第13卷 第5期　　自 动 化 学 报　　Vol. 13, No. 5
1987年9月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Sept., 1987

一种数字图象滤波算法

刘 武　柳 健　彭复员
（华 中 工 学 院）

摘　　要

本文提出了一种局部集群平均数字图象滤波算法．该算法不仅允许进行平滑去噪，而且不会模糊图象中的细小的边和线．

一、集群分类

设有图1所示 3×3 小窗口(类似可推广到 $n\times n$ 窗口)．这里把它按象元灰度级的不同，分为两个小集群，其步骤如下．

1）取中心象元 e 作为第一类 P_1 的集群中心，依次求各象元到 e 的灰度距离，并用逐次比较法求其中的最大距离：

$$D_{\max}\equiv\text{Max}\{D_{ea},D_{eb},D_{ec},D_{ed},D_{ef},D_{eg},D_{eh},D_{ei}\}.$$

a	b	c
d	e	f
g	h	i

图 1

2）取最大距离所对应的象元为第二类象元群 P_2 的中心．为进一步讨论方便，设 $D_{\max}=D_{ea}$，a 为 P_2 的中心，求除 a、e 外各象元到象元 a 的灰度距离：D_{ab}，D_{ac}，D_{ad}，D_{af}，D_{ag}，D_{ah}，D_{ai}．

3）按最小距离准则分别将余下的7个象元归为 P_1 或 P_2，记录各类所包含的象元．例如，若 $D_{ah}<D_{eh}$，则 $h\in P_2$；反之，若 $D_{ah}\geqslant D_{eh}$，则 $h\in P_1$．

4）按 P_1 中的象元(除 e 外)逐个搬移到 P_2 中．若搬移后的类间散布度增大，则说明搬移正确，原属于 P_1 的象元应改为属 P_2 之中；若搬移后的类间散布度不变或减小，则说明搬移不正确，即原象元的类别是正确的．

5）仿第4步，将 P_2 中(除 a 外)在步骤3记录的象元逐个搬入 P_1 进行比较判断．

经上面集群处理，我们可以认为 P_1 和 P_2 是满足类间散布最大的象元灰度自然集群的最佳分割．当窗口象元绝对均匀(灰度级为常数)时，P_1 与 P_2 合并为一类，$D_{\max}=0$．

本文于1985年12月2日收到．

二、准则函数与门限的选择

我们所选择的准则函数必须能正确地反映两类象元(不同物体)分离程度. 分离程度小,说明窗中象元属于同一物体,仅是由于噪声的影响,使它们分裂成两类. 这时准则函数应将窗定义为"整体均匀",可用窗内所有象元灰度级平均值作为窗的中心象元的灰度级;分离程度大,说明两类各代表不同的物体,此时则仅用 P_1 类中的象元灰度级平均值作为窗的中心象元的灰度级.

由集群理论知,两类群之间的散布度反映了两群之间的分离程度. 类间散布度公式如下:

$$S_B = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{2} N_i(m_i - m_0)^2, \quad (i = 1, 2).$$

其中,N 是总象元的个数,N_i 是 P_i 类象元的个数, m_0 是总体均值, m_i 是 P_i 类象元的均值.

若我们取适当的门限 T,当 $S_B \leqslant T$ 时,说明 P_1 与 P_2 相当靠近,两类没有显著差异,原始窗判为"整体均匀";当 $S_B > T$ 时,则原始窗判为"分区均匀". 通常存在两类误差,一种误差是将"整体均匀"判为"分区均匀",称为第一类误差 E_{I}; 另一种是将"分区均匀"误判为"整体均匀",称为第二类误差 E_{II}. 显然,当 T 增大时, E_{I} 减小而 E_{II} 增大. 一般我们不应使 E_{II} 过大,否则就失去保细节的效果;另一方面,要达到一定的去噪效果,门限的选择必须满足: 当原始图是绝对均匀时(方差 $\sigma_f^2 = 0$), 尽管叠加了一些噪声,由判决函数得到的结果也应是"整体均匀"的,从而可取窗口内整体均匀. 下面我们来求这一门限的下限值.

一般的图象噪声可描述为均值为零、方差为 σ_n^2 的高斯分布,且认为它是加性的. 有噪图象模型为

$$g(x, y) = f(x, y) + h(x, y). \tag{1}$$

由于 $f(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 是互不相关的随时过程,从而有:

$$\sigma_g^2 = \sigma_f^2 + \sigma_n^2, \tag{2}$$

$$\begin{aligned} S_B &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{2} N_i(m_i - m_0)^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{N_i}(N_i m_i - N_i m_0)^2 \\ &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{N_i}\left(\sum_{X\in P_i} X - N_i m_0\right)^2 \\ &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{N_i}\left[\sum_{X\in P_i}(X - m_0)\right]^2. \end{aligned} \tag{3}$$

考虑到 $\sigma_f^2 = 0$, 各象素服从均值为 m_0、方差为 σ_n^2 的互不相关的高斯分布,则有公式

$$\left[\sum_{X\in P_i}(X - m_0)\right]^2 = \sum_{X\in P_i}(X - m_0)^2 + \delta, \tag{4}$$

其中 δ 满足

$$\sum_{X \in P_i} (X - m_0)^2 \gg \delta > 0.$$

将(4)代入(3)，得

$$S_B = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{N_i} \left[\sum_{X \in P_i} (X - m_0) \right]^2 < \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{2} \sum_{X \in P_i} \frac{1}{N_i} (X - m_0)^2,$$

即 $S_B < \sigma_g^2$，或 $S_B < \sigma_n^2$.　　(5)

由(5)得 T 的最低门限应取 $T_{\min} = \sigma_n^2$.

三、实验结果

此处采用美国旧金山幅一个波段的陆地卫星 MSS 磁带数据作为原图 (图 2)，利用一个加噪程序产生有噪图象 (图 3)，图 4 和图 5 分别是经过二次中值滤波与集群滤波迭代处理的结果.

图 2　原始 MSS 图象

图 3　加噪图象

图 4　二次迭代中值滤波

图 5　二次迭代集群滤波

参　考　文　献

[1] 周新伦，局部平均法图象平滑技术综述，通信学报，1983 年第 2 期，51—58.
[2] Zhang, D. Z., and Li, C. C., An Image Filtering Algorithm Based On Selective Averaging By Hypothesis

Testing, Proc. the Seventh International Conference On pattern Recognition, 159—162.
[3] Fu, K. S., Digital Pattern Recognition, Springer Verlag, 1976.
[4] Batchelor, B. G., Pattern Recognition.

A DIGITAL IMAGE FILTERING ALGORITHM

Liu Wu Liu Jian Peng Fuyuan
(Huazhong University of Science and Technology)

Abstract

A digital image filtering algorithm of local cluster averaging is described. Permits smoothing without undesirable blurring of sharp edges or lines that occur in the digital image.