

# 区域搜索法自动绘制根轨迹和补根轨迹

谢麟阁 张骛琼

(西安交通大学)

## 摘 要

本文用一维直接搜索法在给定的区域内能准确地搜索出根轨迹点或补根轨迹点。它适用于零极点或分式多项式且均带有纯时间延迟的开环传递函数,原则上不受阶次的限制。本法的程序在袖珍机 PC-1500 上已满意地做出了大量的实例,高至十阶。

本文用一维直接搜索法在给定的区域内能准确地搜出根轨迹 RL 或补根轨迹 CRL。它适用于零极点 PZ 或分式多项式 PN 且均带有纯时间延迟  $T_0$  的开环传递函数  $G(s)$ ,原则上不受阶次的限制,所以适用范围较广。这对于计算机辅助控制系统设计 (CACSD)、控制器参数整定以及科研、教学等方面使用提供了甚为重要的软件。利用此程序能使根轨迹的绘制成为一件轻松的工作。

在研究比较了所知的一些方法以后,提出了在根平面上用一维极值搜索法完成二维搜索的新方法。此法较直接、简便,且准确性和精度也较高。基本原理是熟知的幅角条件确定轨迹点,幅值条件确定参数  $K$ 。这样便能对根轨迹或补根轨迹进行搜索和绘制。利用此程序只须在开始输入时回答 RL 或 CRL 即可。如果还要打印相应迹点的全部数据,则可回答 K;如不需打印全部数据可回答 NOK。后者在绘完轨迹后还打印 Y 轴上交点的数据,即临界的 K 值。下面就具体搜寻方法作几点说明。

### 1. 沿 X 轴上迹点的搜索

首先在搜索区左极限  $X_1$  到右极限  $X_2$  的给定范围内沿 X 轴以步长  $L_1$  依次搜索并判断各步点是否满足幅角函数  $\angle G(s)$  的误差要求,即  $\angle G(s) \leq 10^{-5}$ ,以确认其为根轨迹点或补根轨迹点。这段搜索不作步间的搜索,也不搜索分离点或会合点,除非它们恰巧落在步长点上。搜索的路径如例图 1 中 X 轴上的粗线所示。

### 2. X 轴以外根平面上迹点的搜索

在沿 X 轴搜完以后再搜索上半根平面,即沿 X 轴上边相距  $Y_1$  的水平线上,自左极限  $X_1$  开始向右作一步步长为  $L_1$  的搜索,然后转为垂直向上以步长  $L_2$  依次搜到给定的上极限  $Y_2$  为止,如图 1 中的直角上弯形路径所示。依照此种路径逐步重复,直抵达右极限  $X_2$  为止,这样便搜完了给定的上半区域。下半区是利用对称性取得的。

注意在根平面上的搜索每一步都包括步间的搜索,除非是下一个步点满足迹点条件

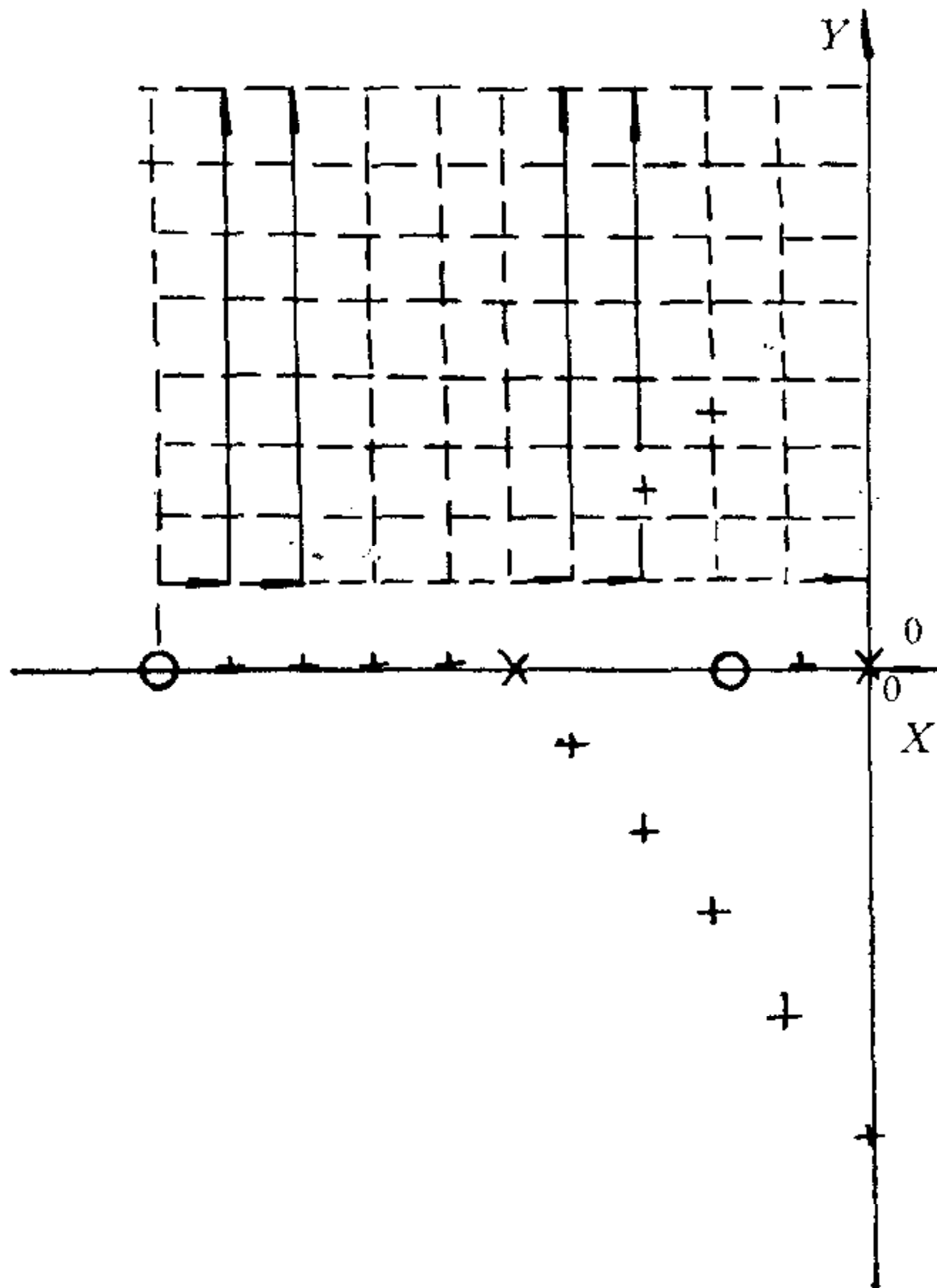


图1 有纯延迟控制系统的根轨迹

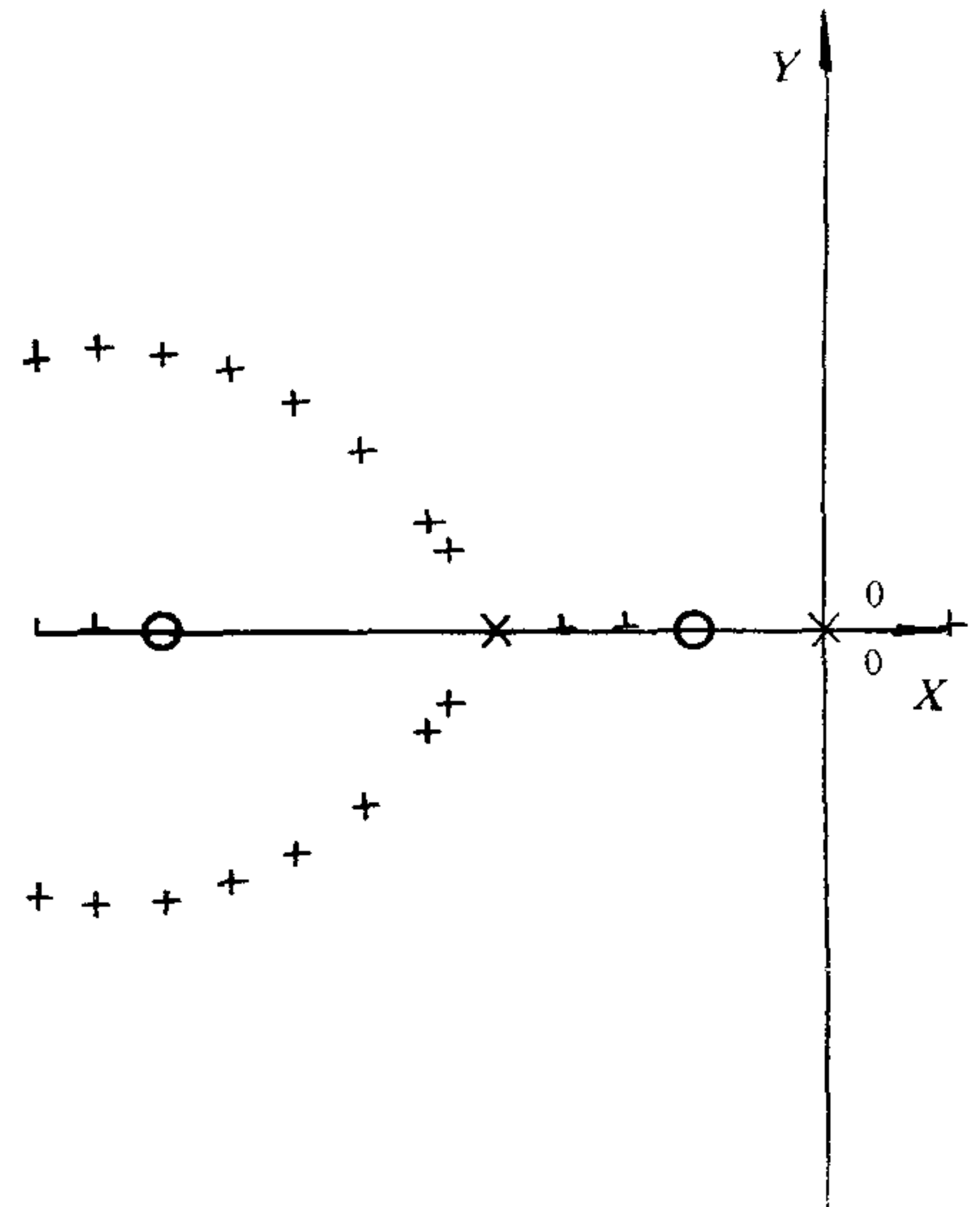


图2 相应图1系统的补根轨迹

而不必进行。搜索时还设置了路标, 所以不会漏掉任何分支(包括垂直分支)。因为每步搜索只需要计算幅角函数  $\angle G(s)$  而不必计算其导数或方向, 所以计算较快速。所有搜出的迹点在存入数组时, 都作根轨迹或补根轨迹的检验, 所以能保证符合模式输入 RL 或 CRL 的要求, 避免迹点混淆的差错, 此外, 在逐步逼近的半区间搜索中除掉有角误差限  $\angle G(s)$  以外, 还设置了位置的误差限。当误差  $\leq 10^{-5}$  时, 即作为已搜到了迹点。

### 3. 给定传递函数为分式多项式的方程求根

多项式 PN 方程求根的子程序是借助于 Bairstow-Hitchcock 的方法、步骤是先分别求出分母和分子多项方程的实根或复根, 然后作为零极点为主程序所用。对于有混合型的  $G(s)$ , 即既有零极点(一阶因式)又有分式多项式的情况, 程序设置了“暂停”, 以方便此种情况下求根的重利用。

以上所述的方法及程序已在袖珍机 PC-1500 (内存模块为 16K 或 8K) 上满意地做出了大量的实例。作为辅助说明, 这里选做了三个绘制举例。图 1 是有纯延迟的被控对象采用 PID 控制器的系统, 在比例带变化下的根轨迹图; 图 2 是该系统的补根轨迹图。附带说明的是, 这两幅图的范围都在主支区内, 因为有纯延迟的系统根轨迹有无数支, 而研究主支区是重要的。当然, 改变范围也易绘出他支区的轨迹, 但它的意义已不大。图 3 是一个理论性的十阶系统的根轨迹, 并且传递函数是分式多项式 PN 型的, 所有图中 XL、XR、

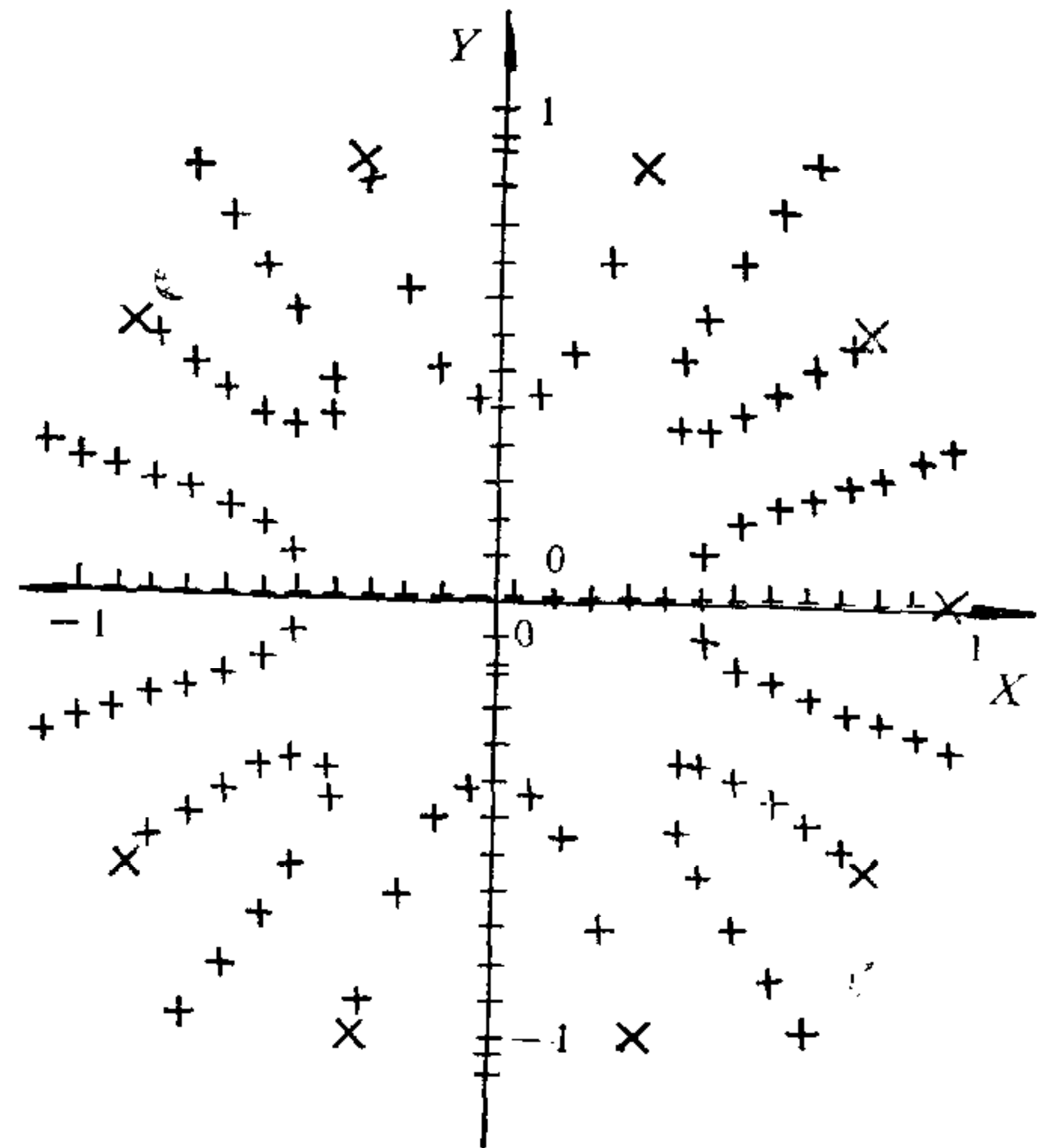


图3 理论性的十阶系统的根轨迹

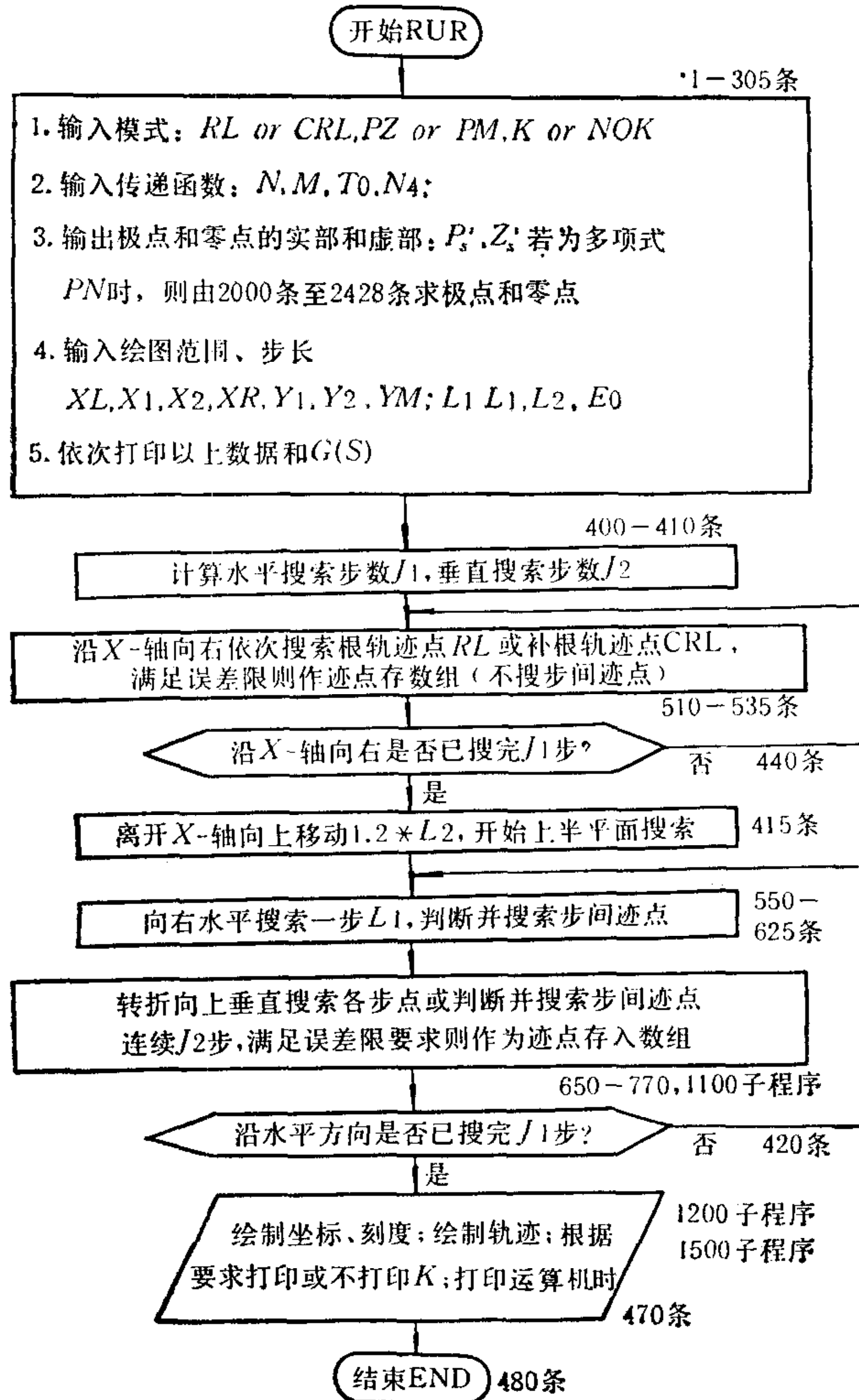


图4 程序框图

$YM$  以及  $E_0$  分别表示坐标的左、右和上极限以及绘图单位的比例,  $N_4$  是存储迹点的最多个数。

由以上图例可清楚地显示程序的功能。若将传递函数的特征方程稍加变化, 也可研究多参数的根轨迹族, 程序框图如图4所示。

# AN AREA SEARCH METHOD FOR AUTOMATIC PLOTTING OF ROOT-LOCI AND COMPLEMENTARY ROOT-LOCI

XIE LINGE    ZHANG RUIQIONG

*(Xian Jiaotong University)*

## ABSTRACT

An one-dimensional direct area search method for effective search of root-loci and complementary root-loci points is presented in this paper. The input data of the open loop transfer function can be given as poles and zeros or coefficients of poly-nomials and all with dead time-delay. Theoretically the order of the transfer function is unlimited. A considerable number of examples up to 10th-order have been successfully worked out on a pocket computer PC-1500.