳刚度的新概念。

一、前 言

大功率伺服系统传动链的齿隙 Δ 、刚度 K 、库仑摩擦力矩 M_f 、粘滞阻尼 f 、负载转动惯量 J_L 等结构因素对系统的工作性能会产生较大的影响。因此,伺服机械的设计不能用传统的纯机械设计的方法,应从机电结合的角度出发,以保证系统满足工作性能要求为目标进行设计。

二、模型分析及描述函数的推导

Δ 和 M_f 是非线性因素,这给系统稳定性分析带来了很大困难。为了便于分析,以往文章都忽略了 K 或 J_L 等重要因素,这使分析结果带有较大的局限性和近似性。本文采用了更接近于实际系统的新的传动链动力模型(见图1)。

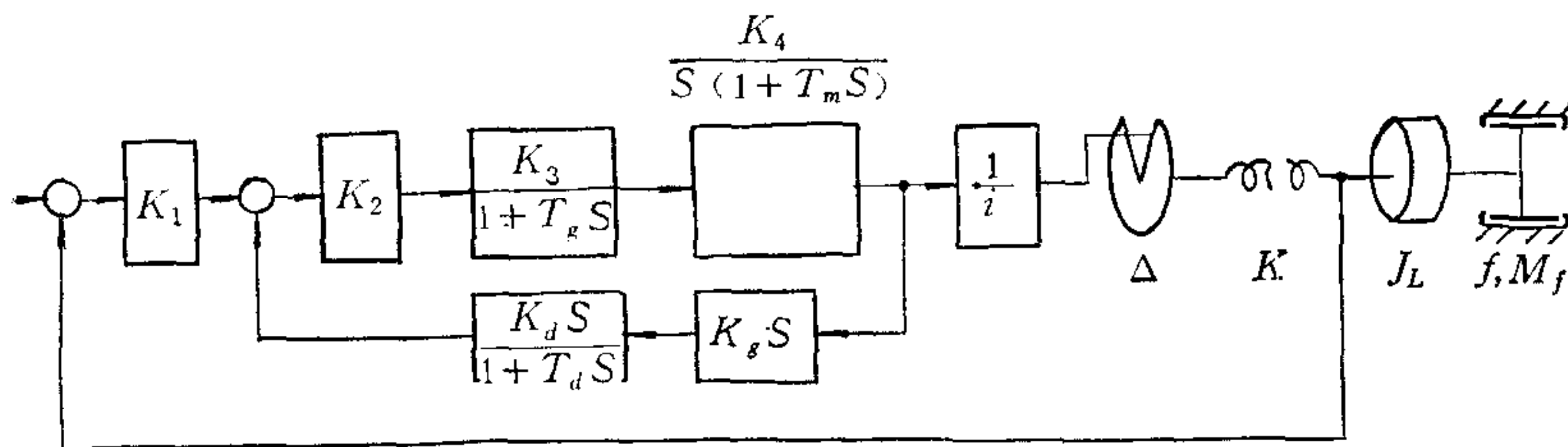


图1 位置伺服系统框图

由于结构因素的影响,原来稳定的系统也可能变为不稳定的。设线性环节开环传递函数为 $G(j\omega) = A(\omega)\angle\theta(\omega)$, 相位裕度为 γ^0 , 振幅裕度为 G_n^{db} , ω_c 是开环穿越频率, ω_n 是由于测速反馈引起的振荡频率。非线性环节描述函数 $N = N_r\angle\theta_r$ 。若在某个频率 ω_l 上,下式成立,

本文于1985年10月17日收到。

$$\begin{cases} A(\omega_l) \cdot N_r = 1 \\ \theta(\omega_l) + \theta_r = -\pi \end{cases} \quad (1)$$

则系统将在一定的初始激励下产生极限环, ω_l 为极限环频率。

给系统非线性部分输入一个正弦位移信号 $\theta_{rm} \sin \omega t$ 。考虑到描述函数法本身的近似性, 取负载位移幅值 θ_{om} 与输入位移幅值 θ_{rm} 之比作为描述函数的近似幅值, 以负载位移的滞后角作为描述函数的近似相角。这样做可以避免复杂的积分, 使分析大为简化。考虑负载不滞住的最不利情况(此时 $N_r > 1$), 经过分阶段分析, 得出近似描述函数的幅值和相位分别为

$$N_r = \frac{\theta_{om}}{\theta_{rm}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} - \frac{M_f}{K\theta_{rm}} + \frac{\Delta}{2\theta_{rm}}, \quad (2)$$

$$\theta_r = -\text{tg}^{-1} \frac{2\zeta\lambda}{1-\lambda^2} - \sin^{-1} \left[\frac{(2M_f + K\Delta)\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}}{2K\theta_{rm}} \right], \quad (3)$$

其中

$$\lambda = \omega/P, \quad P = \sqrt{K/J_L}, \quad \frac{f}{J_L} = 2\zeta P,$$

P 是传动链固有频率, ζ 是机械阻尼比。

在计算机上通过数值分析可以得出描述函数的数值解。计算结果表明, 本文所推出的描述函数近似解与数值解间误差小于(2—5)%。

三、极限环讨论与稳定性分析

1. 极限环讨论

若(1)式成立, 系统将会产生稳定的极限环, 设其振幅为 θ_l 。由于 M_f 的存在, 负载运动存在死区, 设其宽度为 $2\alpha_s$ 。如果

$$\theta_l < \alpha_s, \quad (4)$$

其中 $\alpha_s = M_f/K'_m$ (rad),
 $K'_m = K_1K_2K_3K_T/i$ (kg·cm/rad),
 K_T ——电机的力矩转换系数,

那么, 极限环将会受到 M_f 的抑制而无法起振。尽管(1)式成立, 系统仍然是稳定的。

通过幅值分析, 可以证明极限环频率只可能落在开区间 (ω_c, ω_n) 内, 其估算值为

$$\omega_l = \omega_c(1 + \sin \gamma). \quad (5)$$

因为会碰到超越方程, 因此先寻找系统可能出现的极限环, 再由 $\theta_l < \alpha_s$ 判断系统稳定性的方法是很复杂的。考虑到 $|G(\omega_c)| = 1$, $\angle G(\omega_n) = -180^\circ$, 故在 ω_l 所处开区间 (ω_c, ω_n) 的两个端点 ω_c, ω_n 处进行稳定性分析比较简单。用(5)式估算出 ω_l 后, 将 ω_l 及 ω_c, ω_n 在伯德图的 0^{db} 线上标注出来。 ω_c, ω_n 中哪一点离 ω_l 近, 就将系统参数代入该点所对应的公式, 进行实际系统稳定性分析。

2. 振荡频率 ω_n 点稳定性分析

系统在 ω_n 点产生极限环的条件可近似写为

$$A(\omega_n) \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{(1-\lambda_n^2)^2 + (2\zeta\lambda_n)^2}} - \frac{M_f}{K\theta_l} + \frac{\Delta}{2\theta_l} \right] = 1, \quad (6)$$

其中, $\lambda_n = \omega_n/p$. 由上式可推出极限环振幅 θ_l , 代入(4)式后可推出机电伺服系统稳定的条件为

$$\Delta < [\Delta] = 2M_f \left[\frac{1}{K} + \frac{1}{K'_m} \left(10^{\frac{G_n^{db}}{20}} - \frac{1}{1-\lambda_n^2} \right) \right], \quad (7)$$

$[\Delta]$ 是传动链的许可齿隙.

若传动链采取了消除措施, 又设 $M_f = 0$, 对于机电伺服系统, 可由(1)式推出传动链固有频率初步设计公式为

$$P > P_{\min} = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-A(\omega_n)}}. \quad (8)$$

式(7)中的 $[\Delta]$ 不一定是 K 的单调函数, 而是存在一点 K_{opt} . 在该点 $[\Delta]$ 最大, 称 K_{opt} 为传动链的最佳刚度, 相应的 $P_m = \sqrt{K_{\text{opt}}/J_L}$ 称为最佳固有频率. (7)式对 K 求导后令其为零, 可以解得

$$P_m = \frac{\omega_n}{\left[1 - \sqrt{\frac{J_L}{K'_m} \omega_n^2} \right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (9)$$

本文通过考虑 K 、 Δ 、 M_f 等多因素相互作用, 从保证系统稳定工作的角度出发, 提出了传动链具有最佳刚度的新概念, 并已得到实验验证. 当然, 最佳刚度是以传动链中存在一定数值的库仑摩擦力矩为存在前提的.

将传动链固有频率 P 与最小值 P_{\min} 、最佳值 P_m 进行比较, 可以判断传动链刚度设计是不足还是过于保守, 在修正设计时加以改进.

3. 穿越频率 ω_c 点稳定性分析

系统在 ω_c 点出现极限环的条件可近似写为

$$\gamma + \theta_r(\omega_c) = 0. \quad (10)$$

与 ω_n 点的分析相类似, 在 ω_c 点也可推出一套公式来:

$$\Delta < [\Delta] = 2M_f \left[\frac{\sin \gamma}{K'_m(1-\lambda_c^2)} - \frac{1}{K} \right], \quad (11)$$

$$P > P_{\min} = \sqrt{\frac{K'_m}{J_L \sin \gamma}}, \quad (12)$$

$$P_m = \frac{\omega_c}{\left[1 - \sqrt{\frac{J_L}{K'_m} \omega_c^2 \sin \gamma} \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (13)$$

式中 $\lambda_c = \frac{\omega_c}{P}$.

四、试验分析

作者在伺服试验台上,用正交试验法安排了41次试验,重点研究了结构因素对系统稳定性及快速性的影响以及它们之间的相互作用,得出了大量试验数据和曲线。用所推公式对41次试验进行稳定性预测,有33次是正确的。而且 $\Delta/[\Delta]$ 越小,则 σ 越小,说明用所推公式不仅可以判断系统的稳定性,还可大致判断系统衰减振荡的强弱。试验中多次出现了极限环现象,其频率 $\omega_l \in (\omega_c, \omega_n)$,并且用(5)式得出的估算值与实测值差不多。

下面介绍一些较为重要的试验结论。

1. 在系统开环增益较大时,结构因素的变化对系统快速性的影响很小。
2. 增大 M_f 可提高系统的稳定性,降低对 Δ 及 K 的要求。当存在一定数值的 M_f 时,传动链存在最佳刚度值(见图2)。这与刚度越大,系统稳定性越好的传统结论不同。

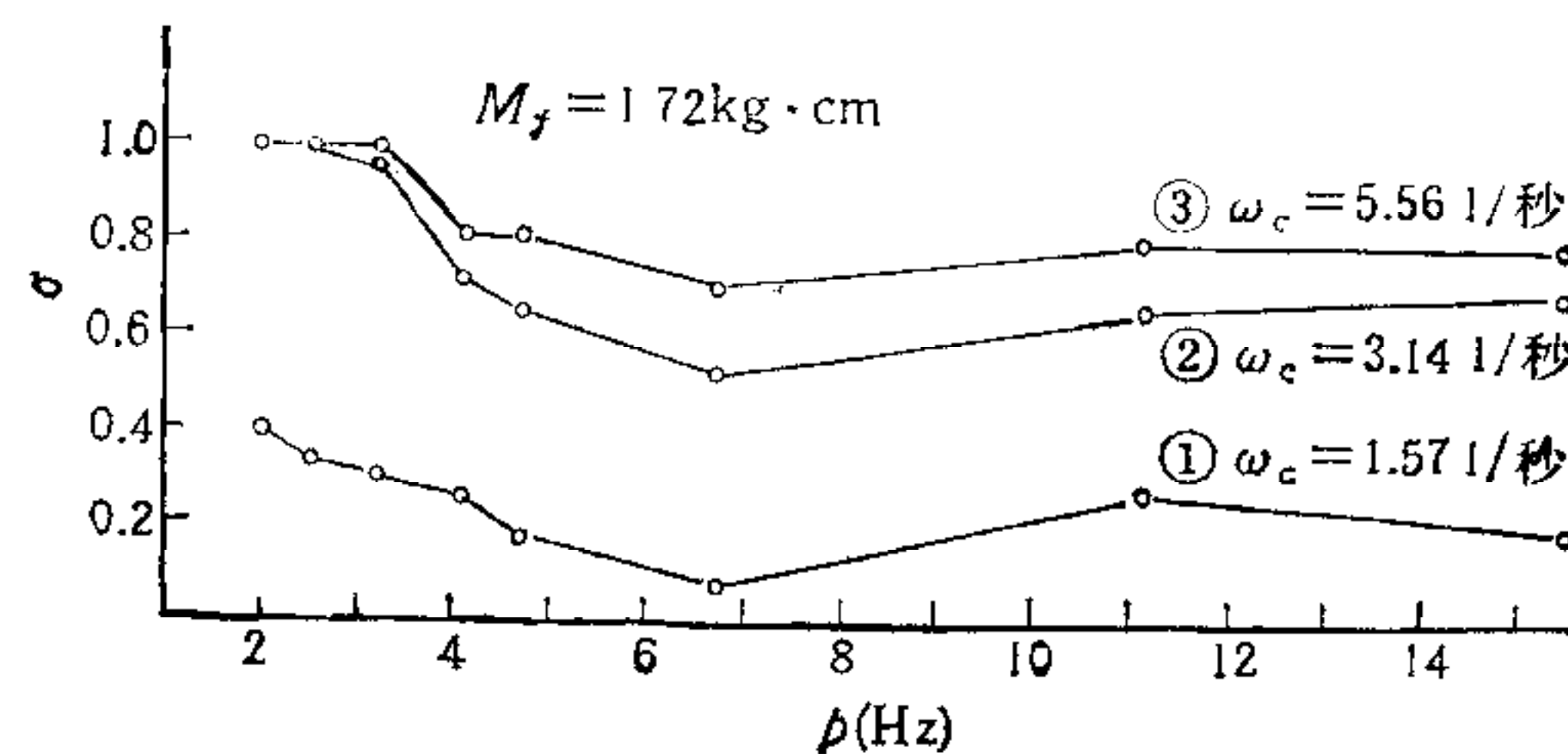


图2 最佳刚度试验曲线

3. 当传动链刚度为最佳值时,系统超调量比大刚度时降低10%左右。最佳刚度的大小及作用效果与开环增益及 M_f 等因素有关。

试验结果表明:本文所作的理论分析及导出的公式是基本正确的,我们在计算机上进行系统仿真试验也初步证明了这一点。利用所推导的公式不仅可以判断系统能否正常工作,还可以对伺服系统传动链设计提出一些有价值的参考意见来。

参 考 文 献

- [1] 陈怀琛,传动链空回对随动系统动态特性的影响及允许空回量的选择,西北电讯工程学院,1979年1月。
- [2] Chubb, B. A., An Equation for Calculating the Maximum Backlash Permissible Without Limit Cycling in an Instrument Servomechanism, ASME 11th, Jt. Automat. Control Conf., 761—768, June 1970.

THE EFFECT OF MECHANICAL PARAMETERS ON THE STABILITY OF SERVOSYSTEMS

LIU QIANG WU FENGGAO

(Northwest Telecommunication Engineering Institute)

ABSTRACT

The effect of the mechanical parameters of gear trains, such as stiffness, backlash, Coulomb friction, damping ratio and load inertia, on the stability of servosystems is discussed quantitatively in this paper, and the new concept that the gear train has an optimum stiffness is put forward.