

关于自适应模型跟踪控制的改进

张运 潘继勤

(北京工业学院)

摘 要

本文对 AMFC (自适应模型跟踪控制) 做了改进. 与 AMFC 相比, 改进后的 AMFC (IAMFC) 能应用于更广泛的一类控制对象, 并且具有更广泛的一类自适应控制律. 此外, 还为某飞行器的倾斜稳定设计了一个 IAMFC 系统. 仿真结果表明, 该系统满足要求, 并能克服 AMFC 所不能克服的困难.

一、引 言

人们经常遇到这样一类控制对象:

$$\dot{\mathbf{x}}_s(t) = A_s(t)\mathbf{x}_s(t) + B_s(t)\mathbf{u}. \quad (1)$$

其中矩阵 $A_s(t)$, $B_s(t)$ 在对象工作时, 会发生随机的或不确定的变化. 对于这类对象, 常规控制, 如线性模型跟踪控制的效果不能令人满意. 而采用自校正控制又比较复杂, 若采用自适应模型跟踪控制 (AMFC—Adaptive Model Following Control), 则比较理想^[1]. 注意, 在推导 AMFC 时, 假设的控制模型和参考模型分别为

$$\dot{\mathbf{x}}_p = A_p\mathbf{x}_p + B_p\mathbf{u}_p \quad (2)$$

和

$$\dot{\mathbf{x}}_m = A_m\mathbf{x}_m + B_m\mathbf{u}_m. \quad (3)$$

而当控制对象的数学模型不同于式(1), 为

$$\dot{\mathbf{x}}_s(t) = A_s(t)\mathbf{x}_s(t) + B_s(t)\mathbf{u} + \mathbf{d}_s(t) \quad (4)$$

时, 其中 $\mathbf{d}_s(t)$ 是随机或不确定列向量, 仍沿用 AMFC 的理由是不充分的. 事实上, 由仿真结果反映(详见本文三), 对于对象(4), AMFC 的控制对象状态 \mathbf{x}_p 不能渐近收敛于参考模型状态 \mathbf{x}_m .

也许有人要问, 若设参考模型为

$$\dot{\mathbf{x}}_m = A_m\mathbf{x}_m + B_m\mathbf{u}_m + \mathbf{d}_m, \quad (5)$$

那末状态 \mathbf{x}_p 能否一定渐近收敛于状态 \mathbf{x}_m 呢? 从表面上看, 上述方法是可行的, 只要 \mathbf{d}_m 等于 $\mathbf{d}_s(t)$ 就行了. 但是 $\mathbf{d}_s(t)$ 往往是随机或不确定向量, 所以要保证 \mathbf{d}_m 等于 $\mathbf{d}_s(t)$, 则必须引进在线辨识, 这将大大增加系统的复杂性.

综上所述, 有必要对 AMFC 作些改进. 本文针对对象(4), 给出了一种改进的自适

应模型跟踪控制;给出了某飞行器倾斜系统在 AMFC 和改进的 AMFC 下的仿真结果及其评价。

二、改进的自适应模型跟踪控制

结论一. 对于控制对象

$$\dot{\mathbf{x}}_p = A_p \mathbf{x}_p + B_p \mathbf{u}_p + \mathbf{d}_p, \quad (6)$$

若取参考模型、状态误差和广义误差分别为

$$\dot{\mathbf{x}}_m = A_m \mathbf{x}_m + B_m \mathbf{u}_m, \quad (7)$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_p, \quad (8)$$

$$\mathbf{v} = F \mathbf{e}, \quad (9)$$

并取自适应控制规律为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_p = & (-K_p \mathbf{x}_p + K_m \mathbf{x}_m + K_u \mathbf{u}_m) + (\Delta K_p(t, \mathbf{v}) \mathbf{x}_p \\ & + \Delta K_u(t, \mathbf{v}) \mathbf{u}_m + \Delta \mathbf{k}_D(t, \mathbf{v})), \end{aligned} \quad (10)$$

而且 $A_m, A_p, B_m, B_p, \mathbf{d}_p$ 满足

$$\left. \begin{aligned} (I - B_p B_p^+) B_m &= 0, \\ (I - B_p B_p^+) (A_m - A_p) &= 0, \\ (I - B_p B_p^+) \mathbf{d}_p &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中 $A_m, B_m, A_p, B_p, F, \mathbf{d}_p, K_p, K_m, K_u$ 均为适当维数的常值矩阵或向量, B_p^+ 为 B_p 左伪逆, $\Delta K_p(t, \mathbf{v}), \Delta K_u(t, \mathbf{v}), \Delta \mathbf{k}_D(t, \mathbf{v})$ 为适当维数的时变矩阵或向量. 则由式(6)–(10)构成的自适应模型跟踪系统(以下简记为(S))必存在一个前向通道为线性定常系统的演化系统.

证明. 由式(7)减式(6),并结合式(10),(11),(9)可得系统(S)的演化系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= (A_m - B_p K_m) \mathbf{e} + B_p \mathbf{w}_1, \\ \mathbf{v} &= F \mathbf{e}, \\ \mathbf{w} = -\mathbf{w}_1 &= [\Delta K_p(t, \mathbf{v}) - K_p + K_m - B_p^+ (A_m - A_p)] \mathbf{x}_p \\ &\quad + [\Delta K_u(t, \mathbf{v}) + K_u - B_p^+ B_m] \mathbf{u}_m + [\Delta \mathbf{k}_D(t, \mathbf{v}) + B_p^+ \mathbf{d}_p]. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其方框图为图1所示.

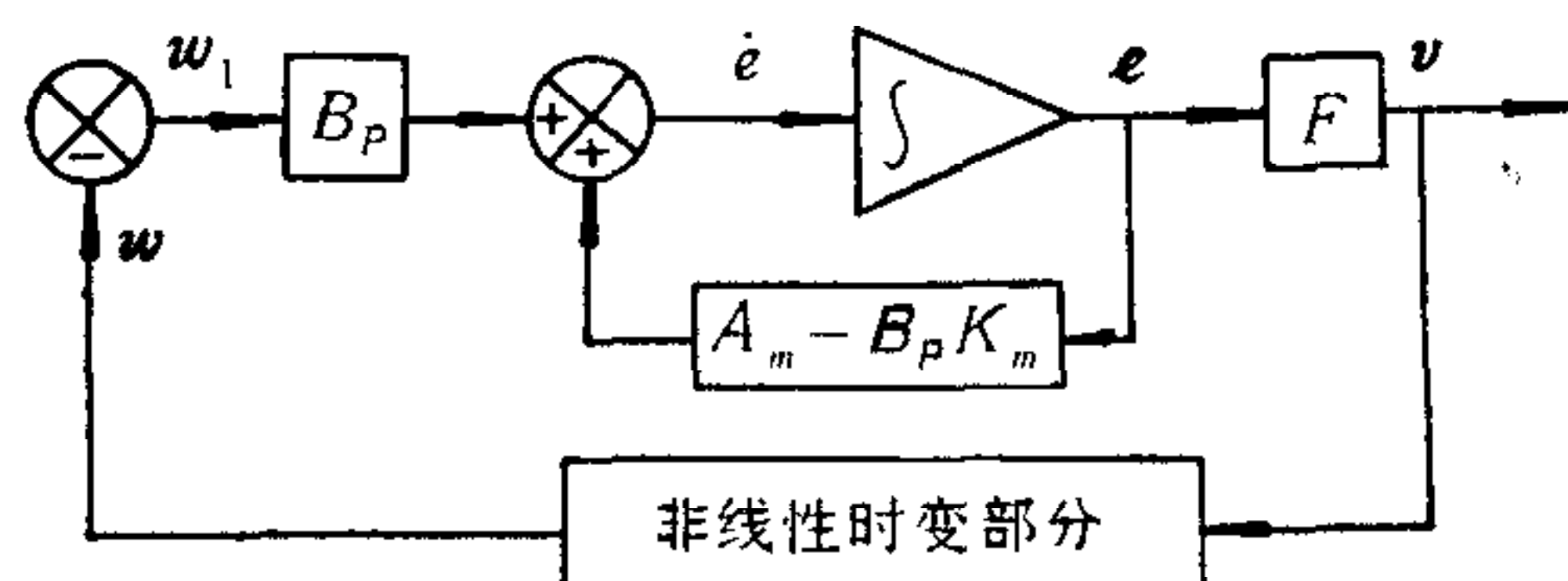


图1 自适应模型跟踪控制系统的演化系统方框图

结论二. 对于满足结论一条件的系统(S),若取自适应规律为

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_P(t, \mathbf{v}) &= p(t) \int_0^t (\tilde{L}\mathbf{v})(Q\mathbf{x}_p)^T d\tau + L\mathbf{v}(Q\mathbf{x}_p)^T + \Delta K_P(0), \\ \Delta K_u(t, \mathbf{v}) &= u(t) \int_0^t (\tilde{M}\mathbf{v})(R\mathbf{u}_m)^T d\tau + M\mathbf{v}(R\mathbf{u}_m)^T + \Delta K_u(0), \\ \Delta k_D(t, \mathbf{v}) &= d(t) \int_0^t \tilde{N}\mathbf{v} d\tau + N\mathbf{v} + \Delta k_D(0). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中 $\tilde{L}, \tilde{M}, Q, R, \tilde{N}$ 为适当维数的对称正定矩阵, L, M, N 为适当维数的正定或半正定矩阵, $\Delta K_P(0), \Delta K_u(0), \Delta k_D(0)$ 为适当维数的矩阵或向量, $p(t), u(t)$ 和 $d(t)$ 为取值零或 1 的有限间断函数, 那么必存在实数 γ_0 , 使得系统 (S) 的演化系统 (12) 的输出输入满足波波夫不等式

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} \mathbf{v}^T(t) \mathbf{w}(t) dt \geq -\gamma_0^2. \quad (14)$$

证明. 不失一般性, 取 $p(t), u(t), d(t)$ 为常数 1. 对于演化系统 (12),

$$\begin{aligned} \eta(0, t_1) &= \int_0^{t_1} \mathbf{v}^T(t) \left[\int_0^t \tilde{L}\mathbf{v}(\tau) (Q\mathbf{x}_p(\tau))^T d\tau - A_0 \right] \mathbf{x}_p(t) dt \\ &\quad + \int_0^{t_1} \mathbf{v}^T(t) \left[\int_0^t \tilde{M}\mathbf{v}(\tau) (R\mathbf{u}_m(\tau))^T d\tau - B_0 \right] \mathbf{u}_m(t) dt \\ &\quad + \int_0^{t_1} \mathbf{v}^T(t) \left[\int_0^t \tilde{N}\mathbf{v}(\tau) d\tau - c_0 \right] dt + \int_0^{t_1} \mathbf{v}^T(t) N\mathbf{v}(t) dt \\ &\quad + \int_0^{t_1} \mathbf{v}^T(t) L\mathbf{v}(t) \mathbf{x}_p^T(t) Q\mathbf{x}_p(t) dt + \int_0^{t_1} \mathbf{v}^T(t) M\mathbf{v}(t) \mathbf{u}_m^T(t) R\mathbf{u}_m(t) dt. \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} A_0 &= B_P^+(A_m - A_P) - K_m + K_P - \Delta K_P(0), \\ B_0 &= B_P^+ B_m - K_u - \Delta K_u(0), \quad c_0 = -B_P^+ \mathbf{d}_P - \Delta k_D(0). \end{aligned}$$

注意到第一积分项可变换为

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{t_1} \tilde{\mathbf{v}}^T(t) \left[\int_0^t \tilde{\mathbf{v}}(\tau) \tilde{\mathbf{x}}_p^T(\tau) d\tau - \tilde{A}_0 \right] \tilde{\mathbf{x}}_p(t) dt \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \int_0^{t_1} \tilde{v}_i(t) \tilde{x}_{pj}(t) \left[\int_0^t \tilde{v}_i(\tau) x_{pj}(\tau) d\tau - \tilde{a}_{ij}^0 \right] dt, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\tilde{L} = L_1^T L_1, Q = Q_1^T Q_1, \tilde{\mathbf{v}} = L_1 \mathbf{v}, \tilde{\mathbf{x}}_p = Q_1 \mathbf{x}_p, \tilde{A}_0 = (L_1^T)^{-1} A_0 Q_1^{-1}, m, n$ 分别是 \mathbf{v}, \mathbf{x}_p 的维数. 又因为 $\int_0^{t_1} f(t) \int_0^t f(\tau) d\tau dt = \frac{1}{2} \left(\int_0^{t_1} f(t) dt \right)^2$, 所以

$$I_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left[\left(\int_0^{t_1} \tilde{v}_i \tilde{x}_{pj} d\tau - \tilde{a}_{ij}^0 \right)^2 - (\tilde{a}_{ij}^0)^2 \right] \geq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\tilde{a}_{ij}^0)^2.$$

同理

$$I_2 \geq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l (\tilde{b}_{ij}^0)^2, \quad I_3 \geq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (\tilde{c}_i^0)^2. \quad (17)$$

其中

$$\tilde{M} = M_1^T M_1, \quad R = R_1^T R_1, \quad [\tilde{b}_{ij}^0] = \tilde{B}_0 = (M_1^T)^{-1} B_0 R_1^{-1},$$

1) $\int_0^{t_1} f(t) \int_0^t f(\tau) d\tau dt = \int_0^{t_1} f(t) \left[\int_0^{t_1} f(\tau) d\tau \right] dt - \int_0^{t_1} f(t) \left[\int_t^{t_1} f(\tau) d\tau \right] dt$
 $= \left(\int_0^{t_1} f(t) dt \right)^2 - \int_0^{t_1} f(\tau) \left[\int_0^\tau f(t) dt \right] d\tau = \left(\int_0^{t_1} f(t) dt \right)^2 - \int_0^{t_1} f(t) \int_0^t f(\tau) d\tau dt.$

$$\tilde{N} = N_1^T N_1, \quad [\tilde{c}_i^0] = \tilde{c}_0 = (N_1^T)^{-1} c_0 \quad l \text{ 是 } \mathbf{u}_m \text{ 的维数.}$$

又由 N, L, Q, M, R 至少为半正定矩阵得

$$I_4 \geq 0, \quad I_5 \geq 0, \quad I_6 \geq 0. \quad (18)$$

故 $\exists \gamma_0 \in R^1$, 使得 $\eta(0, t_1) \geq -\gamma_0^2$.

结论三. 对于满足结论一条件的系统 (S), 其演化系统 (12) 的输出阵 F 满足

$$F = B_p^T P. \quad (19)$$

而且 1) 对称正定阵 P 是李亚善诺夫方程

$$(A_m - B_p K_m)^T P + P(A_m - B_p K_m) = -H^T \quad (20)$$

的解, H 是对称正定阵;

2) $r(B_p)$ 等于 B_p 的列数, 则其演化系统 (12) 的前向通道传递函数矩阵必严格正实.

证明. 显然, 系统 (12) 的前向通道传递矩阵为

$$G(s) = F(sI - A_m + B_p K_m)^{-1} B_p. \quad (21)$$

由文献 [2] 知, 式 (20) 是矩阵 $(A_m - B_p K_m)$ 的特征值实部小于零的充要条件, 于是 $G(s)$ 在域 $R_c(s) \geq 0$ 中解析. 又由式 (21), (19), (20) 及 B_p 满列秩得

$$\begin{aligned} G^T(s^*) + G(s) &= B_p^T [(s^* I - (A_m - B_p K_m)^T)^{-1} P + P(sI - (A_m - B_p K_m))^{-1}] B_p \\ &= B_p^T (s^* I - (A_m - B_p K_m)^T)^{-1} [P(s + s^*) - P(A_m - B_p K_m) \\ &\quad - (A_m - B_p K_m)^T P] (sI - (A_m - B_p K_m))^{-1} B_p \\ &= [B_p^T (s^* I - (A_m - B_p K_m)^T)^{-1}] H [(sI - (A_m - B_p K_m))^{-1} B_p] \\ &\quad + B_p^T (s^* I - (A_m - B_p K_m)^T)^{-1} P (sI - (A_m - B_p K_m))^{-1} B_p (s + s^*) > 0^D, \quad (R_c(s) > 0). \end{aligned}$$

至此, 由严格正实定义^[3]知, $G(s)$ 严格正实.

推论. 若输出阵 $F = B_m^T P$, 而且

1) $K_m = 0$; 2) 存在满秩方阵 \tilde{B}_p , 使得 $B_p = B_m \tilde{B}_p$, 则结论二和结论三仍成立.

证明. 因为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= A_m \mathbf{e} + B_m \mathbf{w}'_1, \quad \mathbf{v} = F \mathbf{e}, \\ -\mathbf{w}'_1 &= \tilde{B}_p [B_p^T (A_p - A_m) - K_p + \Delta K_p(t, \mathbf{v})] \mathbf{x}_p + [\tilde{B}_p \Delta K_u(t, \mathbf{v}) \\ &\quad + \tilde{B}_p K_u - I] \mathbf{u}_m + \tilde{B}_p (\Delta \mathbf{k}_D(t, \mathbf{v}) + B_p^T \mathbf{d}_p). \end{aligned}$$

结论四. 若系统 (S) 满足结论一的条件, 并且

1) 系统 (S) 的自适应控制规律由式 (13) 确定;

2) 系统 (S) 的演化系统 (12) 的输出矩阵由式 (19) 确定;

3) $(A_m - B_p K_m, B_p)$ 完全可控, $(F, A_m - B_p K_m)$ 完全可测, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$.

证明. 因为系统 (S) 的演化系统 (12) 满足波波夫渐近超稳定定理的条件^[4].

以下, 我们称满足结论四条件的系统 (S) 为改进的自适应模型跟踪控制系统, 其中的控制为改进的自适应模型跟踪控制 (IAMFC——Improved Adaptive Model Following Control). 与 AMFC 相比, IAMFC

1) $A > 0$ 指 A 正定.

- 1) 考虑的控制对象(6)比 AMFC 考虑的控制对象(2)更具有普遍性,而结论不变;
- 2) 包含了 AMFC 的自适应控制规律^[1]

$$\Delta K_p(t, \mathbf{v}) = \int_0^t \tilde{L} \mathbf{v} (Q \mathbf{x}_p)^T d\tau + L \mathbf{v} (Q \mathbf{x}_p)^T + \Delta K_p(0),$$

$$\Delta K_u(t, \mathbf{v}) = \int_0^t \tilde{M} \mathbf{v} (R \mathbf{u}_m)^T d\tau + M \mathbf{v} (R \mathbf{u}_m)^T + \Delta K_u(0).$$

另外,推论表明,在一定条件下,人们可以在对系统的输入阵 B_p 不太了解的情况下设计输出阵 F , 因为 IAMFC 仍存在满足波波夫渐近超稳定定理的演化系统.

三、应 用

作者为某飞行器倾斜系统分别设计了 AMFC 系统和 IAMFC 系统, 它们的控制对象数学模型为

$$\dot{\mathbf{x}}_s(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a(t) \end{bmatrix} \mathbf{x}_s(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ b(t) \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

其中不确定时变参数 $a(t)$, $b(t)$, $d_1(t)$, $d_2(t)$ 的标称值分别为 -0.06 , 1.082 , 0 , 0 . 它们的参考模型为

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.082 & -1.472 \end{bmatrix} \mathbf{x}_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.082 \end{bmatrix} \mathbf{u}_m(t). \quad (23)$$

其中 $\mathbf{x}_m(0) = 0$; $\mathbf{u}_m(t) = 0$, $\forall t \geq 0$.

AMFC 的自适应机构参数为:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \text{diag}[0.5 \ 0.005], \quad F = [2.47 \ 0.84], \quad K_p = [3.95 \ 0.16] \\ L &= 0, \quad \tilde{L} = 0.4, \quad \Delta K_p(0) = [0 \ 0], \quad p(t) = 1. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

IAMFC 的自适应机构参数为: 参数(24)和

$$N = 0, \quad \tilde{N} = 1.5, \quad \Delta \mathbf{k}_D(0) = 0, \quad d(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 0.26; \\ 1, & 0.26 \leq t. \end{cases}$$

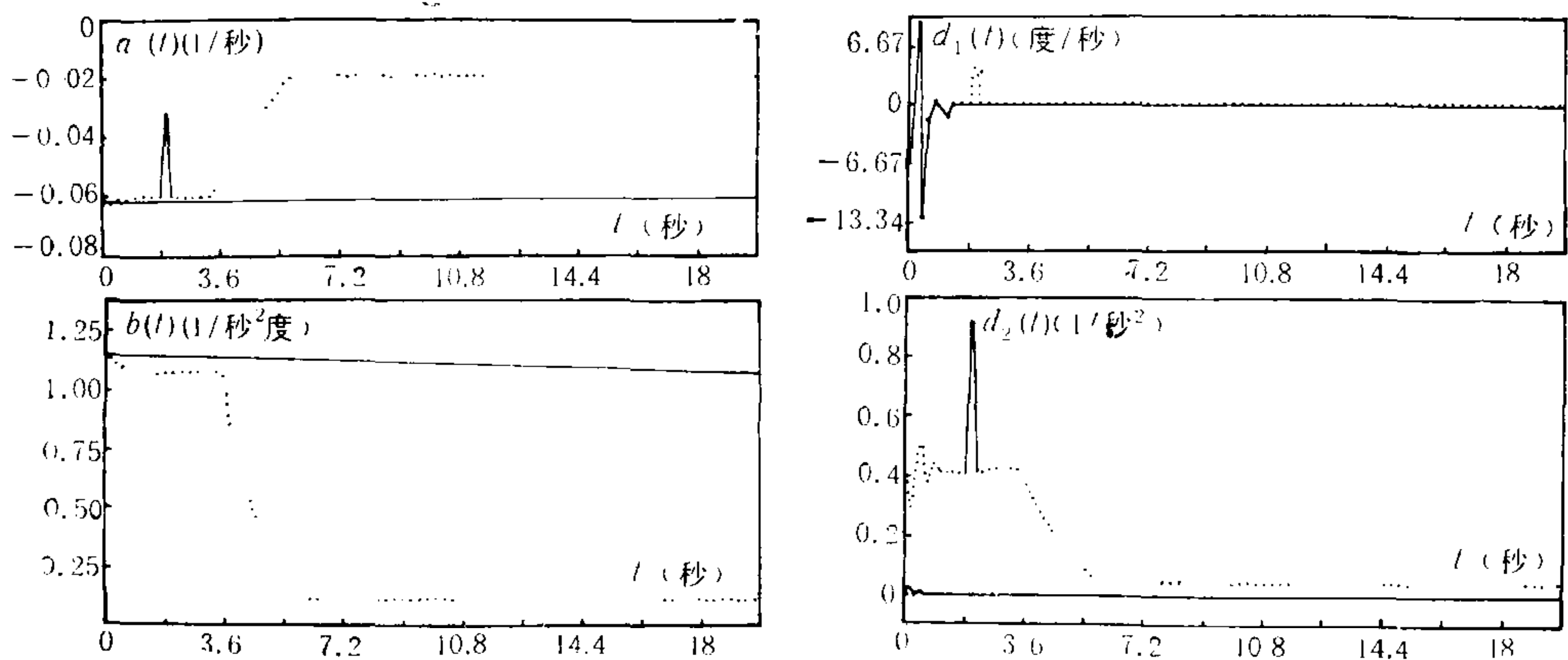


图2 受控系统(22)的参数曲线

可以验证,上述 AMFC 系统和 IAMFC 系统满足有关条件.

在微型机 MC 68000 上对 IAMFC 系统和 AMFC 系统在两种典型情况下的性能进行了仿真. 系统(22)在情况 (I), (II) 的参数分别由图 2 的实线和虚线表示,其仿真结果见图 3、图 4 和表 1. 图 3 中曲线 (1),(2),(3) 分别对应 AMFC 系统,带有 d_m 的 AMFC 系统和 IAMFC 系统, 见情况 (II) 的状态误差曲线. 由图 3 可见,仅 IAMFC 系统既有较强的自适应性又无稳态误差. 由表 1 可见,在没有状态干扰时, IAMFC 系统的性能与

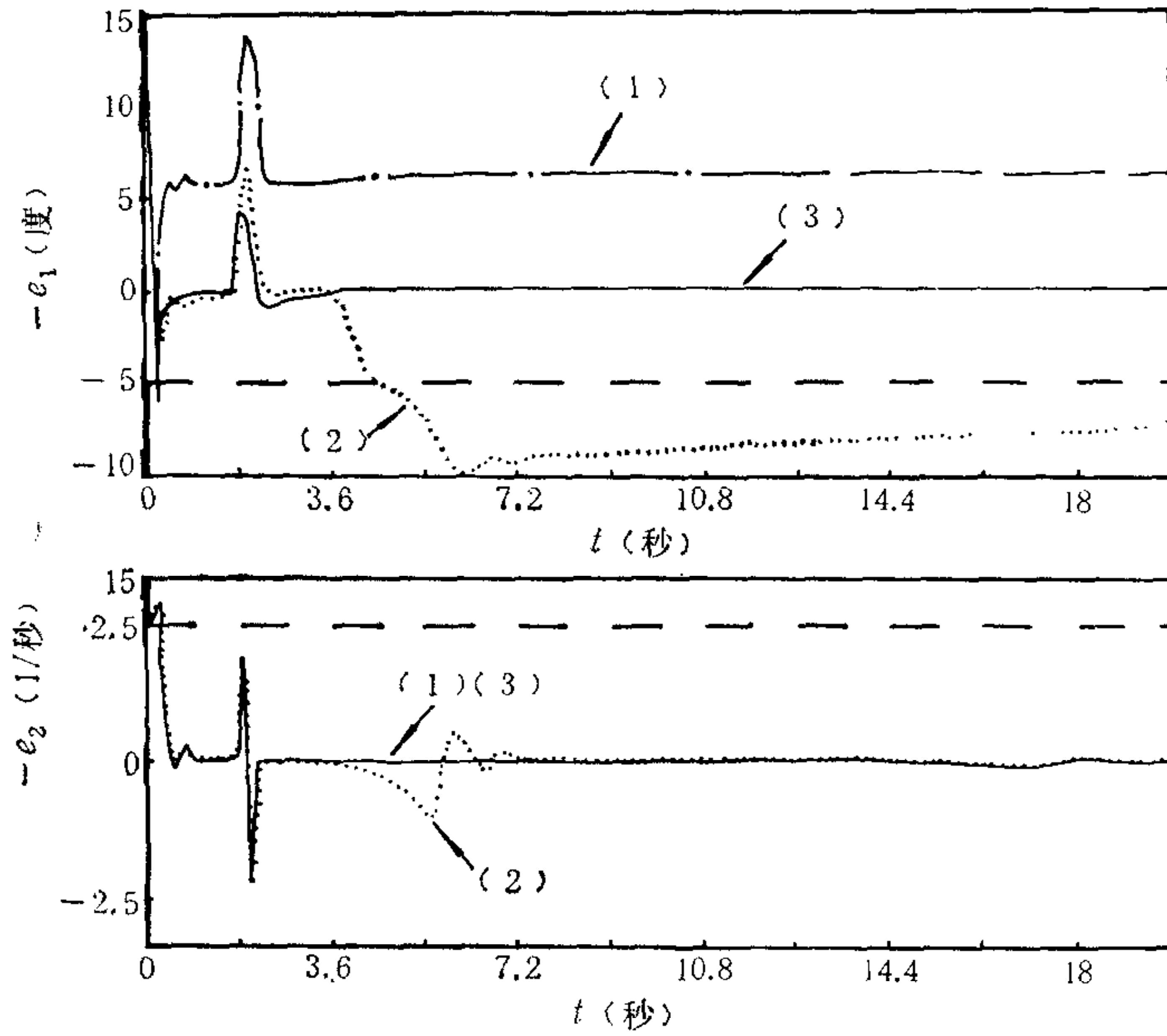


图 3 各种倾斜控制系统状态误差曲线

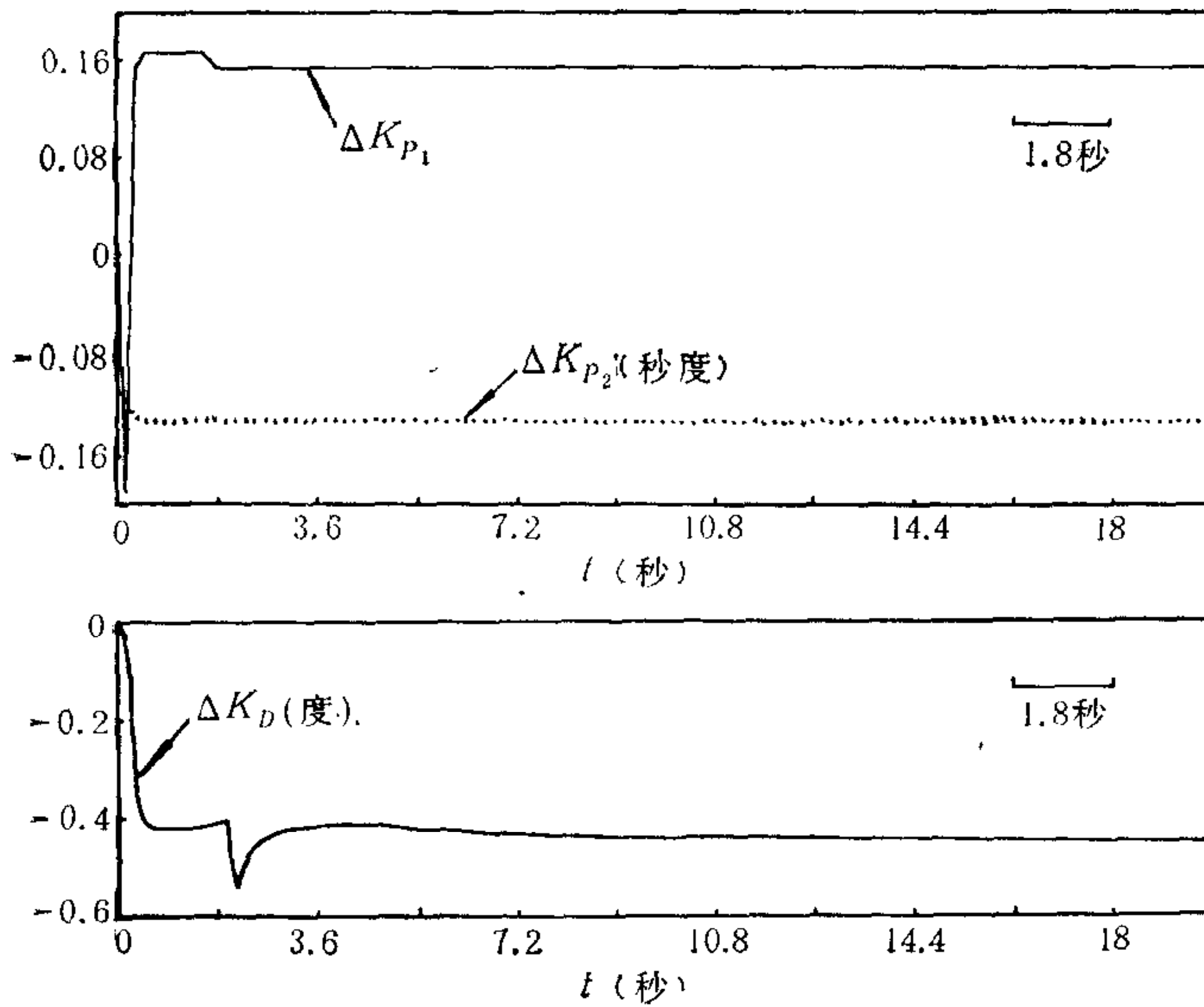


图 4 IAMFC 系统在情况 (II) 的自适应增益

AMFC 系统一样好. 由图 4 知, IAMFC 系统在情况 (II) 能很好工作的原因是 ΔK_D 的作用.

表 1 值 $\int_0^t e^{TW} e dt^*$

| | AMFC | AMFC + d_m^{**} | IAMFC |
|-------------|-----------|-------------------|-----------|
| 情 况 (I) | $t = 10s$ | $t = 10s$ | $t = 10s$ |
| | 10.19 | 7593.85 | 11.17 |
| 情 况 (II) | $t = 20s$ | $t = 20s$ | $t = 20s$ |
| | 2737.39 | 19356.93 | 1975.49 |

* $W = \text{diag} [57.3^2 \ 0.0]$.

**参考模型为式(5)的 AMFC, 其中 $d_m = (0 \ 0.41)^T$.

除了上述两种情况, 我们还对 IAMFC 系统在其它各种情况下的性能进行了仿真, 其结果表明, 系统性能较好, 满足要求. 为节省篇幅, 仿真结果从略.

四、结 论

本文利用波波夫超稳定性理论, 对原有的自适应模型跟踪控制作了改进. 对飞行器倾斜控制系统的仿真表明, IAMFC 系统不仅性能很好, 而且自适应机构简单. 进一步的工作是如何提高自适应速度及如何使自适应机构的参数在某种指标下最优.

参 考 文 献

- [1] Landau, Y., Adaptive Model Following Systems for Flight Control and Simulation, The paper on AIAA 10th Aerospace Sciences Meeting, No. 72—95, 1972.
- [2] Kalman, R. E., and Bertran, J. E., Control Systems Analysis and Design via the Second Method of Lyapunov, Parts I and II, *Trans ASME, J. Basic Eng.*, 82(1960), 371—400.
- [3] Anderson, D. O., Network Analysis and Synthesis—A Modern Systems Theory Approach, Prentice-Hall, INC., 1973.
- [4] Popov, V. M., Solution of A New Stability Problem for Controlled Systems, *Autom. Remote Control*, 24 (1963), No. 1, 1—23.

AN IMPROVEMENT ON THE ADAPTIVE MODEL FOLLOWING CONTROL

ZHANG YUN PAN JIQIN

(Beijing Institute of Technology)

ABSTRACT

In this paper, an improvement on the Adaptive Model Following Control (AMFC) has been developed. Compared with the AMFC, the improved AMFC (IAMFC) can be applied to a larger class of controlled object and has a larger class of adaptive control law. In addition, an IAMFC system has been designed for a flyer roll stabilization. The results of the system simulation indicate that the system satisfies the requirements and the IAMFC can overcome the difficulties which the AMFC cannot overcome.