

二次型最优系统与状态观测器的 设计及应用

吴源达

(武汉钢铁学院)

摘 要

本文介绍用逆推法设计二次型最优系统,用经典法设计负载观测器。该系统用于龙门刨主拖动系统后,性能显著改善,平稳的低速特性表明,该系统还适用于磨床。

一、引 言

用经典控制理论设计的系统很难同时满足控制和扰动响应的高性能指标。例如用于龙门刨的 SCR 主拖动系统,它的启、制动特性和动态速降便不易兼顾。至于稳态低速性能也较差。通常,用调压方法获得的调速范围约为 30 左右,速度再低,便出现“爬行”现象。

本文介绍如何把线性二次型状态反馈 (LQSF) 用于龙门刨主拖动系统,这种系统的启、制动响应快,且无超调,而动态速降又很小。至于稳态低速性能,当采用状态观测器补偿负载干扰后,调速范围增大为 150,最低线速为 4m/min,可用于精磨加工。

在设计方法上,本文用逆推法设计 LQSF 系统,而状态观测器的设计也比现有的方法简便。

二、用逆推法设计 LQSF 系统

设有 (A, b) 能控的单输入系统

$$\dot{x} = Ax + bu. \quad (1)$$

首先确定预期极点 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 及反馈阵

$$K = b^T P = [K_i] (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

因为 $P = P^T$, 故由 (2) 得

$$K^T = Pb \quad (3)$$

把 (2)、(3) 代入 Riccati 方程:

$$PA + A^T P - Pbb^T P + Q$$

$$\dot{x} = (\mathbf{A} - \mathbf{bK})x, \quad (15)$$

其特征方程为

$$\det[\mathbf{S}\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{bK}] = \mathbf{S}G_1(\mathbf{S}) + K_b = 0, \quad (16)$$

式中,

$$G_1(\mathbf{S}) = \mathbf{S}^2 + \mathbf{S}(b_3K_3 - a_{22} - a_{33}) + K_a, \quad (17)$$

$$K_a = a_{22}a_{33} - a_{12}a_{21} - a_{22}b_3K_3 + a_{23}b_3K_2, \quad (18)$$

$$K_b = a_{12}a_{21}a_{33} - a_{12}a_{21}b_3K_3 + a_{12}a_{23}b_3K_1. \quad (19)$$

$G_1(\mathbf{S})$ 是电流环的特征方程, 它的两根由 K_2 和 K_3 决定. 首先根据实际系统选择 K_3 , 然后按内环的预期极点决定 K_2 .

因为电流的最大参考电压 $U_{gim} = 12V$, 故规定最大电压反馈电压 $U_{um} = 2.5V$, 考虑到电动机最大电压 $U_{dm} = 400V$, 由此得

$$K_3 = U_{um}/U_{dm} = 0.00625. \quad (20)$$

今取电流环的预期极点为重根 $-\lambda_{11}(\xi = 1)$, 由 (17) 和 (18) 可得:

$$\lambda_{11} = (b_3K_3 - a_{22} - a_{33})/2, \quad (21)$$

$$K_2 = (\lambda_{11}^2 - a_{22}a_{33} + a_{12}a_{21} + a_{22}b_3K_3)/a_{23}b_3. \quad (22)$$

把 $G_1(\mathbf{S}) = (\mathbf{S} + \lambda_{11})^2$ 代入 (16), 当取系统的预期主导极点为重实根 $-\lambda_1 = -\lambda_2 = -\lambda_{11}/3$, 则第三个极点 $-\lambda_3 = -4\lambda_{11}/3$, 且

$$K_b = 4\lambda_{11}^3/27. \quad (23)$$

把 (23) 代入 (19), 解得

$$K_1 = \left(\frac{4\lambda_{11}^3}{27} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{12}a_{21}b_3K_3 \right) / a_{12}a_{23}b_3. \quad (24)$$

当取系统的预期主导极点为等边复根 $-\lambda_{1,2} = -\sigma \pm j\sigma(\xi = 1/\sqrt{2})$, 则第三个极点 $-\lambda_3 = -\lambda_{11}\sqrt{2}$, 而 $\sigma = \lambda_{11}(1 - 1/\sqrt{2})$. 此时,

$$K_b = 2\lambda_3\sigma^2 = \lambda_{11}^3(3\sqrt{2} - 4). \quad (25)$$

把上式代入 (19), 解得

$$K_1 = [\lambda_{11}^3(3\sqrt{2} - 4) - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{12}a_{21}b_3K_3] / a_{12}a_{23}b_3. \quad (26)$$

把已知数据代入 (22)、(24) 或 (26), 可得反馈阵:

$$\mathbf{K} = [0.693 \quad 0.0574 \quad 0.00625] \quad (\xi = 1) \quad (27)$$

或

$$\mathbf{K} = [1.139 \quad 0.0574 \quad 0.00625] \quad (\xi = 1/\sqrt{2}). \quad (28)$$

选择 \mathbf{K} 后, 以下校验 \mathbf{Q} 的非负定性和 \mathbf{P} 的正定性. 把 (5)、(11) 和 (14) 代入 (4), 且考虑到 $n = 3$ 及式 (4) 中对称阵 \mathbf{P} 的元素 $P_{ij} = P_{ji}$, 即由 (2) 得:

$$[P_{13} \quad P_{23} \quad P_{33}] = \frac{1}{b_3} [K_1 \quad K_2 \quad K_3]. \quad (29)$$

故可把 (4) 整理为线性方程

$$\mathbf{DZ} = \mathbf{E} \quad (30)$$

式中,

$$\mathbf{Z} = [P_{11} \quad P_{12} \quad P_{22} \quad q_{11} \quad q_{22} \quad q_{33}]^T, \quad (31)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 2a_{21} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2a_{12} & 2a_{22} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{12} & a_{22} & a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$E = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5 \ e_6]^T, \quad (33)$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= K_1^2, \\ e_2 &= K_2^2, \\ e_3 &= K_3^2 - 2(a_{23}K_2 + a_{33}K_3)/b_3, \\ e_4 &= K_1K_2, \\ e_5 &= K_1K_3 - (a_{33}K_1 + a_{21}K_2)/b_3, \\ e_6 &= K_2K_3 - (a_{12}K_1 + a_{22}K_2 + a_{33}K_2)/b_3 \end{aligned} \right\}. \quad (34)$$

把 (11)、(13) 和 (27) 或 (28) 代入 (30), 且计及 (29), 得 $\xi = 1$ 的解为

$$Q = \begin{bmatrix} 11442 & 0 & 0 \\ 0 & 37.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.373 \end{bmatrix} \frac{1}{b_3} > 0, \quad (35)$$

$$P = \begin{bmatrix} 314.7 & 8.14 & 0.693 \\ 8.14 & 0.63 & 0.0574 \\ 0.693 & 0.0574 & 0.00625 \end{bmatrix} \frac{1}{b_3} > 0, \quad (36)$$

或 $\xi = 1/\sqrt{2}$ 的解为

$$Q = \begin{bmatrix} 30658 & 0 & 0 \\ 0 & 2.57 & 0 \\ 0 & 0 & 0.373 \end{bmatrix} \frac{1}{b_3} > 0, \quad (37)$$

$$P = \begin{bmatrix} 515.2 & 13.37 & 1.139 \\ 13.37 & 0.583 & 0.0574 \\ 1.139 & 0.0574 & 0.00625 \end{bmatrix} \frac{1}{b_3} > 0. \quad (38)$$

可见, 采用反馈阵 (27) 或 (28), 都能构成二次型最优系统. 考虑到速度参考电压 $U_{gn} = 10V$, 故令

$$K_1 = K_n K_{ST}. \quad (39)$$

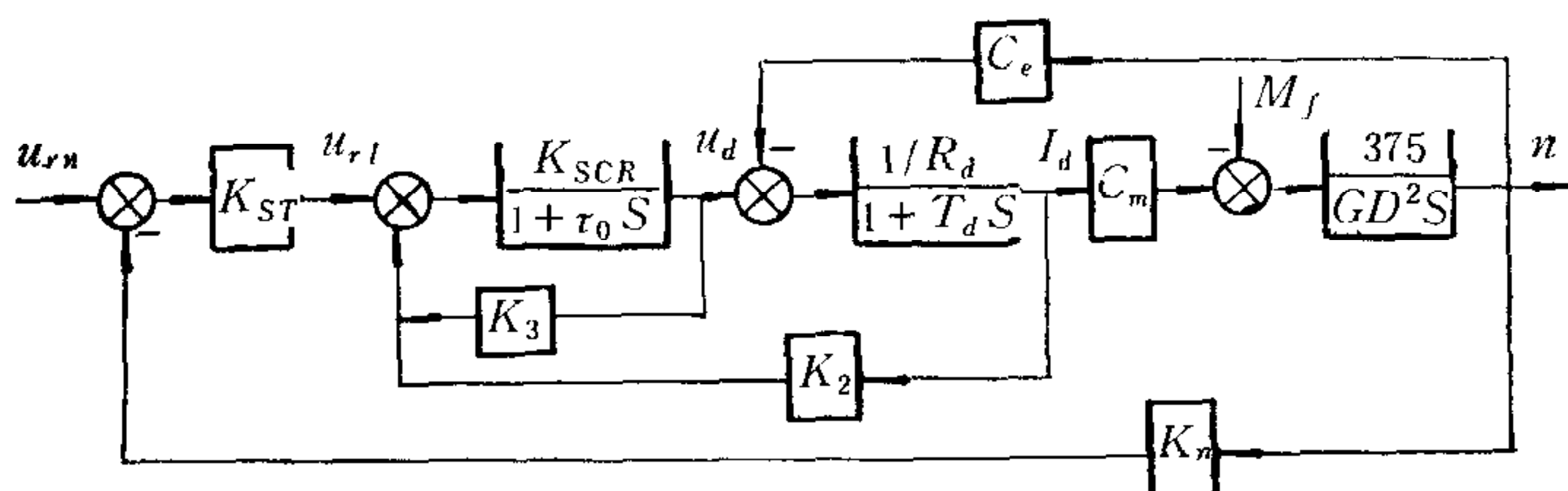


图 2 实际系统结构图

式中,速度反馈系数 $K_n = 0.01$, 故速度调节器的放大系数 $K_{ST} = 69$. 实际系统的结构图如图 2 所示.

三、状态观测器设计

由图 1 可得负载观测器方程

$$\hat{M}_f = C_m I_d - \frac{GD^2}{375} Sn. \tag{40}$$

为减少微分环节引入的干扰,今设计准微分线路,于是观测器方程为

$$\begin{aligned} \hat{M}_f &= \left(C_m I_d - \frac{GD^2}{375} Sn \right) / \left(1 + \frac{S}{\lambda} \right) \\ &= \left[\left(C_m I_d + \lambda \frac{GD^2}{375} n \right) / \left(1 + \frac{S}{\lambda} \right) \right] - \lambda GD^2 n / 375. \end{aligned} \tag{41}$$

应令 $1/\lambda \ll T_M$, 则 (41) 近似 (40) 式.

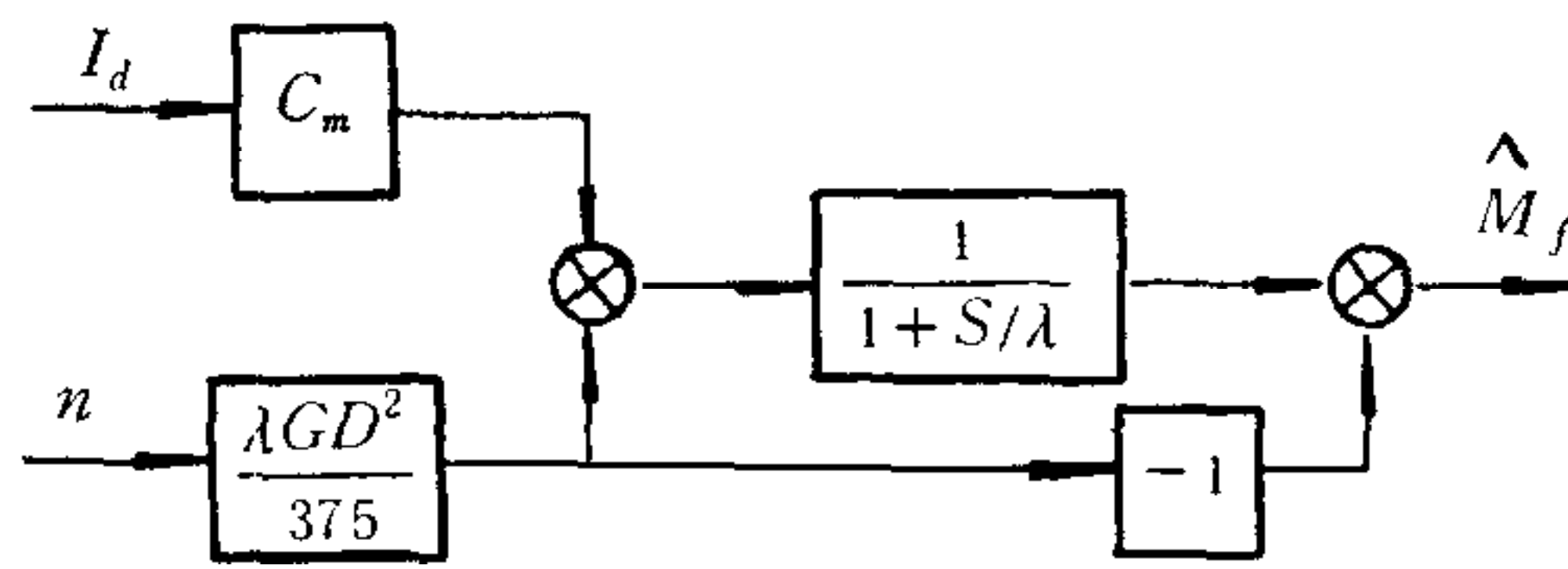


图 3 负载观测器结构图

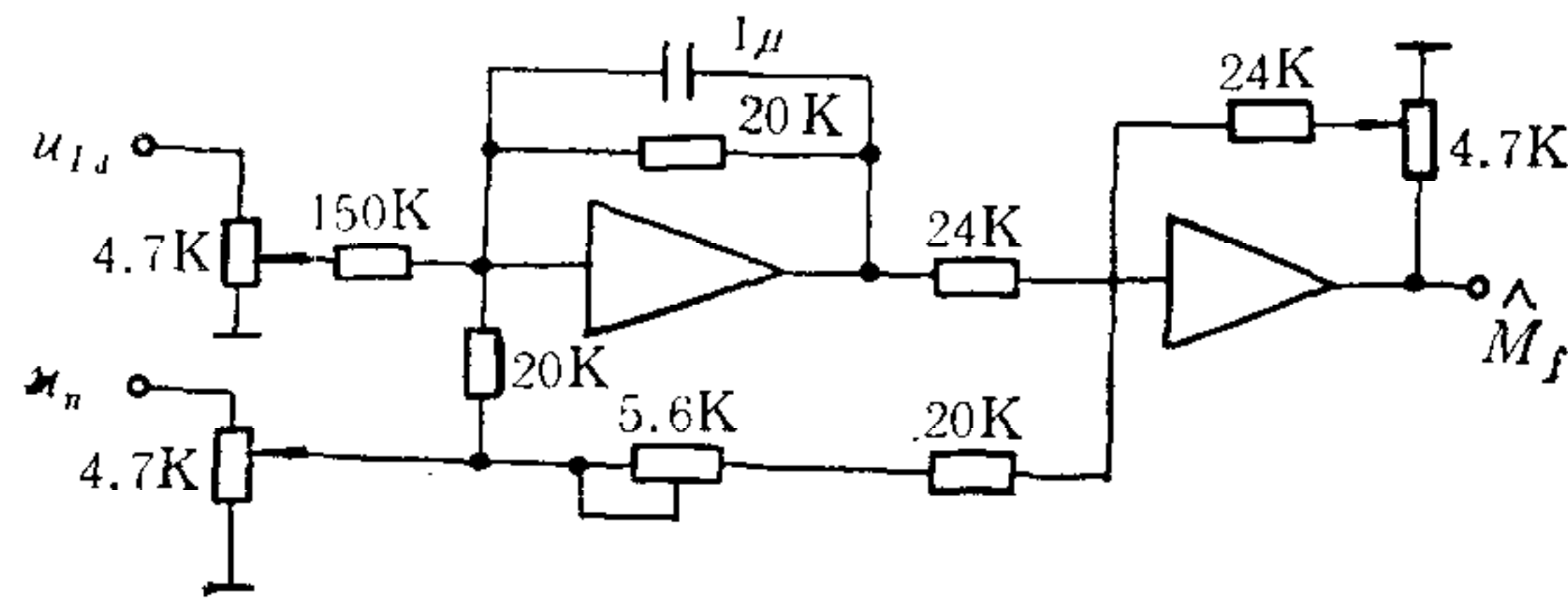


图 4 负载观测器线路图

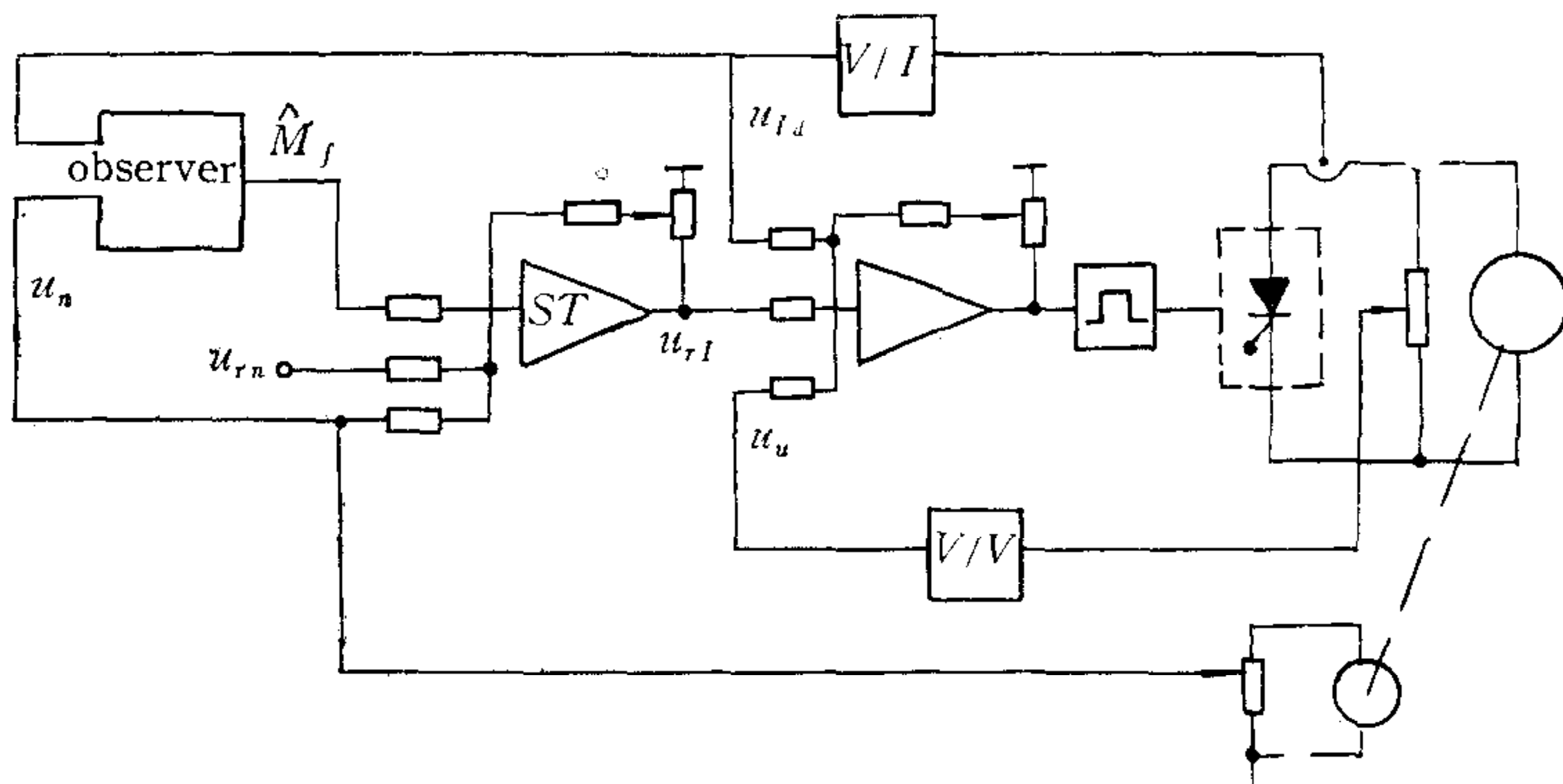


图 5 采用观测器后的系统原理图

由式(41)分别可得观测器的结构图和线路图如图3和图4所示。图5是采用观测器后的系统原理图。把观测器接入系统时,应注意正确联接 I_d 和 n 的极性。图6是采用本系统后,龙门刨台的启、制动特性。图7是额定负载时的动态速降,折合到额定转速时,动态速降为4%。

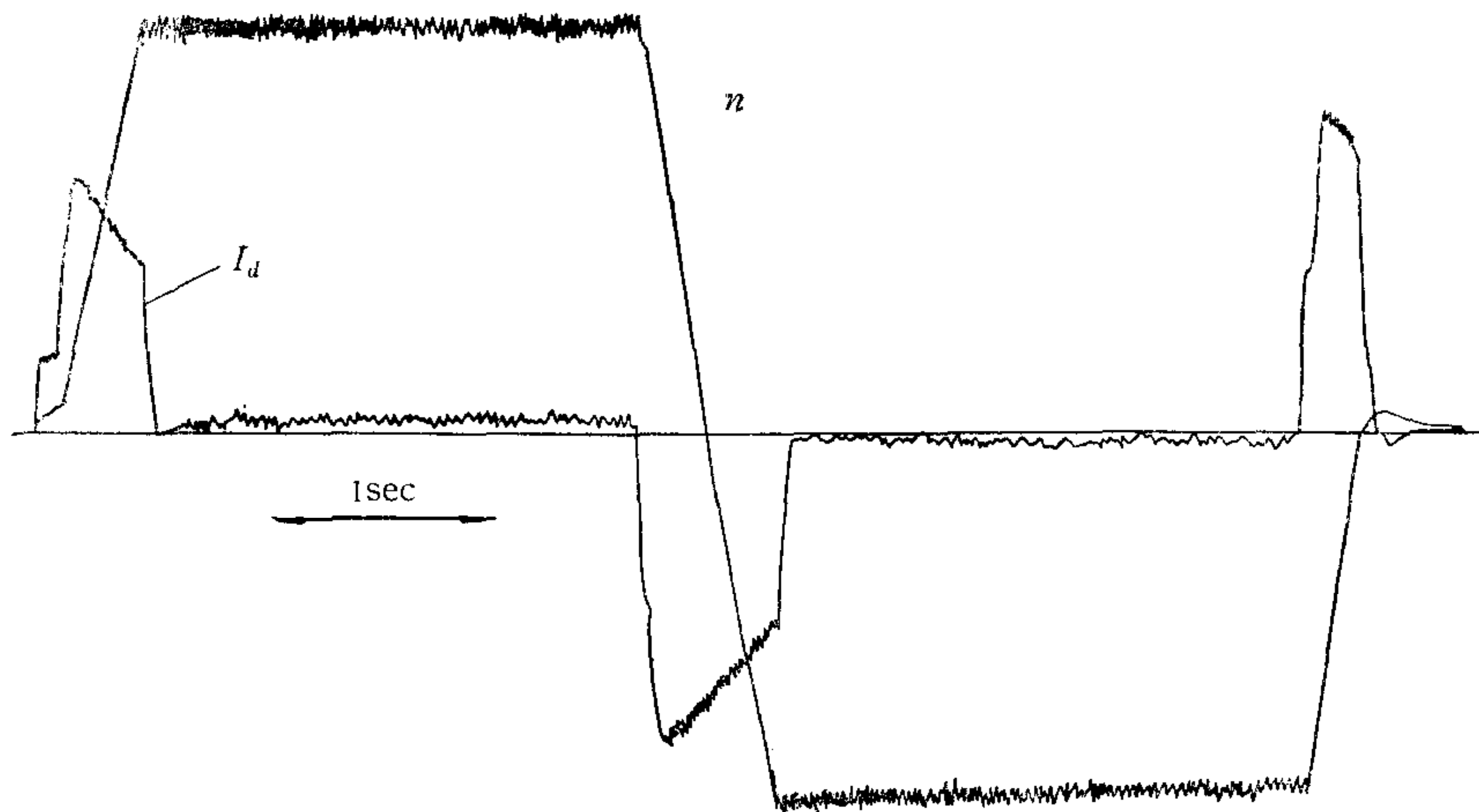


图6 启、制动特性

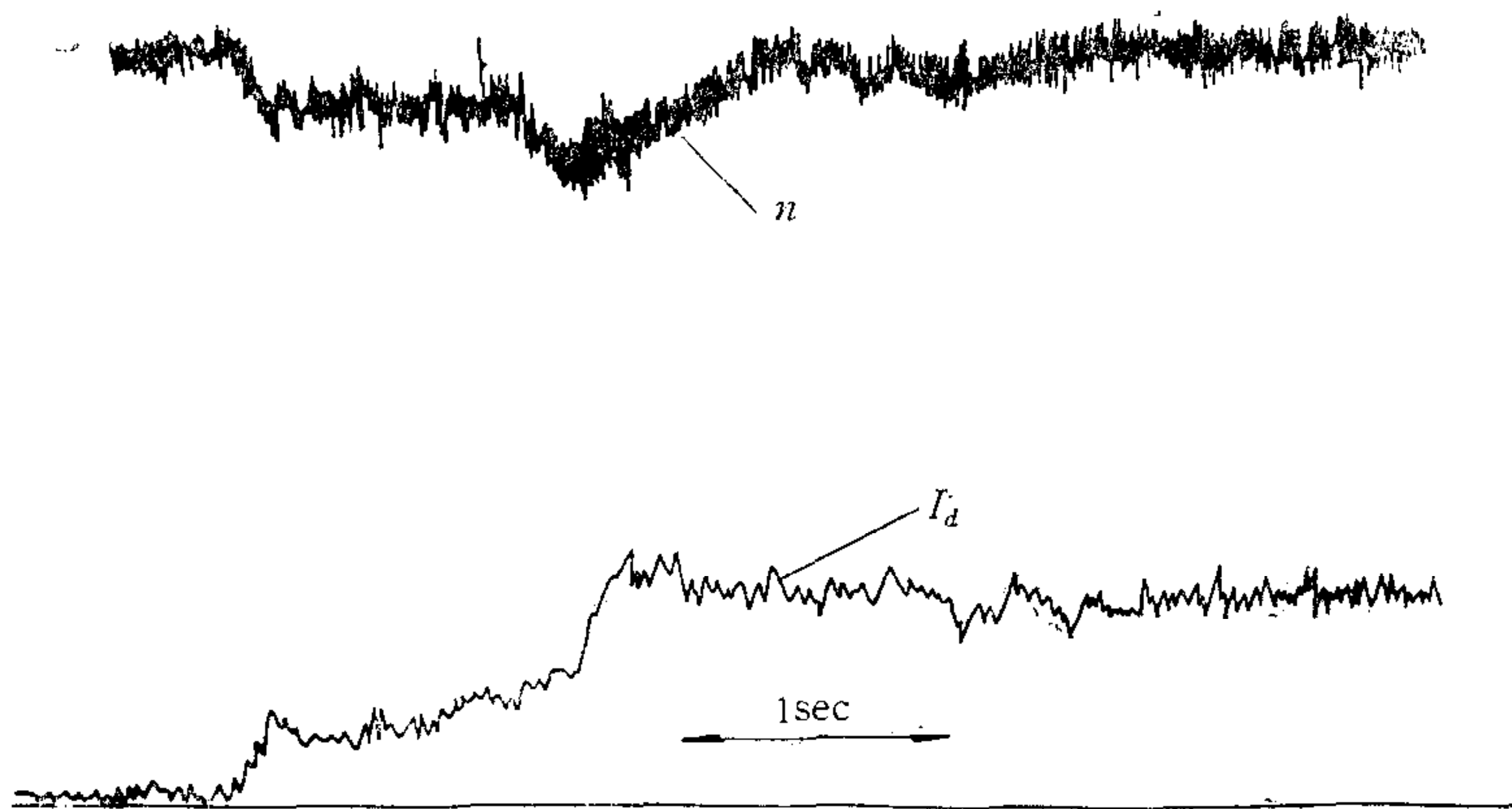


图7 动态速降

四、结 论

- (1) 用逆推法设计二次型最优单输入系统比传统的方法简单。
- (2) 和现代控制理论中提出的方法比较,本文介绍的 M_f 观测器的设计方法,不仅计算简单,且物理概念清晰。
- (3) 对于目前广泛应用的SCR拖动系统,若以二次型性能指标综合,且引入负载观测器后,则动态和静态性能指标都可显著提高。对于现有的SCR拖动系统,一般只要稍加改造,即可达到这一目的。

参 考 文 献

- [1] Fortman, T. E., *An Introduction to Linear Control Systems*, New York, 1977.
- [2] Solheim, O. A., *Design of Optimal Control Systems with Prescribed Eigenvalues*, *International Journal of Control*, Vol. 15, No. 1, 1972.
- [3] 吴源达, 程平, 按二次型最优控制单输入系统的两种逆推法, *电气传动*, 1984 年第二期.

THE DESIGN AND APPLICATION OF AN OPTIMAL QUADRATIC SYSTEM AND STATE OBSERVER

WU YUANDA

(*Wuhan Iron and Steel Institute*)

ABSTRACT

The design of an optimal quadratic system by using recursive algorithm is presented. The load observer was designed with the conventional method. The system has been used on a double housing planer and performances of the planer have been greatly improved. Good results show that this system can also be used on grinding machines.