

计算机遥测系统的数据流分析¹⁾

冯宏娟

(中国科学院空间中心)

摘 要

计算机遥测系统是遥测技术的重要发展方向之一,在多信源、多用户的情况下更为重要。计算机遥测系统实际上是一种复杂的随机服务系统,本文引用排队论对两种可能的计算机遥测系统的“数据损失率”等指标进行了定量分析,建立了数学模型与公式体系。

一、引 言

由于微型计算机的迅速发展,无论是卫星遥测还是工业遥测,利用计算机完成对数据的采集、编码、处理、发送已成为一种趋势。但要完成相同的功能可有不同的实现方案。传统的遥测系统由于没有引进计算机,所以缺少灵活性,一旦遥测格式确定下来,要想增加或减少设备就很困难,而且采样时间、帧格式都是固定的。随着遥测系统越来越广泛地应用,为了适应灵活多变的要求,提出了遥测系统标准化的问题,计算机遥测系统可以满足这一要求。

由于在计算机遥测系统中,数据的来源很多,到达时间一般为随机的(特别是卫星通信中);且计算机进行数据处理(称之为服务)的时间也是随机的。所以计算机遥测系统是一个复杂的随机服务系统。因此,如何合理地设计与控制这一系统,使其既能满足遥测数据的采集和处理的需要,又经济,就必须在服务机构设置之前根据顾客(数据)输入与服务过程对系统未来的进程作出估计。本文利用排队论研究估计这一随机服务系统的各种性能。

二、两种可能方案及系统性能分析

1. 方案 A 及性能分析

该方案是将 m 台微机通过一转接装置(GDTPC)与 n 个被测站(GD)相连(由Int.)。第 i 个GD的遥测数据由第 j 个GDTP处理(诸如编码、压缩、组装成包),然后送入系统存贮区,等待GDTPM发送。

假如把一个被测站GD来的数据看成系统的顾客,则顾客到达后先由第一个服务子

本文于1985年10月28日收到。

1) 本文曾在1986年全国第四届遥测遥控学术交流会上发表。

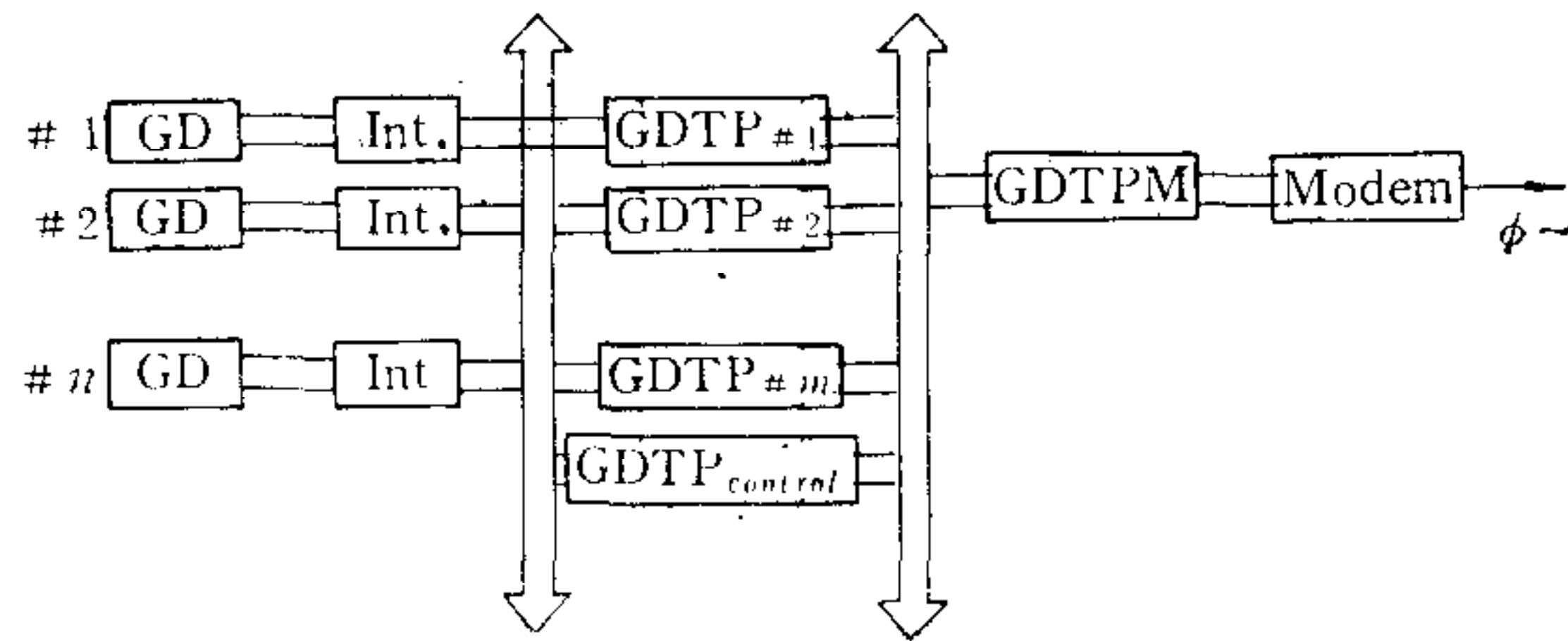


图1 方案A的框图

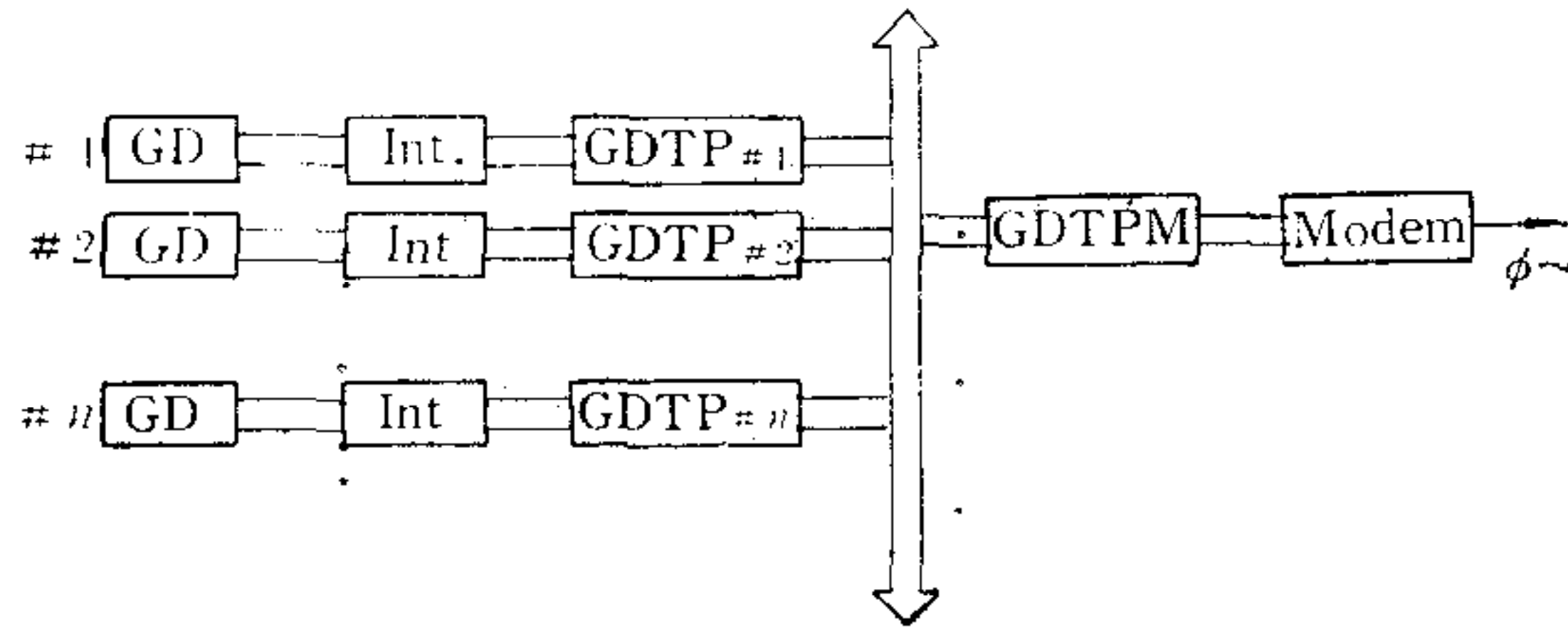


图2 方案B的框图

系统的服务员 GDTP 进行服务,之后进入第二个服务子系统,在其服务员 GDTPM 闲时服务(即发送),服务完后,顾客即离去;此系统模型如图 3 所示:

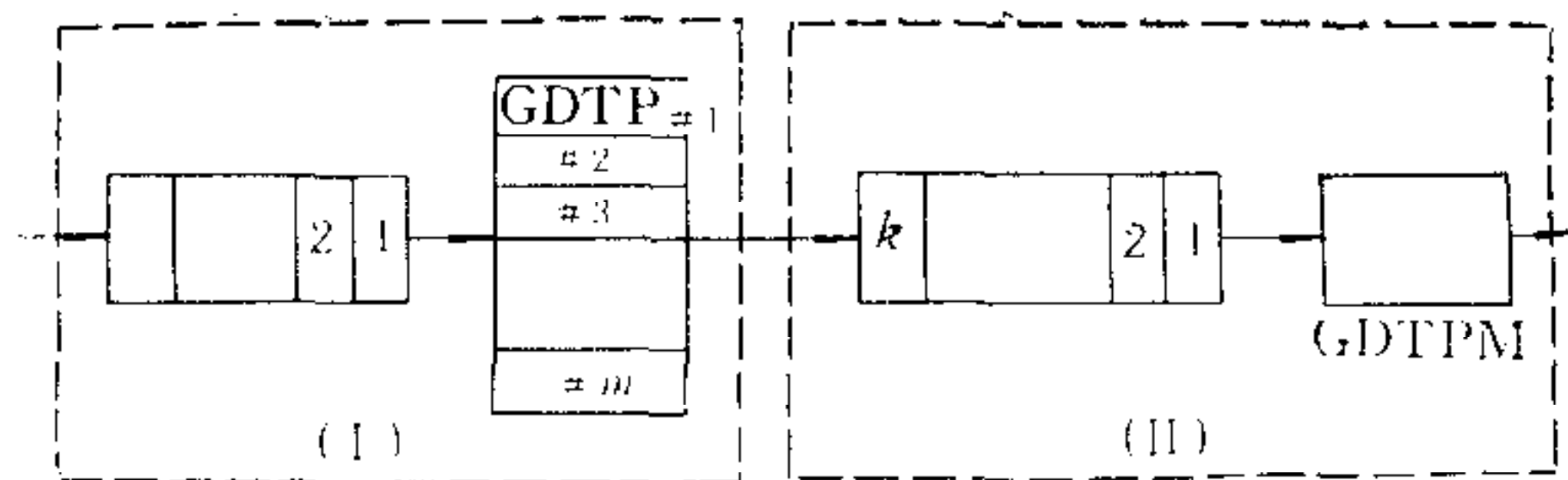


图3 方案A的随机服务模型
虚线为子系统框

系统由一个多通道损失制系统 (GD 来的数据要马上处理)和一个混合制系统(由 GDTP 处理过的信息存入系统存贮区)组成。

为分析简单起见,假定系统的输入流为泊松流,服务时间服从指数分布.事实上,各顾客到达时刻是相互独立的,对每个 GD 来说,也是满足流的平稳性,无后效性和普通性^[1],即服从参数为 λ_i 的泊松流,所以整个系统的输入流为参数 $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$ 的泊松流.并假定每个 GDTP 处理一个数据包时间服从参数为 μ_1 的指数分布, GDTPM 服从参数为 μ_2 的指数分布,且与到达间隔独立.并且假定子系统 II 中的存贮区域可容纳 $(k - 1)$ 个顾客(为计算方便起见).

当 GD 的数据缓冲区满时,向 GDTP 提出服务,当此顾客来到子系统 I 时,如果所有的 GDTP 都在服务,则新信息将取代它,即此顾客就离去.

设系统的状态为 $N(t) = (i, j)$,用 $S_{i,j}$ 表示.若此时子系统 I 有 i 个服务员正在为 i 个顾客服务, $(m - i)$ 个服务员闲着,即系统 I 中有 i 个顾客,子系统 II 中顾客数(等待数与服务数之和)为 j . 状态空间为

$$\{(i, j), i = 0, 1, \dots, m; j = 0, 1, \dots, k\}.$$

令系统处于状态 $S_{i,j}$ 的概率为 $P_{i,j}(t)$. 即

$$P_{i,j}(t) \equiv P\{N(t) = (i, j)\}.$$

显然,系统的状态变化是一马尔可夫过程.

1) 系统的状态转移图

根据前面的假定与分析,如果在 t 时刻系统处于状态 $S_{i,j}$, 在强度为 λ 的输入流的作用下,在 $(t + \Delta t)$ 时,系统状态就转移到 $S_{i+1,j}$ (即有一顾客到来);若在服务强度为 μ_2 的作用下(即 GDTPM 发送了信息帧),在 $(t + \Delta t)$ 时,系统状态就转移到 $S_{i,j-1}$;但若在服务强度为 $i\mu_1$ 的作用下(即 i 个正在服务的 GDTP 中有一个服务完了,顾客就进入子系统 II),在 $(t + \Delta t)$ 时,系统状态转移到 $S_{i-1,j+1}$. 所以状态转移图如图 4 所示.

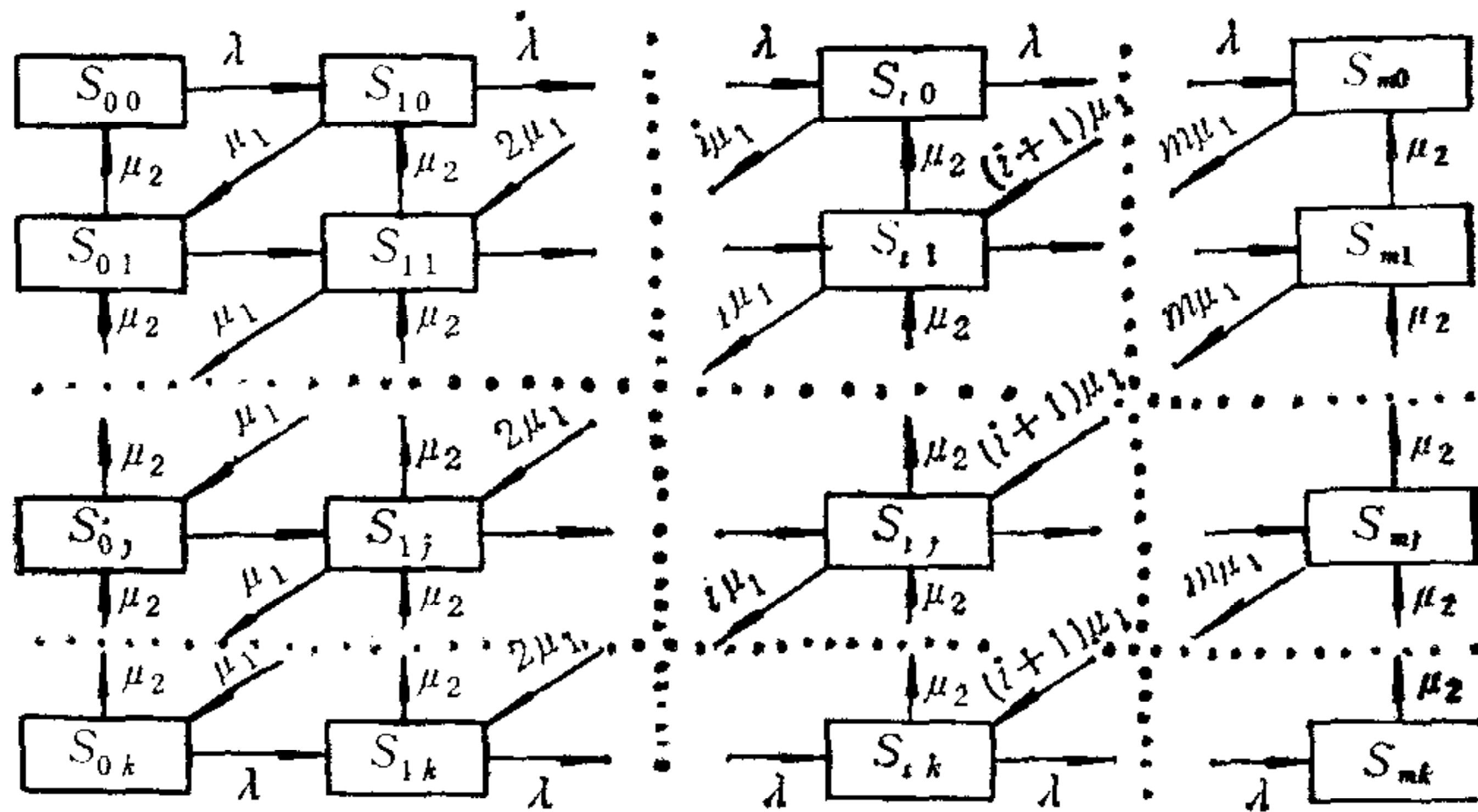


图 4 方案 A 的系统状态转移图

2) 微分方程组

首先讨论状态概率 $P_{0,0}(t)$, 即讨论 t 时刻,系统处于 $S_{0,0}$ 状态的概率.

给时间 t 某些增量 Δt , 求 $P_{0,0}(t + \Delta t)$, 即求在 $(t + \Delta t)$ 时刻,系统仍处于 $S_{0,0}$ 状态的概率. 有三种可能情况:

- (i) 在 t 时刻,系统已处于 $S_{0,0}$ 状态,而在 Δt 时间内,没有改变原来的状态;
- (ii) 在 t 时刻,系统处于 $S_{0,1}$ 状态,而在 Δt 时间内,系统从 $S_{0,1}$ 状态转移到 $S_{0,0}$ 状态;
- (iii) 从除了 $S_{0,1}$ 以外的状态转移到 $S_{0,0}$.

Ⓐ 先考虑情况 (i) 时的状态概率.

据假设,从 $S_{0,0}$ 出发的流,其强度为 λ ,所以在 Δt 时间内,自 $S_{0,0}$ 发出的概率近似地为 $\lambda\Delta t$, 则自 $S_{0,0}$ 没有转移的概率为 $(1 - \lambda\Delta t)$, 那么在第 (i) 种情况下的概率近似地为 $P_{0,0}(t)(1 - \lambda\Delta t)$.

Ⓑ 再讨论情况 (ii)

在 t 时刻,系统处于 $S_{0,1}$ 状态的概率为 $P_{0,1}(t)$. 而在 Δt 时间内,系统状态由 $S_{0,1}$ 转移到 $S_{0,0}$ 的概率近似为 $\mu_2\Delta t$, 这是因为子系统 II 的服务强度为 μ_2 . 所以在情况 (ii) 下的概率近似为 $P_{0,1}(t)\mu_2\Delta t$.

Ⓒ 根据假设及从状态转移图得出,系统在 Δt 时间内发生两次转移,即从除了 $S_{0,1}$ 以外的状态转移到 $S_{0,0}$ 的概率为 $o(\Delta t)$.

根据不相容事件的加法定理, 把它们相加即得

$$P_{0,0}(t + \Delta t) = (1 - \lambda\Delta t)P_{0,0}(t) + \mu_2\Delta tP_{0,1}(t) + o(\Delta t); \quad (1a)$$

同理可得如下各式:

$$P_{i,0}(t + \Delta t) = \lambda\Delta tP_{i-1,0}(t) + (1 - \lambda\Delta t - i\mu_1\Delta t)P_{i,0}(t) + \mu_2\Delta tP_{i,1}(t) + o(\Delta t), \quad 0 < i < m; \quad (1b)$$

$$P_{m,0}(t + \Delta t) = \lambda\Delta tP_{m-1,0}(t) + (1 - m\mu_1\Delta t)P_{m,0}(t) + \mu_2\Delta tP_{m,1}(t) + o(\Delta t); \quad (1c)$$

$$P_{0,j}(t + \Delta t) = \mu_1\Delta tP_{1,j-1}(t) + \mu_2\Delta tP_{0,j+1}(t) + (1 - \lambda\Delta t - \mu_2\Delta t)P_{0,j}(t) + o(\Delta t), \quad 0 < j < k; \quad (1d)$$

$$P_{0,k}(t + \Delta t) = \mu_1\Delta tP_{1,k-1}(t) + (1 - \lambda\Delta t - \mu_2\Delta t)P_{0,k}(t) + o(\Delta t); \quad (1e)$$

$$P_{i,j}(t + \Delta t) = \lambda\Delta tP_{i-1,j}(t) + \mu_2\Delta tP_{i,j+1}(t) + (i+1)\mu_1\Delta tP_{i+1,j-1}(t) + (1 - \lambda\Delta t - i\mu_1\Delta t - \mu_2\Delta t)P_{i,j}(t) + o(\Delta t), \quad 0 < i < m \wedge 0 < j < k; \quad (1f)$$

$$P_{i,k}(t + \Delta t) = \lambda\Delta tP_{i-1,k}(t) + (i+1)\mu_1\Delta tP_{i+1,k-1}(t) + (1 - \lambda\Delta t - \mu_2\Delta t)P_{i,k}(t) + o(\Delta t), \quad 0 < i < m; \quad (1g)$$

$$P_{m,j}(t + \Delta t) = \lambda\Delta tP_{m-1,j}(t) + \mu_2\Delta tP_{m,j+1}(t) + (1 - m\mu_1\Delta t - \mu_2\Delta t)P_{m,j}(t) + o(\Delta t), \quad 0 < j < k; \quad (1h)$$

$$P_{m,k}(t + \Delta t) = \lambda\Delta tP_{m-1,k}(t) + (1 - \mu_2\Delta t)P_{m,k}(t) + o(\Delta t). \quad (1i)$$

$$\text{令 } P'_{i,j}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{i,j}(t + \Delta t) - P_{i,j}(t)}{\Delta t},$$

则得微分方程组(2)

$$P'_{0,0}(t) = -\lambda P_{0,0}(t) + \mu_2 P_{0,1}(t); \quad (2a)$$

$$P'_{i,0}(t) = \lambda P_{i-1,0}(t) - (\lambda + i\mu_1)P_{i,0}(t) + \mu_2 P_{i,1}(t), \quad 0 < i < m; \quad (2b)$$

$$P'_{m,0}(t) = \lambda P_{m-1,0}(t) - m\mu_1 P_{m,0}(t) + \mu_2 P_{m,1}(t); \quad (2c)$$

$$P'_{0,j}(t) = \mu_1 P_{1,j-1}(t) - (\lambda + \mu_2)P_{0,j}(t) + \mu_2 P_{0,j+1}(t), \quad 0 < j < k; \quad (2d)$$

$$P'_{0,k}(t) = \mu_1 P_{1,k-1}(t) - (\lambda + \mu_2)P_{0,k}(t); \quad (2e)$$

$$P'_{i,j}(t) = \lambda P_{i-1,j}(t) - (\lambda + i\mu_1 + \mu_2)P_{i,j}(t) + \mu_2 P_{i,j+1}(t) + (i+1)\mu_1 P_{i+1,j-1}(t), \quad 0 < i < m \wedge 0 < j < k; \quad (2f)$$

$$P'_{i,k}(t) = \lambda P_{i-1,k}(t) + (i+1)\mu_1 P_{i+1,k-1}(t) - (\lambda + \mu_2)P_{i,k}(t), \quad 0 < i < m; \quad (2g)$$

$$P'_{m,j}(t) = \lambda P_{m-1,j}(t) + \mu_2 P_{m,j+1}(t) - (m\mu_1 + \mu_2)P_{m,j}(t), \quad 0 < j < k; \quad (2h)$$

$$P'_{m,k}(t) = \lambda P_{m-1,k}(t) - \mu_2 P_{m,k}(t). \quad (2i)$$

3) 求极限解

显然从状态转移图可以看出这是一个不可约的有限状态的马尔可夫过程. 因此, 当 $t \rightarrow \infty$, $P_{i,j}(t)$ 存在极限概率, 即有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_{i,j}(t) = p_{i,j}.$$

在微分方程组(2)中, 令 $t \rightarrow \infty$, 左端微商全趋于零, 故得线性代数方程组(3)

$$\lambda p_{0,0} = \mu_2 p_{0,1}; \quad (3a)$$

$$(\lambda + i\mu_1)p_{i,0} = \lambda p_{i-1,0} + \mu_2 p_{i,1}, \quad 0 < i < m; \quad (3b)$$

$$m\mu_1 p_{m,0} = \lambda p_{m-1,0} + \mu_2 p_{m,1}; \quad (3c)$$

$$(\lambda + \mu_2)p_{0,j} = \mu_1 p_{1,j-1} + \mu_2 p_{0,j+1}, \quad 0 < j < k; \quad (3d)$$

$$(\lambda + \mu_2)p_{0,k} = \mu_1 p_{1,k-1}; \quad (3e)$$

$$(\lambda + i\mu_1 + \mu_2)p_{i,j} = \lambda p_{i-1,j} + \mu_2 p_{i,j+1} + (i+1)\mu_1 p_{i+1,j+1}, \\ 0 < i < m \wedge 0 < j < k; \quad (3f)$$

$$(\lambda + \mu_2)p_{i,k} = \lambda p_{i-1,k} + (i+1)\mu_1 p_{i+1,k-1}, \quad 0 < i < m; \quad (3g)$$

$$(m\mu_1 + \mu_2)p_{m,j} = \lambda p_{m-1,j} + \mu_2 p_{m,j+1}, \quad 0 < j < k; \quad (3h)$$

$$\mu_2 p_{m,k} = \lambda p_{m-1,k}. \quad (3i)$$

且方程组满足正则性条件

$$\sum_{i=0, j=0}^{m, k} p_{i,j} = 1. \quad (4)$$

若给出 $\lambda, \mu_1, \mu_2, m, k$, 即可解出此方程组. 然后求出

$$p_{i\cdot} = \sum_{j=0}^k p_{i,j}, \quad p_{\cdot j} = \sum_{i=0}^m p_{i,j}. \quad (5), (6)$$

从而求出系统的效率指标.

4) 系统的效率指标

(a) 等待发送出去的, 即在子系统 II 中的平均顾客数

$$L_{II} = \sum_{j=0}^k j \cdot p_{\cdot j}. \quad (7)$$

(b) 子系统 I 的损失概率 P_{SI} , 即子系统 I 满员的概率, 也即子系统 I 中服务员都在忙着的概率

$$P_{SI} = p_m. \quad (8)$$

(c) 子系统 II 的损失概率 P_{SII} , 即子系统 II 满员的概率, 也即子系统 II 中的服务员在忙着, 且排队位置满员的概率

$$P_{SII} = p_{\cdot k}. \quad (9)$$

(d) 子系统 I 中占用服务员的平均数, 用 \bar{M} 表示

$$\bar{M} = \sum_{i=0}^m i \cdot p_{i\cdot}. \quad (10)$$

(e) 通道利用率(子系统 I) η , 即每个 GDTP 在处理遥测信息的概率

$$\eta = \frac{\bar{M}}{m}. \quad (11)$$

5) 主要结论

本文以 $\lambda = 10, \mu_1 = 2, \mu_2 = 10$ 为例, 编制了程序, 并从运行结果得出各指标随 m, k 变化的曲线. 主要结论¹⁾是: 为保证数据不被丢失, 既要取足够的 m 值 (GDTP 数) 使 P_{SI} 小到可以接受的程度, 同时又要取足够的 k 值 (系统存贮区) 使得 P_{SII} 足够小.

1) 冯宏娟, 中国科学院空间中心硕士研究生毕业论文集, 1985.

其中,对 m 的取值要兼两者. 因 P_{sI} 随 m 增大而减小; P_{sII} 随 m 增大而增大, 所以必要时, 可考虑使 $(1 - P_{sI}) \cdot (1 - P_{sII})$ 最大而求得 m, k .

2. 方案 B 的性能分析

通过对方案 B 的分析, 得到了它的数学模型是由多个单通道服务系统并联后与一单通道混合制系统串联而成.

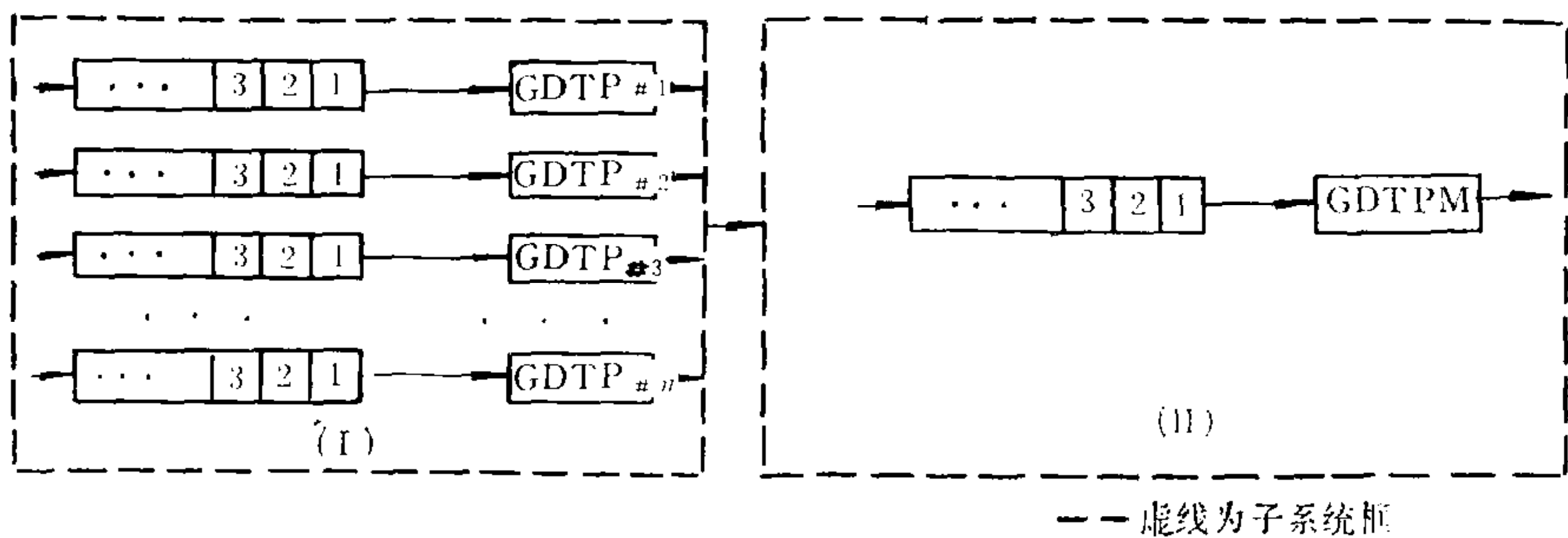


图 5 方案 B 的随机服务模型
虚线为子系统框

n 个被测站的遥测数据分别经各自的 GDTP 处理后存入系统存贮区, 参加排队, GDTPM 按照先来先服务的原则处理由 GDTP 组装好的信息帧.

对子系统 I, 由于一被测站对应一 GDTP, 且帧长可变, 当被测站中的缓冲区满时, 或某计数时间到时, GDTP 马上对其处理, 因此 $P_{sI} = 0$. 这样可只考虑子系统 II 的情况, 子系统 I 可认为是一复合输入. 依据前面的假设, GD 向 GDTP 提出服务请求的输入流是参数为 λ_i 的泊松流, GDTP 的服务时间服从参数为 μ_1 的负指数分布. 由于系统稳定的必要条件是 $\rho_i = \lambda_i / \mu_1 \leq 1$, 即 GDTP 的处理时间平均比 GD 提出服务的间隔要短, 即 GDTP 还可能有时间处理其它事件. 事实上, 由于计算机处理很快, 这一点是不难满足的, 所以向 GDTPM 申请服务的强度主要取决于 λ_i , 由于泊松流的混合流仍是泊松流, 且 $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$. GDTPM 服务强度为 μ_2 , 这样系统就简化为一单通道混合制系统了. 系统简化后的随机服务模型见图 6 所示.

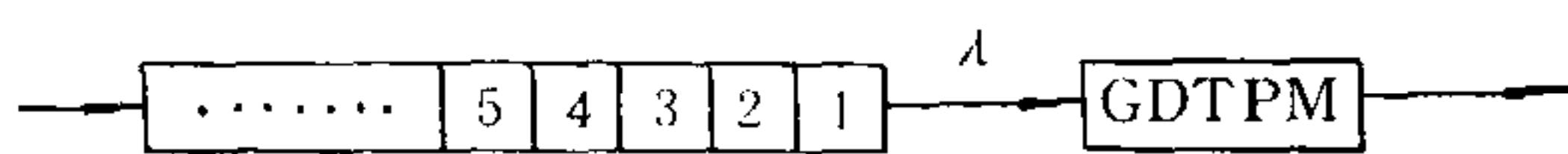


图 6 方案 B 简化后的数学模型

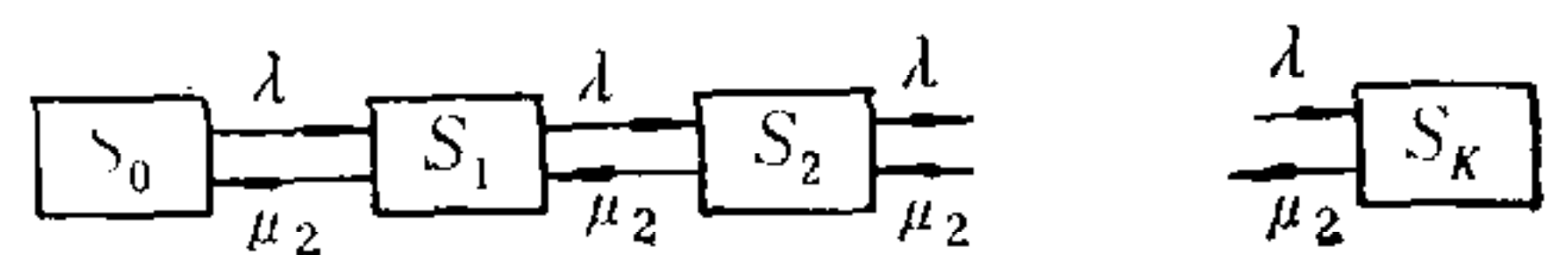


图 7 系统的生灭过程.

1) 系统的生灭过程

设状态 S_j 表示系统中有 j 个顾客, 其中 $(j - 1)$ 个顾客等待, 一个顾客正在得到服务, 并假设系统存贮区域可容纳 $(k - 1)$ 个顾客. 则系统的生灭过程如图 7 所示.

2) 考尔莫哥洛夫 (Колмогоров) 方程

由图(7)直接得到考尔莫哥洛夫方程为

$$\begin{cases} \lambda p_0 = \mu_2 p_1, \\ \lambda p_{i-1} + \mu_2 p_{i+1} = (\lambda + \mu_2) p_i, \quad 0 < i < k, \\ \lambda p_{k-1} = \mu_2 p_k. \end{cases} \quad (12)$$

令 $\rho = \lambda/\mu_2$, 简化得

$$p_j = \rho^j p_0, \quad 0 \leq j \leq k. \quad (13)$$

且有正则条件

$$\sum_{i=0}^k p_i = 1. \quad (14)$$

3) 求解得到

$$p_j = \frac{\rho^j(1-\rho)}{1-\rho^{k+1}}, \quad 0 \leq j \leq k. \quad (15)$$

4) 系统的各项效率指标:

(a) 系统中的平均顾客数

$$L_{II} = \sum_{j=0}^k j \cdot p_j = \frac{\rho[1+k\rho^{k+1}-(1+k)\rho^k]}{(1-\rho^{k+1})(1-\rho)}. \quad (16)$$

(b) 子系统 I (未简化前) 的损失概率

$$P_{SI} = 0. \quad (17)$$

(c) 子系统 II (即简化后的系统) 的损失概率

$$P_{SII} = p_k = \frac{\rho^k(1-\rho)}{1-\rho^{k+1}}. \quad (18)$$

(d) 子系统 I 中占有服务员的平均数

$$\bar{M} = n. \quad (19)$$

(e) 如果要使 $P_{SII} \leq \varepsilon_2$, k 值为满足

$$\frac{\rho^k(1-\rho)}{1-\rho^{k+1}} \leq \varepsilon_2 \text{ 的值.}$$

当 $\rho < 1$ 时, 有

$$k \geq \frac{\ln \varepsilon_2 - \ln(1-\rho+\varepsilon_2)}{\ln \rho} - 1. \quad (20)$$

即 k 有下界值. 同样, 若给出 λ_i, μ_2 , 即可求得诸性能指标.

3. 两种方案的比较

对两种方案的主要性能指标, 即系统存贮区域 k 和数据损失率进行了比较. 对相同的系统存贮区域 k , 方案 B 的系统平均顾客数大于方案 A (这里 $n > m$); 方案 B 的 $P_{SI} = 0$, 小于等于方案 A 的 P_{SI} ; 方案 B 的 $P_{SII}(k)$ 大于方案 A 的 $P_{SII}(k)$. (在允许接受的数据损失率范围内). 换言之, 对于给定的 ε_2 , 要使两种方案的 P_{SII} 都小于 ε_2 , 方案 B 所需的系统存贮区要比方案 A 大.

三、讨 论

(1) 本文对各用户是同样对待的, 在进行初步分析时, 这样做是可以的, 若对重要性不同的数据给予不同的优先权, 尚须进一步分析.

(2) 参数 λ_i, μ_i 的确定需要进行大量的统计分析, 这方面的工作还需进一步进行.

本文有幸得到导师王传善教授和高宜桂副研究员的亲切指导,北京工业学院俞宝传教授、南航谢求成副研究员和空间中心陆志刚高级工程师的审阅,在此一并表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] 徐光辉, 随机服务系统, 科学出版社, 1984.
- [2] 陆凤山, 排队论及其应用, 湖南科学技术出版社, 1984.
- [3] Greene, Edward P., Telemetry Packetization for Improved Mission Operations, GSFC, NASA, ITC, 1976, pp337.
- [4] Greenberg, Edward and Hooke, Adrian J., Packet Telemetry: A Possible Standard Protocol For Spacecraft Data Handling, ITC, 1978.
- [5] Hooke, Adrian J., End-to-End Information System Design at the NASA JPL, Pasadena, cal. 1978.

DATA FLOW ANALYSIS OF COMPUTER TELEMETRY SYSTEMS

FENG HONGJUAN

(Space Science and Technology Centre, Academia Sinica)

ABSTRACT

Computer telemetry system is one of the important development directions of the telemetry technology, especially in the cases of multi-source and/or multi-user. It is in fact a kind of complicated stochastic service system. Quantitative analysis for the indexes, such as "proportion of data damaged", in two kinds of possible computer telemetry system has been made and the mathematical model and its formula system have been established.