

状态反馈去耦原理在磁悬浮轴承设计中的应用

杨泉林

(长沙国防科技大学)

摘要

本文主要研究磁悬浮轴承的控制问题。在简化数学模型的基础上，应用现代控制理论中的状态反馈去耦原理，进行了控制系统控制器的设计，并对实验模型进行了实验研究。实验结果表明，文章中所研究的某些问题可以应用到实际工程中去。

一、概述

由于磁悬浮轴承的转子和定子间无机械接触，使它具有无磨损、不要润滑和密封、工作寿命长等特点，轴承的刚度和阻尼特性还可以通过调整系统参数得到改善，因此，磁悬浮轴承的研究在国外得到了广泛重视，在惯导陀螺仪表、卫星姿态控制飞轮、高速机床等方面得到了广泛的应用^[1]。

图1为内定子、外转子的立式磁悬浮轴承模型。当转子偏离平衡位置时，传感器敏感偏差信号并输入控制系统控制电磁铁绕组中的电流，依靠电磁力的变化对转子的运动状态实现控制。转子无约束地悬浮后，驱动电机使转子高速旋转。

二、数学模型

在轴承转子质心处建立惯性坐标 $OXYZ$ ，转子的运动可以视为沿 X, Y, Z 轴方向的移动和绕 X, Y, Z 轴的转动。本文主要研究轴承径向控制系统。

1. 径向电磁力

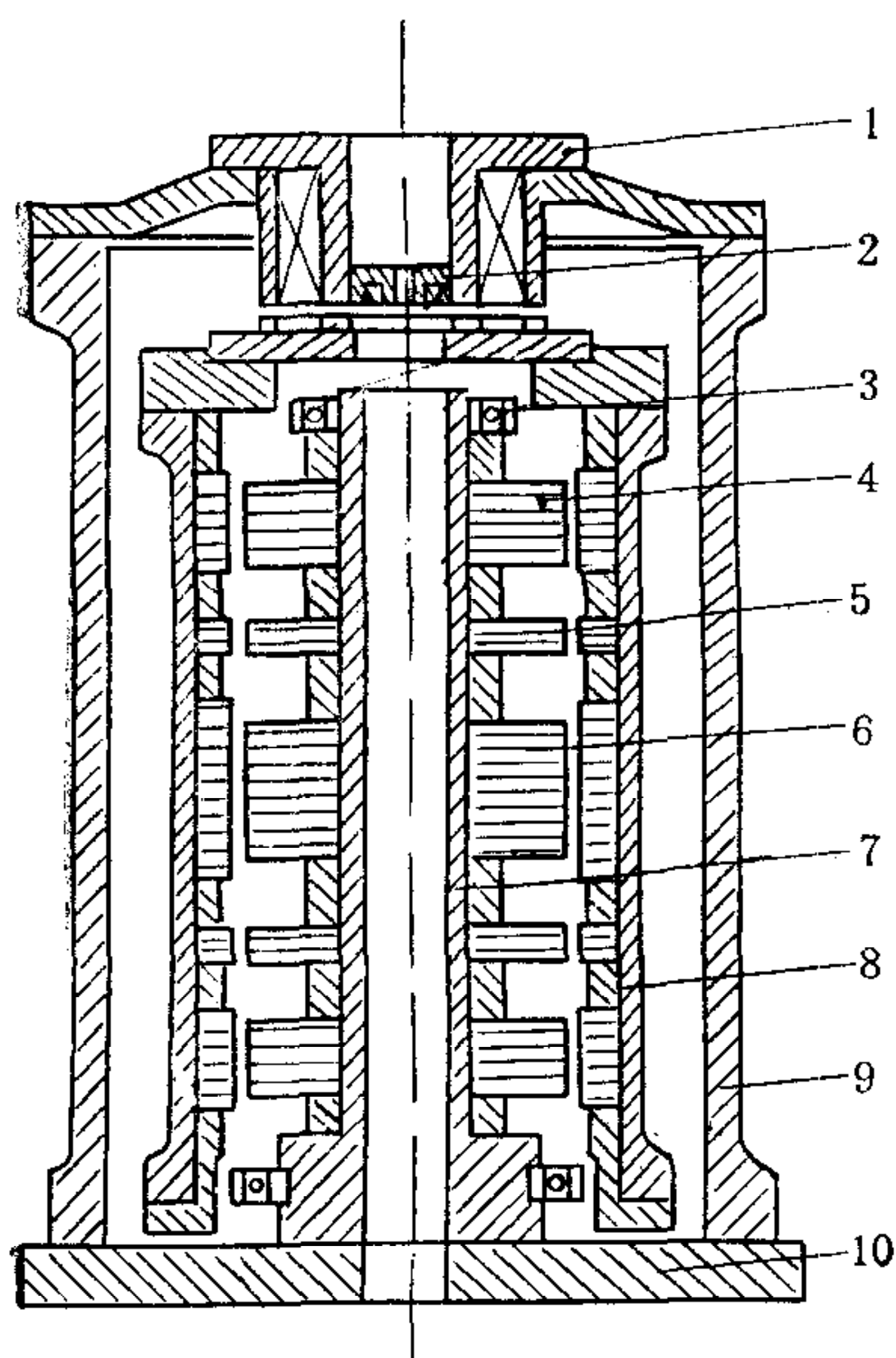


图1 磁悬浮轴承模型

1 为轴向电磁铁；2 为轴向传感器；3 为辅助轴承；4 为径向电磁铁；5 为径向传感器；6 为电机定子；7 为轴承定子；8 为转子；9 为外壳；10 为基座。

径向轴承采用八极结构,如图 2 所示。根据电磁学理论和控制系统的要求,当转子偏离平衡位置时,可以得到下面的线性化方程^[2]。

$$F_{x_1} = -P_I i_{x_1} + P_x \cdot x_1. \quad (1)$$

式中

$$P_I = \frac{\mu_0 S N^2}{\delta_0^2} i_0 \cos \varphi,$$

$$P_x = \frac{\mu_0 S N^2}{\delta_0^3} i_0^2.$$

δ_0 为轴承标准间隙; μ_0 为空气导磁系数; S 为电磁铁气隙有效面积; N 为电磁铁绕组匝数; i_0 为电磁铁绕组中的预载电流。

$$F_{x_2} = -P_I i_{x_2} + P_x \cdot x_2, \quad (2)$$

$$F_{y_1} = -P_I i_{y_1} + P_x \cdot y_1, \quad (3)$$

$$F_{y_2} = -P_I i_{y_2} + P_x \cdot y_2. \quad (4)$$

2. 转子的运动方程

转子质心运动方程为

$$m\ddot{x} = -P_I(i_{x_1} + i_{x_2}) + P_x(x_1 + x_2) + f_x, \quad (5)$$

$$m\ddot{y} = -P_I(i_{y_1} + i_{y_2}) + P_x(y_1 + y_2) + f_y. \quad (6)$$

转子绕 X, Y 轴的转动方程为

$$J_x \ddot{\alpha} + H \dot{\beta} = F_{y_1} l_1 - F_{y_2} l_2 \quad (7)$$

$$J_y \ddot{\beta} - H \dot{\alpha} = F_{x_1} l_1 - F_{x_2} l_2. \quad (8)$$

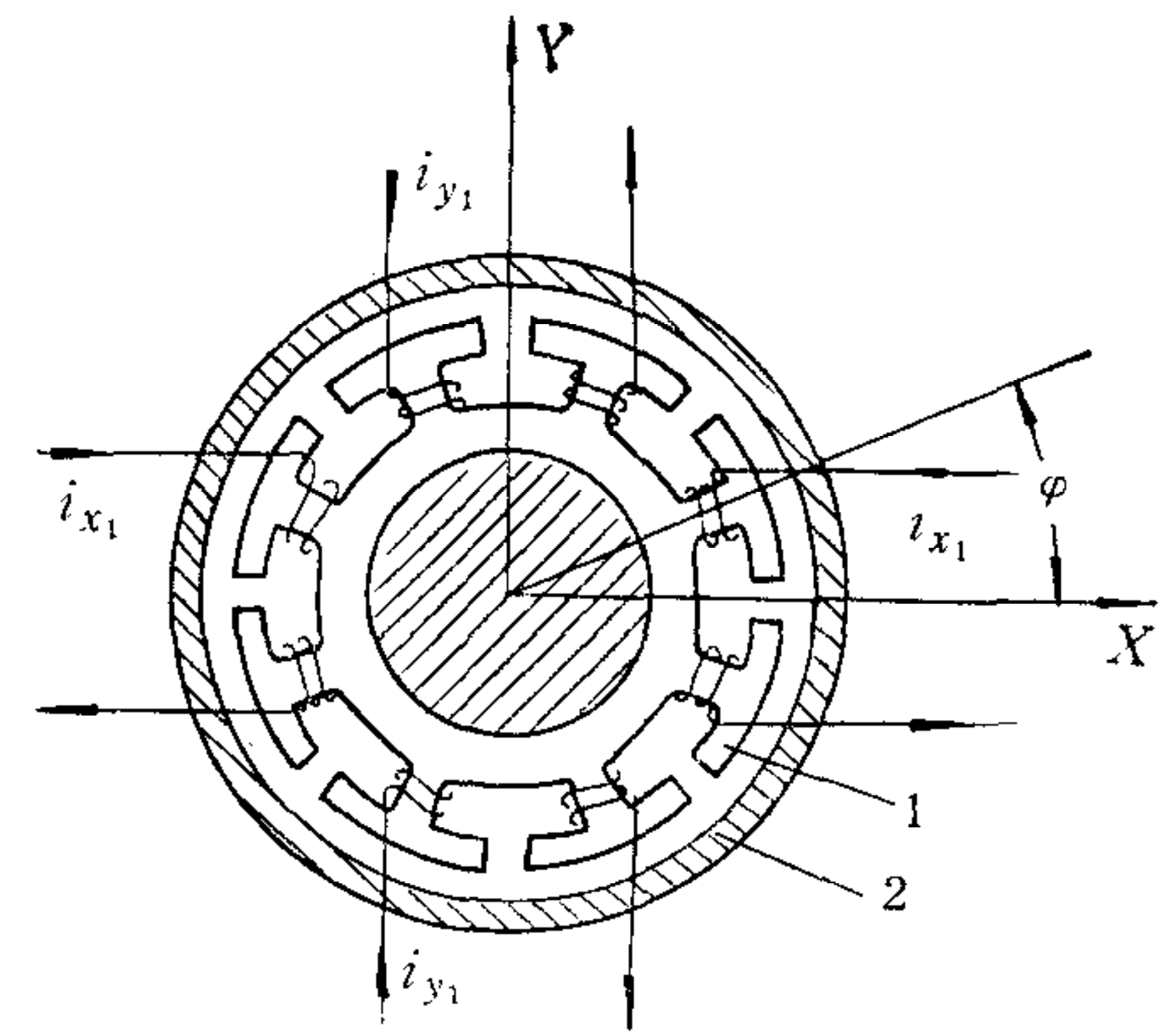


图 2 径向轴承示意图

1) 为轴承定子; 2) 为轴承转子; φ 为磁极中心线与 X, Y 轴夹角; i_{x_1}, i_{y_1} 为电磁铁绕组中的电流。

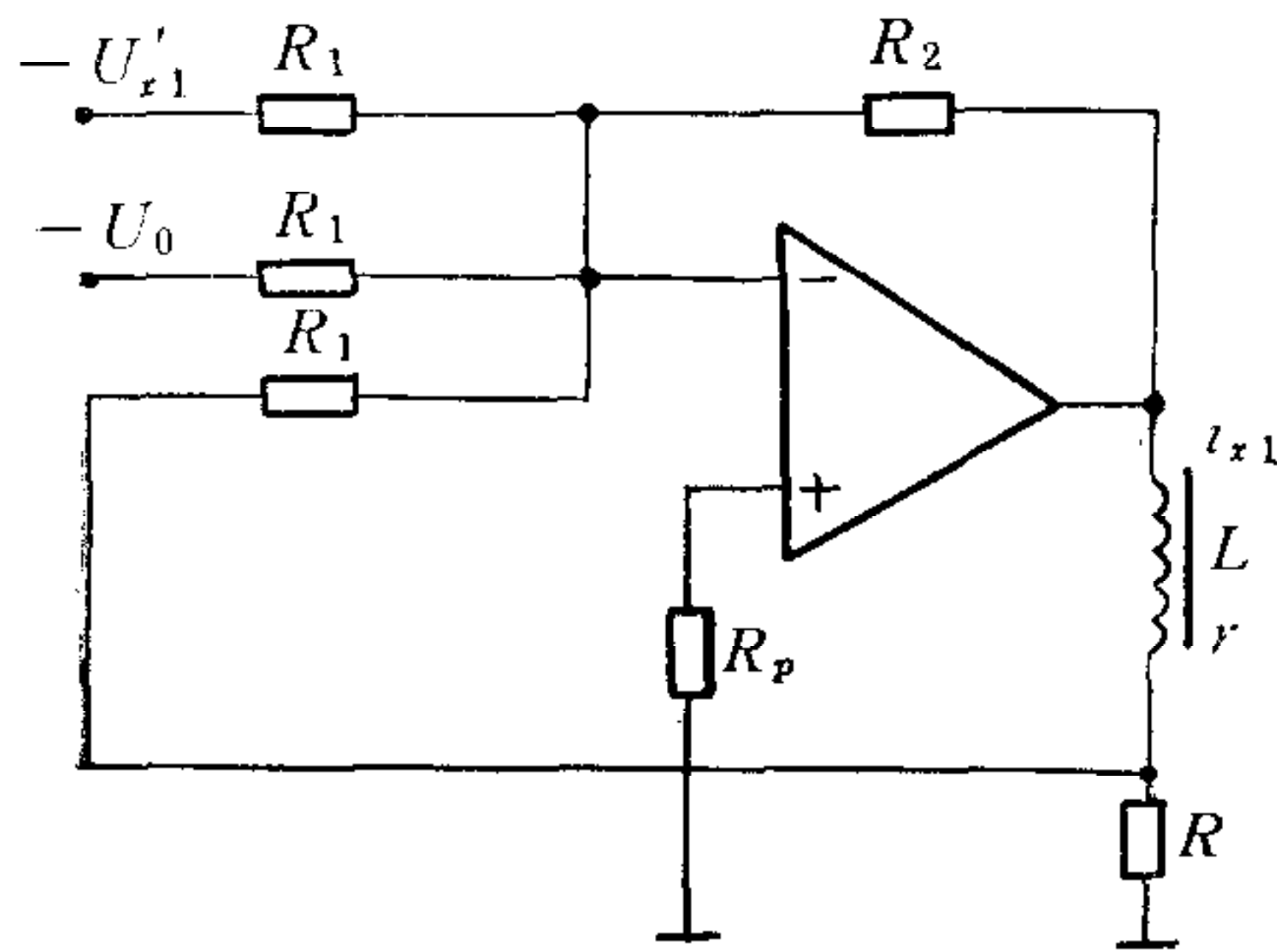


图 3 电流驱动器

U'_{x_1} 为控制电压; U_0 为预载电压; R 为采样电阻; i_{x_1} 为控制电流。

在电流驱动器中引入电流反馈,如图 3 所示。根据图 3,可以得到动态方程为

$$L_0 \frac{di_{x_1}}{dt} + R_i i_{x_1} = L_h \dot{x}_1 + K_i U'_{x_1}. \quad (14)$$

式中

$$R_i = (K_i + 1)R + r, \quad R_i \text{ 为电路等效电阻;}$$

$$L_0 = \frac{\mu_0 S N^2}{2 \delta_0}, \quad L_0 \text{ 为绕组电感;}$$

根据轴承结构存在下述关系:

$$x = \frac{l_1 x_2 + l_2 x_1}{l}, \quad \beta = \frac{x_1 - x_2}{l}, \quad (9), (10)$$

$$y = \frac{l_1 y_2 + l_2 y_1}{l}, \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{y_1 - y_2}{l}. \quad (12)$$

3. 电磁铁中控制电流与控制电压的关系

$$c_{x_1} = R i_{x_1} + \frac{d}{dt} [L(x_1) i_{x_1}]$$

$$= R i_{x_1} + L_0 \frac{di_{x_1}}{dt} + L_h \dot{x}_1 \quad (13)$$

$$L_h = \frac{\mu_0 S N^2}{2\delta_0^2} i_0 \cos \varphi,$$

$K_i = R_2/R_1$, K_i 为放大系数.

对(14)式进行拉氏变换得到

$$I_{x_1}(S) = \frac{L_h S}{L_0 S + R_i} X_1(S) + \frac{K_i}{L_0 S + R_i} U'_{x_1}(S). \quad (15)$$

为了进一步减小电流驱动器回路的时间常数,采取在电路中引入附加零点的办法,使得

$$U'_{x_1} = \frac{L_0 S + R_i}{R_i} \quad (16)$$

这样,在控制系统中频区下列关系成立:

$$\frac{L_h S}{L_0 S + R_i} = \frac{L_h}{L_0}. \quad (17)$$

用(16),(17)式代入(15)式可以得到

$$I_{x_1}(S) = \frac{L_h}{L_0} X_1(S) + \frac{K_i}{R_i} U_{x_1}(S) \quad (18)$$

同理有

$$I_{x_2}(S) = \frac{L_h}{L_0} X_2(S) + \frac{K_i}{R_i} U_{x_2}(S), \quad (19)$$

$$I_{y_1}(S) = \frac{L_h}{L_0} Y_1(S) + \frac{K_i}{R_i} U_{y_1}(S), \quad (20)$$

$$I_{y_2}(S) = \frac{L_h}{L_0} Y_2(S) + \frac{K_i}{R_i} U_{y_2}(S). \quad (21)$$

表 1 轴承参数

电磁铁有效面积 S (米 ²)	4.8×10^{-4}
电磁铁绕组匝数 N (匝)	560
轴承间隙 δ_0 (米)	4×10^{-4}
电磁铁绕组电阻 r (欧姆)	5
电流驱动器采样电阻 R	1
电磁铁预载电流 I_0 (安培)	0.35
轴承转子重量 m (千克)	12
上轴承至质心距离 l_1 (米)	5.54×10^{-2}
下轴承至质心距离 l_2 (米)	9.46×10^{-2}
轴承转子转速 ω (1/秒)	1047.1
电磁铁绕组电感 L_0 (亨利)	0.2364*
驱动器放大系数 K_i	50
轴承转子转动惯量 J_z (千克米 ²)	0.0394*
转子转动惯量 J_x, J_y (千克米 ²)	0.0953*
轴承转子动量矩 H (千克米 ² /秒)	41.26*
电流-力系数 P_I (牛顿/安培)	382.3*
间隙-力系数 P_x (牛顿/米)	$3.621 \times 10^{5*}$
间隙-电感系数 L_h (亨利·安培/米)	191.1*

表 1 中(*)为计算值.

4. 系统的状态方程

根据(5)–(12), (18)–(22)式, 并且代入表 1 所列的轴承参数, 选取状态变量 $(X_1, \dot{X}_1, X_2, \dot{X}_2, Y_1, \dot{Y}_1, Y_2, \dot{Y}_2)^T$ 得到轴承控制系统的状态方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU + DF_f, \\ Z &= CX. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6133 & 0 & 1505 & 0 & 0 & 160 & 0 & -160 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1505 & 0 & 9403 & 0 & 0 & -273 & 0 & 273 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -160 & 0 & 160 & 6133 & 0 & 1505 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 273 & 0 & -273 & 1505 & 0 & 9403 & 0 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & -39.44 & 0 & -9.67 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9.67 & 0 & -60.51 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -39.44 & 0 & -9.67 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.67 & 0 & -60.51 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$Z = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} U_{x_1} \\ U_{x_2} \\ U_{y_1} \\ U_{y_2} \end{pmatrix}.$$

三、控制器设计

计算机辅助设计表明, 上述线性化模型 (ABC) 所描述的轴承径向系统可控阵的秩为 8, 可控指数 $\sigma_i = 2 (i = 1, \dots, 4)$, 状态完全可控, 系统的闭环极点可以任意配置. 本文应用状态反馈去耦原理进行控制器设计^[3].

借助控制规律 $U = FX$ 时, 只要选择

$$B^* = \begin{bmatrix} C_1^T AB \\ C_2^T AB \\ C_3^T AB \\ C_4^T AB \end{bmatrix} \quad (26)$$

使得 $G = B^{*-1}$,

$$(-G^{-1}F) = \begin{bmatrix} C_1^T A^2 + \alpha_{11} C_1^T A + \alpha_{1\sigma_1} C_1^T \\ C_2^T A^2 + \alpha_{21} C_2^T A + \alpha_{2\sigma_2} C_2^T \\ C_3^T A^2 + \alpha_{31} C_3^T A + \alpha_{3\sigma_3} C_3^T \\ C_4^T A^2 + \alpha_{41} C_4^T A + \alpha_{4\sigma_4} C_4^T \end{bmatrix}. \quad (27)$$

则反馈系统 $(A + BF, C)$ 的闭环传递矩阵为

$$H(S) = \begin{bmatrix} \frac{1}{S^2 + \alpha_{11}S + \alpha_{1\sigma_1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{S^2 + \alpha_{21}S + \alpha_{2\sigma_2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{S^2 + \alpha_{31}S + \alpha_{3\sigma_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{S^2 + \alpha_{41}S + \alpha_{4\sigma_4}} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

1. 磁悬浮轴承性能指标要求

根据磁悬浮轴承要求定位精度高的特点,系统的静态刚度 K_f 必须足够大;同时由于轴承间隙小,系统的动态过程应力求单调;控制系统还要有足够的带宽,使系统受到干扰后的调整时间较短. 综合这些要求,我们设计系统的静态刚度 $K_f = 5.16 \times 10^6 \text{N/m}$, $t_s = 0.03$ 秒. 可以求得系统的闭环极点为 $S_1 = -100$, $S_2 = -4300$. 系统的闭环传递矩阵为

$$H(S) = \begin{bmatrix} \frac{1}{S^2 + 4400S + 430000} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{S^2 + 4400S + 430000} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{S^2 + 4400S + 430000} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{S^2 + 4400S + 430000} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

比较 (28), (29) 式得到

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \alpha_{21} = \alpha_{31} = \alpha_{41} = 4400, \\ \alpha_{1\sigma_1} &= \alpha_{2\sigma_2} = \alpha_{3\sigma_3} = \alpha_{4\sigma_4} = 430000. \end{aligned}$$

2. 反馈阵 F 的确定

由 (23) — (26) 式得到

$$B^* = \begin{bmatrix} -39.44 & -9.67 & 0 & 0 \\ -9.67 & -60.51 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -39.44 & -9.67 \\ 0 & 0 & -9.67 & -60.5 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$G = \begin{bmatrix} -0.026389 & 0.00421718 & 0 & 0 \\ 0.00421718 & -0.01720017 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.026389 & 0.00421718 \\ 0 & 0 & 0.00421718 & -0.01720017 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$(-G^{-1}F) = \begin{bmatrix} 436133 & 4400 & 1505 & 0 & 0 & 160 & 0 & -160 \\ 1505 & 0 & 439403 & 4400 & 0 & -273 & 0 & 273 \\ 0 & -160 & 0 & 160 & 436133 & 4400 & 1505 & 0 \\ 0 & 273 & 0 & -273 & 1505 & 0 & 439403 & 4400 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$F = -G(-G^{-1}F)$$

$$= \begin{bmatrix} 11502.77 & 116.11 & -1813.33 & -18.56 \\ -1813.37 & -18.56 & 7551.46 & 75.68 \\ 0 & -5.374 & 0 & 5.374 \\ 0 & 5.37 & 0 & -5.37 \\ 0 & 5.374 & 0 & -5.374 \\ 0 & -5.37 & 0 & 5.37 \\ 11502.77 & 116.11 & -1813.3 & -18.56 \\ -1813.37 & -18.56 & 7551.46 & 75.68 \end{bmatrix} \quad (33)$$

由(33)式可以看出,转子高速旋转时的动态耦合效应较小,主要的耦合是由于轴承结构不对称造成的上下轴承之间的耦合,系统去耦设计的目的正是为了消除这种耦合效应。

四、实验研究

上面的分析设计表明,由控制规律 $U = FX$ 实现的状态反馈系统的状态方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= (A + BF)X + DF_f, \\ Z &= CX. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

式中

$$A + BF = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -430001 & -4399.9 & 0.12 & 0.181 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.23 & -0.28 & -430001 & -4399.92 & 0 & -0.03 & 0 & 0.03 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -430001 & -4399.9 & 0.12 & 0.181 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.03 & 0 & -0.03 & 0.23 & -0.28 & -430001 & -4399.92 \end{bmatrix} \quad (35)$$

从(35)式可以看出,如果忽略计算误差,上述系统可以用下面四个相同的子系统进行实验研究。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -430001 & -4399.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.083 \end{bmatrix} f_i. \quad (36)$$

$$z_i = (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \end{pmatrix}, \quad (i = 1, \dots, 4). \quad (37)$$

每个子系统的闭环传递函数为

$$H_i(S) = \frac{X_i(S)}{f_i(S)} = \frac{0.083}{S^2 + 4399.9S + 430001}. \quad (38)$$

每个子系统的控制方案采取幅值控制。它由检测位移信号的差动传感器电路、变换放大器(放大、解调、滤波)、控制器、电流驱动器和传感器激励电源等环节组成。根据静态去耦所要求的反馈阵 F , 得到控制规律为

$$\left. \begin{aligned} U_{x_1}(S) &= (11502.77 + 116.11S)X_1(S) - (1813.33 + 18.56S)X_2(S) \\ U_{x_2}(S) &= -(1813.37 + 18.56S)X_1(S) + (7551.46 + 75.68S)X_2(S) \\ U_{y_1}(S) &= (11502.77 + 116.11S)Y_1(S) - (1813.33 + 18.56S)Y_2(S) \\ U_{y_2}(S) &= -(1813.37 + 18.56S)Y_1(S) + (7551.46 + 75.68S)Y_2(S) \end{aligned} \right\}. \quad (39)$$

由(39)式可以看出, 实现上述线性控制的最简单方法就是将测量到的位移信号经变换放大器后, 采用 8 个比例微分网络和 4 个减法器组成控制器。

完成控制系统设计后, 在计算机上进行了数字仿真。表 2 和表 3 分别为耦合系统和去耦系统在上轴承 X 方向加载 10 公斤干扰后的部分仿真数据。仿真结果表明, 去耦设计收到了良好的效果。

表 2 耦合系统仿真数据

TIME(S)	X_1 (mm)	X_2 (mm)
0.0000E + 00	0.00000000E + 00	0.00000000E + 00
0.1000E - 01	0.59348126E - 05	-0.33204660E - 06
0.2000E - 01	0.77263594E - 05	-0.52746981E - 06
0.3000E - 01	0.88626830E - 05	-0.58618889E - 06
0.4000E - 01	0.95780570E - 05	-0.59865789E - 06
0.5000E - 01	0.99984018E - 05	-0.63718363E - 06

表中 X_1 为上轴承 X 向位移量; X_2 为下轴承 X 向位移量。

表 3 去耦系统仿真数据

TIME(S)	X_1 (mm)	X_2 (mm)
0.0000E + 00	0.00000000E + 00	0.00000000E + 00
0.1000E - 01	0.12163378E - 04	0.10939915E - 07
0.2000E - 01	0.16674296E - 04	0.43285691E - 08
0.3000E - 01	0.18335115E - 04	0.21941358E - 08
0.4000E - 01	0.18946550E - 04	0.15317297E - 08
0.5000E - 01	0.19171570E - 04	0.13318747E - 08

图 4 为轴承转子受到干扰力作用后的动态响应曲线。实际控制系统的动态响应曲线说明控制系统稳定在一个小幅度的极限环振荡状态。极限环频率从仿真结果看大约为

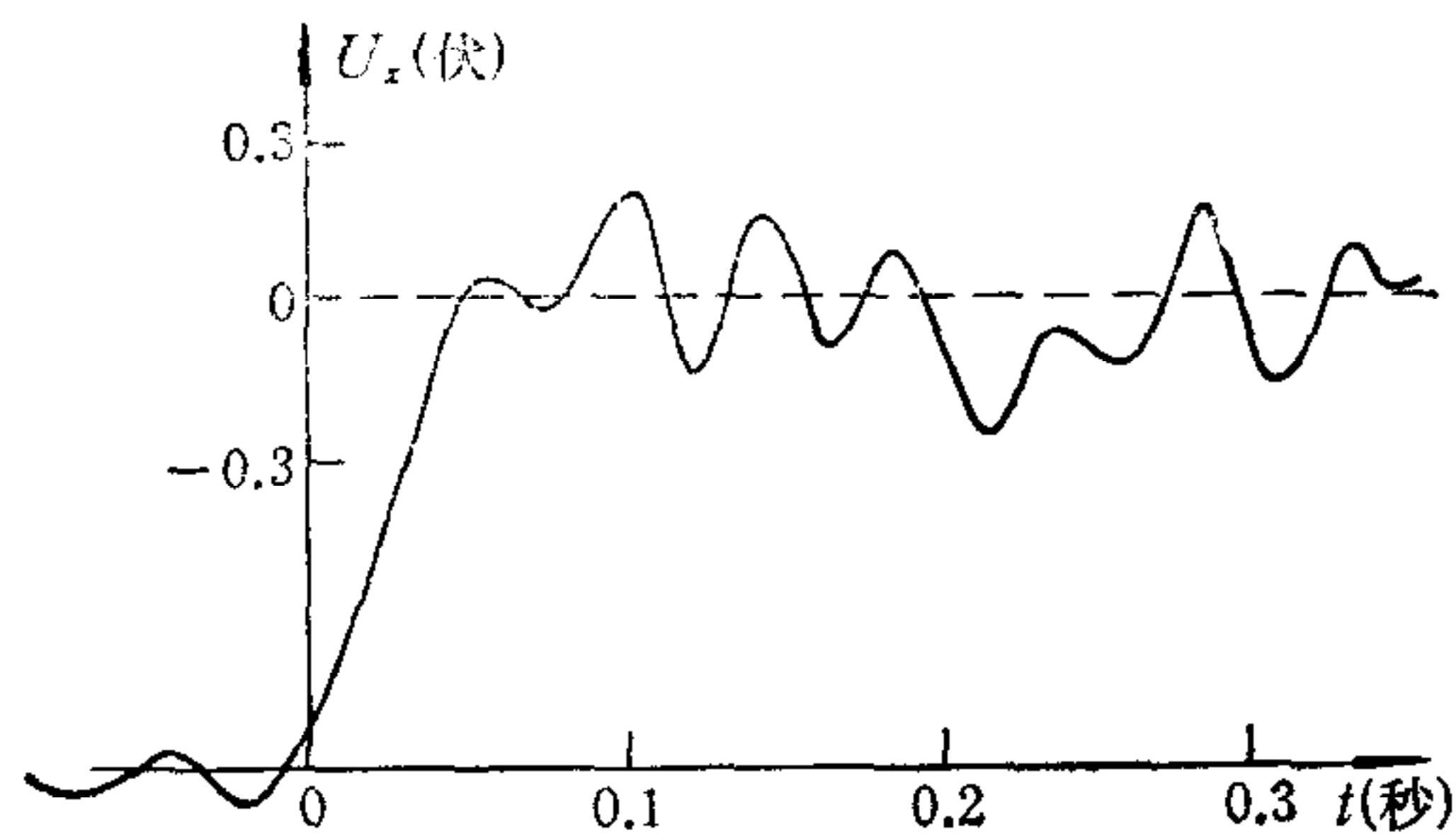


图4 实际系统动态响应曲线

800 赫兹, 并伴随有低频干扰. 这是由于所研究的磁悬浮轴承控制系统是一个典型的非线性系统. 由于系统的非线性模型一般难于估计准确, 因此对系统的模型进行了线性化处理. 而且用线性系统理论进行了控制系统的设计, 给控制系统的实验研究提供了有效的理论设计基础. 但实际上系统模型的非线性影响是客观存在的, 它主要表现在以下几方面:

1) 模型线性化所忽略的运动方程中, 电磁力与控制电流和位移的平方函数关系.

2) 变换放大器, 特别是电流驱动器输出的饱和特性, 使得电流驱动器工作在脉宽调制状态.

3) 电磁铁铁磁材料的磁滞特性影响.

这些非线性因素的影响, 使得实际系统受到干扰作用后, 其动态过程很容易处于非线性工作状态, 系统的动态刚度比静态刚度小. 只有转子处于中心平衡位置附近时, 控制系统才呈现出强的抗干扰能力. 为了解决控制系统的最佳刚度问题, 在磁悬浮轴承设计中, 必须很好地解决传感器灵敏度、轴承间隙和预载电流的最佳比值以及磁路设计等问题.

结 束 语

对磁悬浮轴承实验模型的试验表明, 对于这样一类多变量线性耦合系统, 应用状态反馈实现去耦设计的方法是可行的. 其数学模型的建立、控制器的设计以及控制电路的实现方法等方面所涉及的问题, 均可应用到实际工程中.

参 考 文 献

- [1] 遇立基编译, 磁力轴承及其在机床上的应用, 机床, 1984 年第 3 期.
- [2] Frazier, R. H., Gilinson, P. J., Oberbeck, G. A., Magnetic and Electric Suspension, The MIT Press, 1974.
- [3] 古田胜久、佐野昭著, 线性系统理论基础, 朱春元等译, 国防工业出版社, 1984 年 12 月.

APPLICATION OF DECOUPLED PRINCIPLE OF STATE FEEDBACK TO THE DESIGN OF MAGNETIC SUSPENSION BEARING

YANG QUANLIN

(Changsha National University of Defense Technology)

ABSTRACT

In this paper, control problems of active magnetic suspension bearing are studied. On the basis of simplifying the mathematical model, control device of the control system is designed applying the decoupled principle of state feedback of morder control theory. Experimental study for experimental model is discussed. The experimental results show that some problems studied on this report may be applied to practical engineering.

全国第三次经济信息管理系统学术会议

中国自动化学会计算机应用、经济与管理信息系统、综合办公自动化系统、系统工程、自动化技术应用、模式识别与机器智能等六个专业委员会、中国计算机学会计算机应用委员会及中国电子学会计算机工程与应用学会，于1987年9月26—30日在苏州联合召开了全国第三次经济信息管理系统学术交流会。这次会议与以往比较，论文数量多，学术气氛更加浓厚；涌现出一大批青年作者，来自全国19个省市的110个单位的代表中，30岁以下者占40%；论文内容丰富多采，涉及系统设计方法、DSS系统、模型及预测、软件、数据库及各类信息系统实践总结。会议除进行学术交流外，还就我国经济信息系统建设目前存在的问题和如何加快发展及取得更大效益问题，提出了不少具体建议。

这次会议出版了论文选集(见《办公自动化》1988年1期)，并评选出如下优秀论文：

- 1.富阳县松溪乡低丘缓坡开发系统动态仿真模型(杭州农科所俞伯良、庄农庄等)；
- 2.计算机在杭州春江棉织厂的应用(杭州春江棉织厂甘霖等)；
- 3.模型库管理系统设计(沈阳铝镁设计院刘长斌)；
- 4.辽宁省国土资源信息系统总体方案设计(辽宁计经委计算中心王兴玉)；
- 5.局部网络上数据库问题(成都电讯工程学院李智渊)；
- 6.物资管理信息系统设计(兵器部58所易成贵等)；
- 7.工业经济发展对能源需求动力学模型研究(沈阳自动化所王松才)；
- 8.多品种小批量生产管理计算机仿真(北京工业学院荀仞初等)；
- 9.人工智能技术在DSS中应用(浙江大学凌云等)；
- 10.综合经济管理部门MIS逻辑模型设计(上海经济信息中心张国曙等)；
- 11.国民经济管理模式与EIS模式研究(新疆经济信息管理办公室吴金明)；
- 12.连钢MIS软件开发环境(冶金部自动化所黄维钢)；
- 13.一个DSS的模型管理(冶金部计算中心陈建阳)；
- 14.用动态规划法微电脑辅助制订甘蔗糖厂最优生产计划(轻工部甘蔗糖业研究所梁周)。

(龚炳铮)