

# 中间变量松弛技术及其应用

谷 士 文

(长沙铁道学院)

## 摘 要

本文介绍了中间变量松弛技术。对于由中间变量不同状态逻辑组合构成的图象分类来说,这种方法使松弛技术中的相容系数和条件概率估计的复杂性得到简化,并大大减少松弛迭代的计算量。此方法应用在地形标记分类处理,得到满意的结果。本文还介绍了用图象子块直方图对初始概率的估计,有助于加速松弛迭代的收敛。

## 一、引 言

松弛技术 (relaxation) 越来越广泛地应用在图象处理和计算机视觉领域中,用来提取轮廓,减少噪音影响,对图象进行分类等。在协同处理中,邻域的属性成分对被处理对象的属性判决是有影响的。松弛技术就是利用这种关系,选取一定方式不断调整被处理对象对各类属性的可能性程度,待调整趋于稳定后,其结果可用来对该对象类别属性进行更加合理的判决。

在概率松弛技术中, Rosenfeld 等<sup>[1]</sup>提出了利用类别标号之间的相容系数表达的松弛算法公式, Zucker 和 Mohammed<sup>[2]</sup>又提出了用类别标号之间的条件概率表达的算法。

在计算机视觉领域中,存在这样一类图象,其类别标号是由一些中间变量不同状态的逻辑组合确定的。为此,本文提出中间变量松弛技术,将松弛技术从对图象最终的类别标号域上的迭代处理转移到对中间变量不同状态的处理,提高被处理对象对各中间变量状态属性的确定性。在此基础上,根据判决后的中间变量状态逻辑组合,最终决定对象的类别属性。下一节将介绍中间变量松弛法的基本技术,在第三节中以地形标记分类图的改善为例,介绍中间变量松弛法的应用及优点,第四节将讨论用图象子块对初始概率进行估计,以加快松弛迭代的收敛速度。

## 二、中间变量松弛技术

设有一对象集  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ ,  $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_m\}$  为对象集  $A$  可能具有的类别标号集,并有变量集  $L = \{l_1, \dots, l_k\}$ , 其中每个变量  $l_i$  有  $p$  个不同的状态:  $S_i = \{s_i^1, \dots, s_i^p\}$  (不同的变量,  $p$  值可以不相同)。类别标号集  $\Lambda$  中的各标号  $\lambda_i$  是由

变量集  $L$  中各变量的不同状态逻辑组合而确定的, 表示为

$$\lambda_i \Leftarrow s_1^\alpha \circ s_2^\beta \circ \dots \circ s_k^\gamma.$$

式中,  $s_k^\gamma$  表示变量  $l_k$  的第  $\gamma$  状态, “ $\circ$ ” 是逻辑乘或逻辑加的逻辑运算符, 这些变量就叫做类别标号的中间变量. 由上可知, 分别具有  $p$  个状态的  $k$  个变量, 可以组合  $p^k$  个以上的类别标号. 当  $k > 1$ 、 $p > 1$  时, 可得到的类别标号个数  $m' \gg p$ .

对应于中间变量集  $L$  中的一个中间变量  $l_j$  ( $l_j$  有  $p$  个状态, 即  $S_j = \{s_j^1, \dots, s_j^p\}$ ), 对象集  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  有一个该中间变量的状态属性分配:  $\mathcal{F}_j = \{f_1, \dots, f_n\}$  ( $f_i$  为对象  $a_i \in A$  对该中间变量的状态属性), 即对于每一个对象  $a_i$ , 都存在  $f_i \subseteq S_j$ . 这个状态属性分配  $\mathcal{F}_j$  和类别属性分配一样, 符合一致性条件. 这样, 我们可以将有关的松弛技术由图象的最终类别标号集转移到分别对各中间变量的状态标号集上进行处理<sup>[1]</sup>, 用来改善对象集中的各对象对中间变量状态属性的判决, 然后确定各对象的最终类别标号性质.

对于中间变量  $l_k$ , 设  $N(i)$  为对象  $i$  的一个邻域. 令  $P_i(x, t)$  表示  $t$  次以后, 对象  $i$  具有状态  $x$  的概率;  $r_{ij}(x, y)$  表示对象  $i$  具有状态  $x$  而其邻域  $j$  具有状态  $y$  时的相容系数;  $P_{ij}(x|y)$  表示邻域  $j$  具有状态  $y$  时对象  $i$  具有状态  $x$  的概率, 则用相容系数  $r_{ij}(x, y)$  表示的中间变量松弛法概率迭代更新公式为

$$P_i(x, t+1) = \frac{P_i(x, t) \left[ 1 + \sum_{j \in N(i)} \sum_y r_{ij}(x, y) P_j(y, t) \right]}{\sum_z P_i(z, t) \left[ 1 + \sum_{j \in N(i)} \sum_y r_{ij}(z, y) P_j(y, t) \right]}. \quad (1)$$

式中,

$$-1 \leq r_{ij}(x, y) \leq 1; \quad -1 \leq \sum_{j \in N(i)} \sum_y r_{ij}(x, y) \leq 1.$$

由式(1)可知,

$$\sum_{j \in N(i)} \sum_y r_{ij}(x, y) P_j(y, t) < 1.$$

用条件概率表示的中间变量松弛迭代公式可表示为

$$P_i(x, t+1) = \frac{P_i(x, t) \prod_{j \in N(i)} \sum_y P_{ij}(x|y) P_j(y, t)}{\sum_z P_i(z, t) \prod_{j \in N(i)} \sum_y P_{ij}(z|y) P_j(y, t)}. \quad (2)$$

式中,

$$P_{ij}(x|y) \geq 0, \quad \sum_y P_{ij}(x|y) = 1.$$

经过多次迭代之后, 对象  $i$  具有某一种状态的概率占有优势, 并趋于稳定. 其结果使对象  $i$  具有中间变量  $l_k$  中的某种状态的确定性得到提高.

分别对各中间变量的松弛处理之后, 对象  $i$  的最终类别标号由它的各中间变量状态逻辑组合而确定, 图象的类别标号分类精度得到了提高.

### 三、应用实例

本文提出的中间变量松弛法应用在地形标记分类的噪音处理上面,取得了明显的效果。

首先介绍地形标记分类 (topographic labeling)<sup>[3,4]</sup> 的基本原理。图象各象素的灰度可用一个三次多项式拟合<sup>[5]</sup>,该多项式存在一阶和二阶连续导数。令其梯度值为  $\|\nabla f\|$ ,二阶方向导数的两个极值为  $q_1$ 、 $q_2$ 。将  $\|\nabla f\|$  分为两种状态:  $\|\nabla f\| = 0$  和  $\|\nabla f\| \neq 0$ ; 将  $q_1$ 、 $q_2$  分别分为三种状态:  $q_i > 0$ ,  $q_i = 0$  和  $q_i < 0$  ( $i = 1, 2$ )。由该分类法得到 11 种不同类型的地形标记(如: 峰点、底点、脊线、谷线、平原、斜坡等)。图象中的象素属于哪一种标记,取决于该点拟合多项式的梯度值  $\|\nabla f\|$  和二阶方向导数极值  $q_1$ 、 $q_2$  这三个变量不同状态的逻辑乘组合,例如:

	$\ \nabla f\ $	$\cap$	$q_1$	$\cap$	$q_2$
平原	0		0		0
峰点	0		-		-
底点	0		+		+
斜坡	$\neq 0$		0		0
⋮			⋮		

作为点处理的结果,地形标记分类对噪音是敏感的。为此,采用概率松弛技术减少噪音,提高图象分类精度。

若将松弛算法直接作用在类别标号域(即 11 种地形标记),首先要确定各类地形标记的初始概率  $P_i$  和各类标记之间的相容系数  $r_{ij}$  或条件概率  $P_{ij}$ 。这里我们讨论相容系数和条件概率的确定,初始概率的讨论见下一节。

在 11 类标记中,有区域型(如平原、各种坡)、曲线型(脊线、谷线)和点型(如峰点、底点)。一个象素属于某一类型时,其周围邻域象素的类型有多种可能。它们之间的相容关系复杂,欲恰当确定相容系数是困难的,与实际图象的性质有关。另一方面,若选择各标记之间的条件概率  $p_{ij}$ ,由于地形标记是由梯度值和二阶方向导数极值的状态逻辑关系确定,这三个变量之间不是独立的,为求解地形标记的条件概率带来困难。

为此,便采用了本文提出的中间变量松弛法,将松弛技术从图象的地形标记域转移到中间变量域,分别对三个中间变量的状态进行松弛处理,提高图象中各象素对中间变量状态属性的确定性程度。

中间变量梯度值  $\|\nabla f\|$  有两种状态。由于图象中灰度拟合多项式的梯度函数是连续的,可以认为:某一点梯度值的状态为零时,其邻域点的梯度值状态也应当为零,即相邻点间的梯度值状态相同的相容性最强,反之亦然。这样状态之间的相容系数可简单地确定为

$$r_{ij}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x = y, \\ -1 & \text{当 } x \neq y. \end{cases}$$

同理,状态之间的条件概率可简单确定为

$$P_{ij}(x|y) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x = y, \\ 0 & \text{当 } x \neq y. \end{cases}$$

二阶方向导数极值  $q_1$  和  $q_2$  分别具有三种状态。由于灰度拟合多项式的二阶导数连续,与一阶导数的情况相同,相邻点间二阶导数极值状态相同的相容性最强,其相容系数则可确定为

$$r_{ij}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x = y, \\ -1 & \text{当 } x \neq y. \end{cases}$$

若用条件概率表示,考虑到  $\sum P_{ij}(x|y) = 1$ , 则二阶导数极值状态之间的条件概率确定为

$$P_{ij}(x|y) = \begin{cases} 0.33 & \text{当 } x = y, \\ 0.002 & \text{当 } x \neq 0, y = 0 \text{ 或当 } x = 0, y \neq 0, \\ 0.001 & \text{其他.} \end{cases}$$

各状态的初始概率和状态之间的相容系数或条件概率确定之后,即可使用松弛算法公式(1)或(2)进行迭代。调整趋于稳定之后,根据迭代结果对各像素赋予新的确定性状态,该像素的地形标记则根据松弛处理后的中间变量状态的逻辑组合来确定。实验证明,使用中间变量松弛法对地形标记分类精度有令人满意的改善。对不同程度噪音影响的图象,改善后精度提高了 20—40%。

由此例可见,中间变量松弛法简化了多类别图象中相容系数的估计,使概率不独立条件下的图象分类得以实现。此外,与直接在最终类别标号域松弛处理相比,中间变量松弛法大大减少了计算量。

#### 四、初始概率的估计

前一节的实例中,初始概率的估计使用了一个经验公式:

$$P_i(x, 0) = \frac{P(v|x)P(x)}{\sum_z P(z)P(v|z)}.$$

式中,  $v$  是松弛前的变量值。

在没有经验公式的情况下,初始概率  $P_i$  的估计往往是根据属性标号  $\lambda_x$  (或状态属性  $s_x$ ) 在整幅图象的直方图分布规律来确定。但是,从整幅图象所求出的初始概率并不能很好地反映出某个局部的分布,这样影响了松弛的收敛速度。下面用前一节实例所使用的图象为例分析(参看图 1、图 2)。

先由整幅图象的直方图分布估计梯度值两种状态的初始概率,令  $z$  表示状态  $\|\nabla f\| = 0$ ,  $N$  表示状态  $\|\nabla f\| \neq 0$ , 得到:  $P_z = 76.8\%$ ,  $P_N = 23.2\%$ 。由图 2 可见,左上角部分( $16 \times 16$ ,下同)几乎全部像素都是状态  $z$ ,  $P_z$  值对此子块的估计显得过小,而中心部分子块大部分像素都是状态  $N$ ,  $P_z$  值对此子块又显得过大。

现在我们改将图象分块重新估计各点的初始概率,取  $k \times k$  的模板嵌在图象上,以  $(k - m)$  的步子沿行和列平移。(为减少子块边界部分概率的不连续性,采用子块部分重

叠)。以子块的直方图分布求出子块内各点的初始概率  $P'_z$  和  $P'_N$ ，对于重叠部分的点，以其平均值作为该点的初始概率，所得结果见图 3。将由子块估计的初始概率和整幅图象估计的初始概率比较，可以看出前者更符合各部分的实际情况，有助于松弛迭代的收敛。

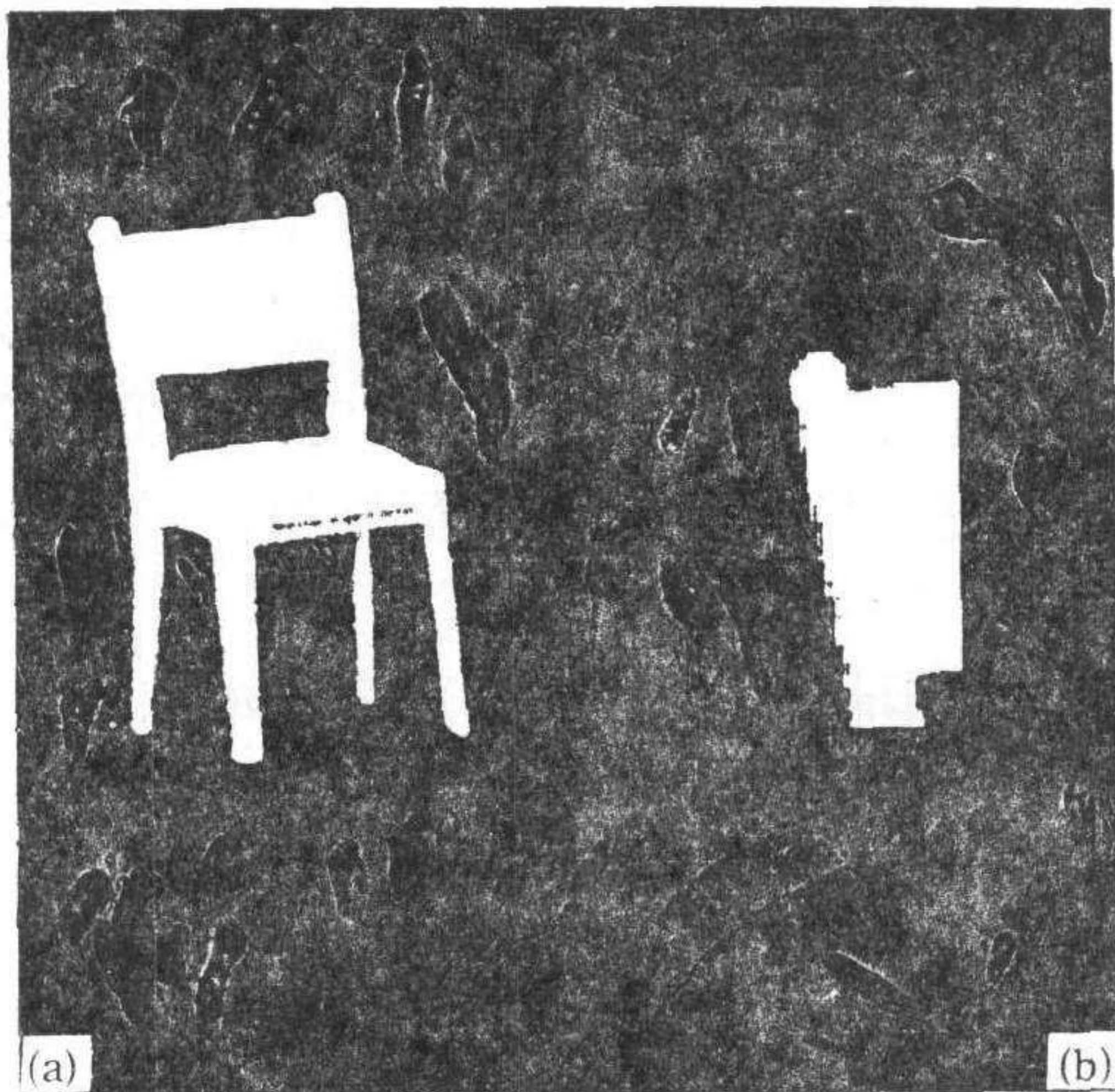


图 1 (a) 椅子  
(b) 图(a)放大后的左上角部分

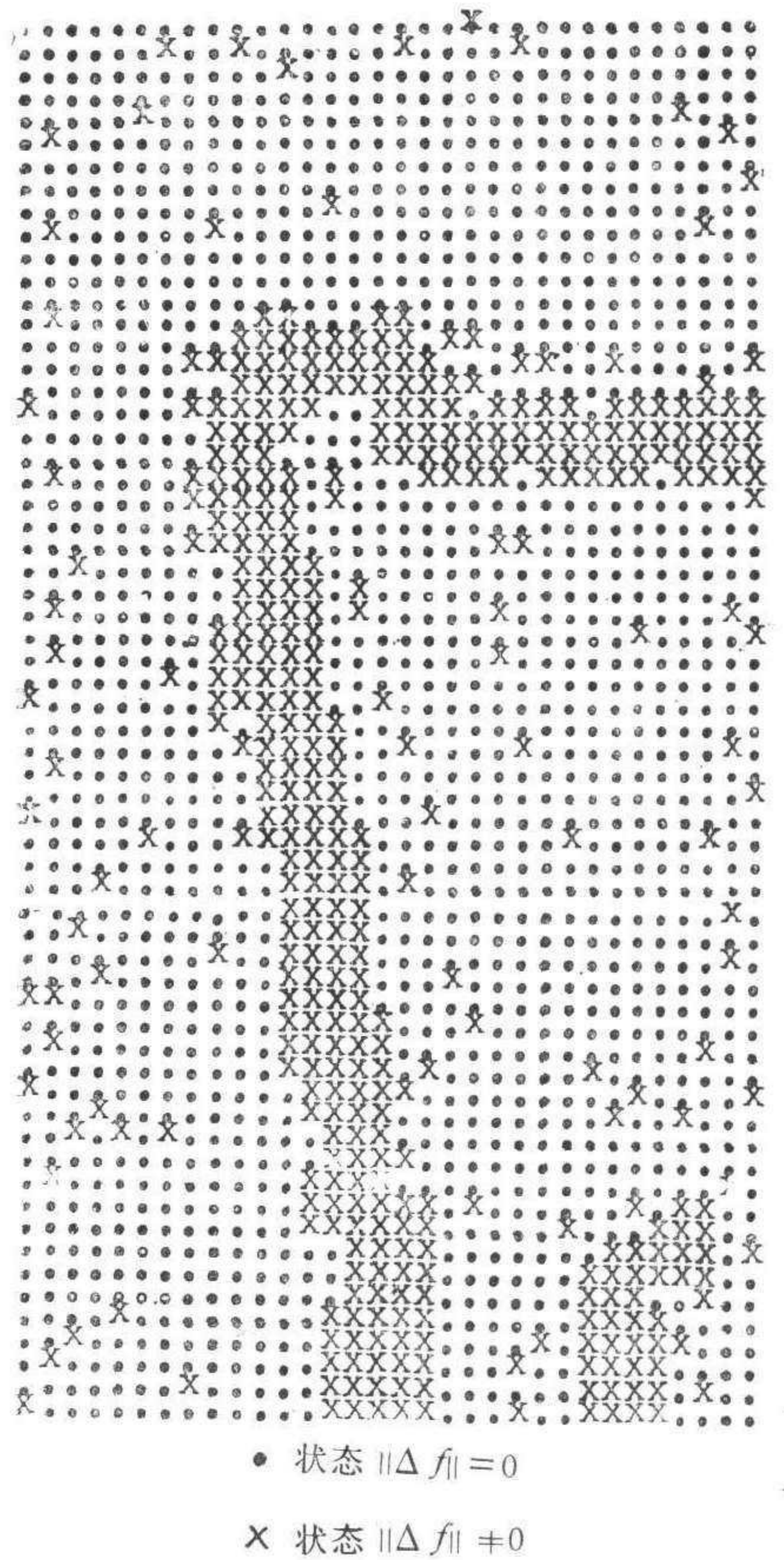


图 2 图 1(b) 的梯度值  $\|\nabla f\|$  状态分布

10.5%	11.7%	10.4%	7.8%
18.9%	22.8%	22.9%	19%
33.4%	39.1%	36.9%	29.6%
40%	38.3%	28.7%	16.75%
31.9%	31.9%	19%	6.2%
29.5%	30.1%	21.1%	12.5%
24.2%	26.4%	25.4%	22.3%
20.7%	23.9%	27.8%	28.5%

子块:  $16 \times 16$ , 重叠部分:  $m = 8$

图 3 图 2 的初始概率  $P'_N$  的分布 ( $P'_z = 1 - P'_N$ )

本文中的一些工作曾得到 R. M. Haralick 教授的帮助,在此谨致谢意

## 参 考 文 献

- [ 1 ] A. Rosenfeld, R. Hummel, S. Zucker, Scene Labeling by Relaxation Operation, *IEEE Trans. on S. M. C. SMC-6*, 1976. 420—434.
- [ 2 ] S. Zucker, J. Mohammed, Analysis of Probabilistic Relaxation Labeling Processes, 1978 Proceedings *IEEE Conference PRIP*. 307—312.
- [ 3 ] R. M. Haralick, L. T. Watson, T. J. Laffey, The Topographic Primal Sketch, *Intl. J. Robotics Rsch.* **2(1)**, 1983.
- [ 4 ] T. J. Laffey, R. M. Haralick, L. T. Watson, Topographic Classification of Digital Image Intensity Surface, Proc. on Workshop on Computer Vision, 1982. 171—177.
- [ 5 ] R. M. Haralick, The Digital Edge, Proc. of 1981 Conf. on PRIP. 285—294.

# INTERMEDIATE-PARAMETER RELAXATION AND ITS APPLICATION

GU SHIWEN

(Changsha Railway, Institute)

## ABSTRACT

An intermediate-parameter relaxation scheme is described in this paper. For classification problems whose labels are based on the combination of intermediate parameters, this scheme has the advantages that the setting of compatibilities and conditional probabilities can be simplified, and the computational complexity be reduced greatly. With this scheme, satisfactory results have been obtained in improving the topographic primal sketch. The estimation of initial probabilities with histograms of subimages is also described. It is proved that this kind of estimation can speed up the convergence of iteration.