

图象噪声的模糊聚类平滑方法

张进友 吴继显

(中国科学院沈阳自动化研究所)

摘 要

模糊 C-means 算法在聚类分析中已得到了成功的应用,本文提出一种利用模糊 C-means 算法消除噪声的新方法。一般来说,图象中的噪声点就是其灰度值与其周围象素的灰度值之差超过某个门限值的点。根据这个事实,首先利用模糊 C-means 算法分类,再利用标准核函数检测出噪声点,然后将噪声点去掉。由于只修改噪声点处的象素灰度值,而对于其它象素的灰度值不予改变,所以本算法能够很好地保护细节和边缘。本方法每次处理 3×3 个点,而以往的方法只能每次处理一个点,所以本方法能提高运算速度。文中给出了利用本方法对实际图象处理的结果,并与梯度倒数权值法进行了定量的比较。

一、引 言

现实中的大部分照片都带有质量降级。引起图象质量降级的原因大致分为两种,一种是由边缘模糊带来的质量降级,另一种为由附加噪声引起的质量降级。前者可以通过边界的锐化来提高图象的质量,对于噪声的消除,主要分为频域内和空间域内的方法。频域内的方法就是利用付里叶变换把空间域内的灰度值变换到频域内,在频域内滤波以消除噪声。在空间域内,则是直接修改噪声点的灰度值,以达到平滑的目的^[1,2]。空间域内,常用的方法有以下几种:非权值平均法, K -最近邻平均法^[3],边缘与线权值法^[4],梯度倒数权值法^[5],Facet 模型法^[6],中值滤波法^[7],以及其它一些方法^[12,13,14,15]。

自1965年扎德第一次提出模糊性问题以来,模糊数学在各个领域都得到了成功的应用。在图象处理中,人们利用模糊集理论和模糊算法提出了:利用模糊集理论的图象增强^[8],利用模糊集理论的 X -射线边缘提取^[9],利用模糊 C-means 算法的图象分割^[10]等。本文提出了一种利用模糊 C-means 算法的噪声平滑方法。主观上的噪声,就是那些灰度值与其周围象素灰度值之差超过某个门限值的象素,所以正确地检测出噪声是噪声平滑的关键问题。这里我们利用模糊 C-means 聚类的方法,把每次所处理的 $9(3 \times 3)$ 个点进行分类,然后,利用把分类结果与标准核函数对比的结果,来检测出背景、边缘和噪声点。对于噪声点,取其周围象素之均值来代替它。由于可以准确的判断出边界、单点噪声和双点噪声,所以,本算法可以保护边界,保存图象中的细节。同时,采用9个点一次分类处理的方法,而对那些比较平稳(方差较小)的区域不作处理,所以,本方法速度较快。文

中所附图象为微机图象处理系统上的处理结果, 并利用模糊性的概念, 与梯度倒数权值法的处理结果进行了定量的比较.

二、模糊 C-means 算法

模糊 C-means 是由 Dunn 提出, 后经 Bezdek 修改的, 它是一个聚类算法. 对于一个数据集, 它可通过最优函数, 来指出每个数据 X_k 属于类别 i 的最优分类. 最优函数为

$$J_m(U, V) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c (u_{ik})^m (d_{ik})^2. \quad (1)$$

其中, n 为所要处理的数据集的总元素数, c 为所分类别的数目, 且 $c \in [2, n]$, $u_{ik} \in [0, 1]$, 是隶属度, 即第 k 个数据属于第 i 类的程度. d_{ik} 为第 k 个数据点与第 i 类中心的距离. m 为任意常数, 且 $m \in [1, \infty)$.

对于 n 个数据, 最合理的分类就是最优函数取最小值时的 c 值, 即

$$\underset{M_{fc} \times R^{cp}}{\text{minimize}} \{J_m(U, V)\}. \quad (2)$$

其中, $U \in M_{fc}$, $V \in R^{cp}$.

具体模糊 C-means 算法如下:

(1) 给出所要分类的数目 c 值, 其中 $c \in [2, n]$, 选择用于 d_{ik} 中的距离空间形式, 确定 m 值, 且 $m \in [1, \infty)$, 确定 ε_l 之值, 任意设置 U 的初始值 $U^{(0)}$, $U^{(0)} \in M_{fc}$, 设置迭代次数 l , 且 $l = 0, 1, 2, \dots$.

(2) 利用(3)式和 $U^{(l)}$ 计算 c 个聚类中心 $\{v_i^{(l)}\}$ 之值, 即

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^n (u_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^n (u_{ik})^m}, \quad \forall i, \quad (3)$$

式中, x_k 为数据点.

(3) 利用 $\{v_i^{(l)}\}$ 和下面的方法, 重新计算 $U^{(l+1)}$ 之值, 对于第 k 个数据 x_k , 设

$$I_k = \{i \mid 1 \leq i \leq c, d_{ik} = \|x_k - v_i\| = 0\}, \quad (4a)$$

则

$$\tilde{I}_k = \{1, 2, \dots, c\} - I_k, \quad (4b)$$

$$I_k = \phi \Rightarrow u_{ik} = 1 / \left[\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_{jk}}{d_{ik}} \right)^{2/(m-1)} \right], \quad (5)$$

或

$$I_k \neq \phi \Rightarrow u_{ik} = 0, \quad \forall i \in \tilde{I}_k \text{ 且 } \sum_{i \in I_k} u_{ik} = 1. \quad (6)$$

(4) 计算 $U^{(l)}$ 和 $U^{(l+1)}$ 之间的距离. 如果 $\|U^{(l)} - U^{(l+1)}\| \leq \varepsilon_l$ 则停止, 否则, 令 $l = l + 1$, 然后转(2), 继续处理.

利用上面算法所求出的 $2 \leq c \leq n$ 中, 使最优函数 $J_m(U, V)$ 之值最小的 c 值, 则为 n 个数据的最好分类.

三、噪声的检测与消除

对于一幅已数字化的图象,所要聚类的数据点为每个象素的灰度值 $F(i, j)$, 其中 i, j 为此象素所在的行和列. 这里并非按其位置进行分类, 而是根据每次所要处理的 $9(3 \times 3)$ 个点的灰度值的分布情况进行分类. 分类之后, 可以利用标准核函数检测出单点、双点噪声等, 具体方法如下.

1. 分类

对于单点及双点噪声情况, 每次取 $9(3 \times 3)$ 个点进行分类. 由于只是要检测出噪声点, 而一幅图象中的噪声点是带有尖峰性质的, 也即它是或比其周围灰度级高(亮), 或比其周围灰度级低(暗). 所以, 对这 9 个点, 我们不考虑最优函数的极小值问题, 而直接令 $c = 2$, 即分为两类, 同时固定两类的类中心为

$$V(1) = \text{MAX}, \quad (7a)$$

$$V(2) = \text{MIN}. \quad (7b)$$

其中,
$$\text{MAX} = \underset{k, l = -1, 0, 1}{\text{maximize}} \{F(i+k, j+l)\} \quad (7c)$$

$$\text{MIN} = \underset{k, l = -1, 0, 1}{\text{minimize}} \{F(i+k, j+l)\} \quad (7d)$$

即 MAX, MIN 分别为 9 个点中的最大值, 最小值. 当

$$\text{MAX} - \text{MIN} \leq \text{DAT} \quad (7e)$$

时, 可以认为目前所处理的这 9 个点比较平稳, 没有噪声, 不进行处理. 所以, 适当的选取参数 DAT, 就可以对背景及物体少作分类处理, 而只处理那些含有边缘或含有噪声的区域, 这样可以提高本算法的速度. 我们规定距离空间形式为欧几里德空间, 在上述条件下进行聚类, 直到 $|U^{(l+1)} - U^{(l)}| \leq \varepsilon_l$ 或迭代次数大于 10 次时停止.

2. 噪声的检测

对于已经经过合理分类的 9 个数据点, 每一个隶属度都是第 k 个数据对于第 i 个类中心的符合程度. 对于 $\lambda \in [0, 1]$, 取隶属度 u_{ik} 的 λ 截集, 即

$$u'_{ik} = (u_{ik})_\lambda = \begin{cases} 1, & u_{ik} \geq \lambda, \\ 0, & u_{ik} < \lambda. \end{cases} \quad (8)$$

这样使隶属度变成了特征函数 ($i = 1, 2; k = 1, 2, \dots, 9$).

对于单点噪声情况, 现在定义一个核函数为

$$N = \{N(i, j) | i=1, 2, \dots, 9; j=1, 2, \dots, 9\}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

而对于更为复杂的双点噪声情况,定义其标准核函数为

$$N = \{N(i, j) | i=1,2,\dots,9; j=1,2,\dots,9\}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & N_{1,3} & 1 & 1 & N_{1,6} & N_{1,7} & N_{1,8} & N_{1,9} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & N_{2,7} & N_{2,8} & N_{2,9} \\ N_{3,1} & 1 & 1 & N_{3,4} & 1 & 1 & N_{3,7} & N_{3,8} & N_{3,9} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ N_{6,1} & 1 & 1 & N_{6,4} & 1 & 1 & N_{6,7} & 1 & 1 \\ N_{7,1} & N_{7,2} & N_{7,3} & 1 & 1 & N_{7,6} & 1 & 1 & N_{7,9} \\ N_{8,1} & N_{8,2} & N_{8,3} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ N_{9,1} & N_{9,2} & N_{9,3} & N_{9,4} & 1 & 1 & N_{9,7} & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

其中, $N_{1,3} = N_{1,6} = N_{3,4} = N_{4,3} = N_{6,1} = N_{3,1} = u'(i, 2) \vee u'(i, 5),$ (11a)

$$N_{1,7} = N_{1,8} = N_{2,7} = N_{7,1} = N_{8,1} = N_{7,2} = u'(i, 4) \vee u'(i, 5), \quad (11b)$$

$$N_{2,9} = N_{3,8} = N_{3,9} = N_{9,2} = N_{8,3} = N_{9,3} = u'(i, 5) \vee u'(i, 6), \quad (11c)$$

$$N_{4,9} = N_{7,9} = N_{6,7} = N_{9,4} = N_{9,7} = N_{7,6} = u'(i, 5) \vee u'(i, 8), \quad (11d)$$

$$N_{2,8} = N_{8,2} = u'(i, 4) \vee u'(i, 5) \vee u'(i, 6), \quad (11e)$$

$$N_{4,6} = N_{6,4} = u'(i, 2) \vee u'(i, 5) \vee u'(i, 8), \quad (11f)$$

$$N_{1,9} = N_{3,7} = N_{7,3} = N_{9,1} = u'(i, 5). \quad (11g)$$

其实,上面所提的核函数就是判断每个点同其周围象素点是否同属一类,从而检测出噪声点. 例如: 当 $u'(1, 1)$ 为 1 时,对于单点噪声情况,则有

$$N(1, j) = [1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad (12)$$

也即

$$N(1, j) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

对于 $N(i, j)$ 中的每一行,都是这样的 (3×3) 个点组成的. 有了核函数之后,计算下式之值:

$$\text{SUM}(i, k) = \sum_{j=1}^9 u'(i, j)N(k, j). \quad (14)$$

其中, $i = 1, 2; k = 1, 2, \dots, 9.$

如果要检测出单点噪声,把式(9)代入式(14). 若 $\text{SUM}(i, k) > 1$, 则不存在单点噪声;若有 $\text{SUM}(i, k) \leq 1$, 则以第 k 个点为中心,以它和周围的 8 个点一起,再次进行聚类处理. 处理结果若为 $\text{SUM}(i, k) \leq 1$, 则在第 i 类中,只有第 k 个这一个数据,显然它为噪声点.

如果图象中存在有双点噪声,方法也是类似的. 把式(10)、(11)代入到式(14)中,如果有 $\text{SUM}(i, k) > 2$, 则不存在双点噪声;若 $\text{SUM}(i, k) \leq 2$, 则以第 k 个数据为中心,再次进行聚类处理 (3×3) . 这时,若 $\text{SUM}(i, k) = 2$, 则为双点噪声.

3. 噪声平滑

上面已经检测出了噪声点。对于非噪声点的象素,不改变其值;而对于噪声点,则取

$$F'(i, j) = \frac{1}{8} \sum_{k, l = -1, 0, 1} [F(i+k, j+l) - F(i, j)] \quad (15)$$

来代替 $F(i, j)$ 。

四、算法的定量评价

前面已经给出了具体的算法,本节对所给出的算法进行定量的评价。如所周知,对于一个能有效去掉噪声的方法,如果使边缘保护的越好,损失的细节越少,则这个方法的功能也就越好。现在利用模糊数^[11]来分析图象的质量。

一幅空间域内的图象,它的各点的灰度级的不同,可以认为是这点对于某灰度级的符合程度的不同。所以,一幅图象的模糊部分是由于这个点占有最大灰度级的不确定性引起的。根据这个原理,首先利用一个一对一的映射,把空间域内的象素灰度级,转换为模糊域内的隶属度^[16],即:

$$u_{ij} = G(F_{ij}) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp \left\{ -\frac{|F_{ij} - B|}{AK} \right\}, & F_{ij} < B, \\ 1 - \frac{1}{2} \exp \left\{ -\frac{|F_{ij} - B|}{AK} \right\}, & F_{ij} \geq B. \end{cases} \quad (16a)$$

$$(16b)$$

其中, B 为空间域内象素灰度级的中值, AK 为待定系数,它使 $u_{ij} \in [0, 1]$ 。

取 $\lambda = 0.5$ 时的 u_{ij} 的截集,即

$$u'_{ij} = (u_{ij})_{0.5} = \begin{cases} 1, & u_{ij} \geq 0.5, \\ 0, & u_{ij} < 0.5. \end{cases} \quad (17a)$$

$$(17b)$$

在海明距离下,定义模糊数为



图1 带有噪声的原图象(64×64)



图2 利用本方法对图1处理一次的结果

$$Y = \frac{2}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |u_{ij} - u'_{ij}|. \quad (18)$$

式中， M ， N 分别为图象的行和列数。

图 1 为一幅带有噪声的图象，它是利用一个随机算法在原图象上加的随机噪声。原图象(64×64)由于输入设备的限制，使图象中的细节变得不怎么明显。从图中可以看出，噪声带有尖峰性质。这时， $Y = 0.1732$ 。

图 2 为利用本算法对图 1 处理一次的结果。在算法中，选择 $m = 2$ ， $DAT = 30$ ， $\lambda = 0.90$ ，并选 $U^{(0)}$ 为

$$U^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}_{2 \times 9}.$$

在上述条件下，得到 $Y = 0.2068$ 。从图中看出，噪声的大部分都已去掉，并且保护了细

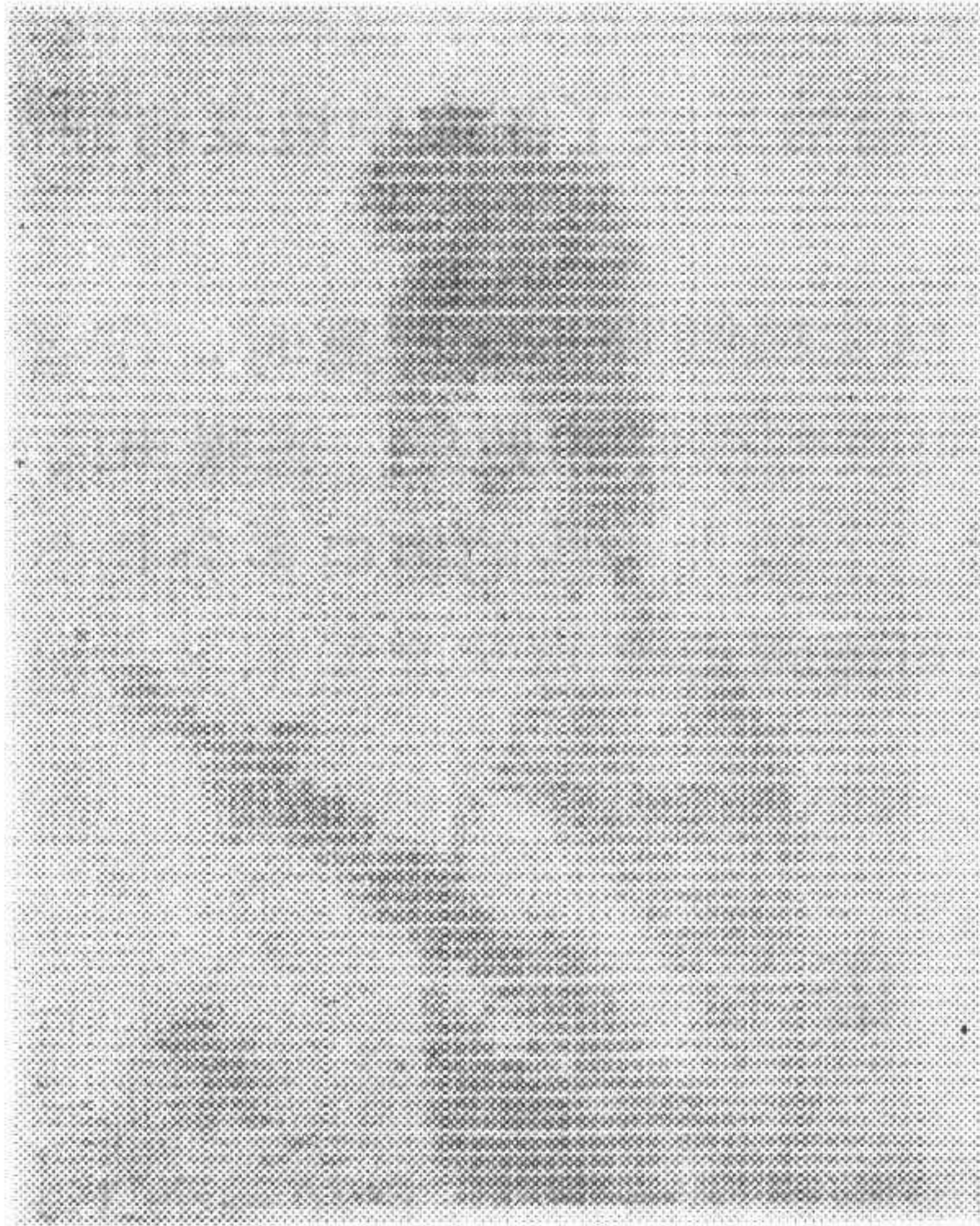


图 3 利用本方法对图 1 处理两次的结果

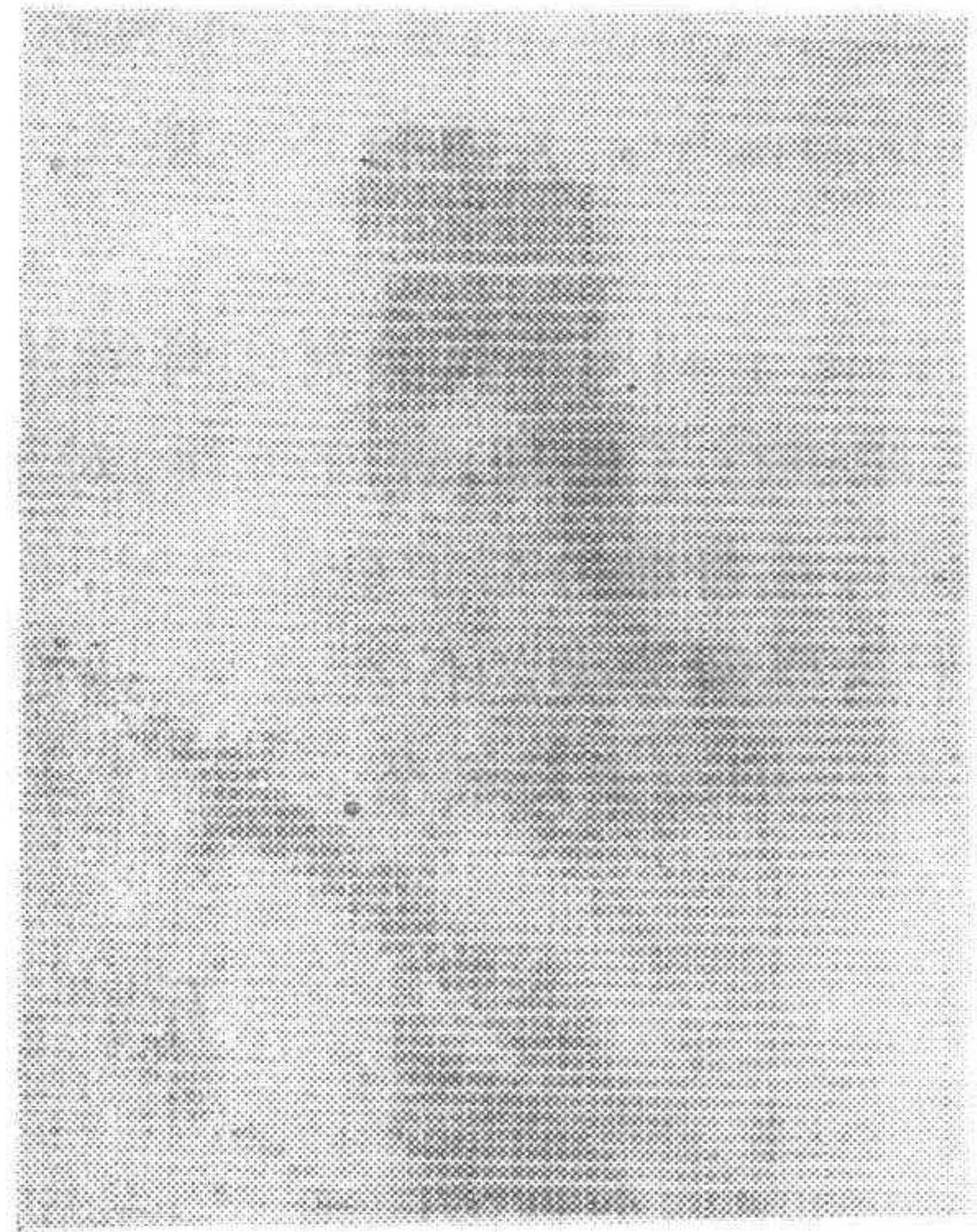


图 4 利用本方法对图 1 处理三次的结果



图 5 利用梯度倒数权值法对图 1 处理三次的结果

节。图 3 为在上述参数下对图 2 迭代一次的结果, 这时, $Y = 0.2042$ 。图 4 是在选择 $m = 5$, $DAT = 8$ 的情况下, 利用本算法对图 3 的处理结果, 这时, $Y = 0.2014$ 。可以看出, 随着迭代次数的增加, Y 值将继续下降。从图 4 中看出, 噪声都已去掉, 且保护了边缘与细节。

图 5 是利用梯度倒数权值法对图 1 处理 3 次的结果, 这时, $Y = 0.2062$ 。在图 5 中, 噪声虽也都被去掉, 但损失了许多的细节。

表 1 为两种方法中的 Y 值对照表。

表 1

Fig.		Fig. 1	Fig. 2	Fig. 3	Fig. 4	Fig. 5
Y	Y	0.1732	0.2068	0.2042	0.2014	0.2062

从表中可以看出, 随着迭代次数的增加, 在本文中提出算法的 Y 值将逐步减小; 而在梯度倒数权值法中, Y 值将逐步增大。 Y 值的大小恰恰反映了图象中边缘与细节保护的好与坏。

上面讨论了利用本算法对尖峰噪声的平滑。当尖峰噪声不太严重时, 作者曾采用 7×7 的区域进行了处理, 速度较快, 对于细线噪声可收到很好的效果。当噪声较严重, 并非尖峰性质, 且普遍分布于全图象时, 可以采用对一个较大一些的窗口多分几类的方法。但是, 由于这样做分类的计算量大, 速度会慢下来, 可能跟通常的速度差不多。但是, 本方法能更好的保护边缘及细节。

五、结 束 语

本文提出了一个利用模糊 C-means 算法的简单噪声平滑方法, 它在一个 3×3 的区域内进行分类、噪声检测与平滑。本方法与已有算法的不同在于: (1) 它首先进行分类, 检测出噪声, 对于非噪声点不作处理, 这样可以较好的保存原边界。(2) 本算法利用 C-means 进行分类, 避免了象 K-近邻法那样, 整幅图象使用一个标准, 给各个区域带来误差, 而使细节损失。(3) 本方法采用 3×3 个点一次性区域处理, 而不是对每个象素开一个窗口, 所以速度较快。上述三个方面, 使本算法具有实用性与优越性。

对带有尖峰噪声的图象进行了处理, 获得了满意的结果。

参 考 文 献

- [1] Rosenfeld A., and Kak, A. C., *Digital Picture processing*, NY: Academic Press, 1976.
- [2] Scher, A., Dias F. R., Velasco, and A. Rosenfeld, some new image smoothing techniques, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, **SMC-10**, 1980, 253—258.
- [3] Davis L. S., and Rosenfeld, A., Noise cleaning by iterated local statistics, *IEEE Trans. Dattern Anal. Mach. Intelligence*, **PAMI-2**, 1980, 165—168.
- [4] Lev, A., Zucker, S. W., and A. Rosenfeld, Iterative enhancement of noise images, *IEEE Trans. Syst. Man and Cybern.*, **SMC-8**, 1978, 705—710.
- [5] Wang, D. C. C., Vagnucci, A. H., and Li, C. C. Gradient inverse weighted smoothing scheme and the evaluation of its performance, *Computer Graphics and image processing*, **15**, 1981, 167—181.

- [6] Haralick R. M., and Watson, L., A facet model for image data, *Computer Graphics and image processing*, 15, 1981, 113—129.
- [7] Narendra, P. M., A Separable Median Filter for Image Noise Smoothing, proceedings, IEEE Conf. pattern Recognition and Image Processing, 1978, 137—141.
- [8] Pal S. K., and King, R. A., Image enhancement using Smoothing with Fuzzy set, *IEEE Trans. Syst. Man and cybern.*, SMC-11, 494—501, July 1981.
- [9] Pal S. K., and King, R. A., On edey detection of X-ray images using Fuzzy sets, *IEEE Trans. pattern analysis and machine intelligence*, 1983, 69—77.
- [10] Huntsberger, T. L., Jacobs C. L., and Cannon, R. L., Iterative, Fuzzy Image Segmentation, *Pattern Recognition*, 18, No. 2, 131—138(1985).
- [11] Bezdek, J. C., Pattern Recognition with Fuzzy objective Function algorithms. plenum press, New York (1981).
- [12] Gonzalez R. C., and Wintz, P., Digital Image processing, London, England: Addison-Wesley, 1977.
- [13] Andrew, H. C., Digital Image Restoration: A Survey. *Computer*, 7, No. 5, 36—45, 1974.
- [14] Lee, J. S., Refined filtering of image noise using local statistics, *Computer Graphics and Image Processing*, 15, 1981, 380—389.
- [15] Chin R. T., and Yen, C. L., Quantitative Evaluation of some Edge-Preserving Noise-Smoothing Techniques, *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 13, 1983, 67—91.

A FUZZY CLUSTERING ALGORITHM FOR IMAGE NOISE SMOOTHING

ZHANG JINYOU WU JIXIAN

(Shenyang Institute of Automation, Academia Sinica)

ABSTRACT

The Fuzzy C-means algorithm has been successfully used for clustering of data in pattern recognition for a number of years. In this paper, a new noise smoothing scheme using the Fuzzy C-means algorithm is proposed. In general, a pixel is noise if the difference between it and its surrounding ones is greater than a given threshold. Based on this fact, first, we use Fuzzy C-means algorithm to cluster pixels in a 3 by 3 mask, then use a standard nucleus function (a window function) to find out noises in this area, and at last, replace the noise by the average of its surrounding area. Due to the advantage of this smoothing scheme that only noises are to be changed, the others remain unchanged, noises can be cleaned out very well and the edges and details well reserved. Nine pixels are processed simultaneously instead of only one every time. So the computation speed is fast. Results of the application of this scheme to several real world images, the evaluation of its performance, and a comparison between it and the Gradient Inverse Weighted Smoothing scheme are also presented.