

多变量自校正控制的分解-协调算法

韩崇昭 王立琦 万百五

(西安交通大学)

摘 要

本文以大型玻璃窑炉的控制为背景,提出对一类多变量系统的分解-协调自校正控制算法。此方法的计算量与完全分散化的单变量自校正算法相当,但精度有所提高。仿真结果表明,此方法对一类系统的控制比较有效。

在为大型玻璃窑炉的炉温、炉压和玻璃液面环路的控制设计自校正算法时,对此类各子系统间关联较强且纯时延相差甚大的多变量系统,提出了一种分解-协调算法。本文讨论该算法的推导及其仿真结果。

一、问题的数学描述

考虑 MIMO 系统

$$[I + A(z^{-1})]y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\xi(t) + d(t). \quad (1)$$

式中, $y(t)$ 、 $u(t)$ 、 $\xi(t) \in R^m$ 分别是系统的输出、控制输入和噪声向量, $d(t) \in R^m$ 是零输入时系统的稳态输出。

根据系统的典范输入输出形式^[8],则有

$$\begin{cases} A(z^{-1}) = \left(\sum_{i=1}^n a_i z^{-i} \right) I_m, & B(z^{-1}) = \{z^{-k_{ij}} B_{ij}(z^{-1})\}_{m \times m} \\ C(z^{-1}) = \{C_{ij}(z^{-1})\}_{m \times m}, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $B_{ij}(z^{-1}) = \sum_{k=0}^{n-k_{ij}} b_{ijk} z^{-k}$, $k_{ij} \geq 1$ 是第 j 个输入对第 i 个输出的纯时延;

$$C_{ij}(z^{-1}) = 1 + \sum_{k=1}^n c_{ijk} z^{-k}.$$

同时根据实际系统的特点,合理假定 $C(z^{-1})$ 为对角阵,且

$$k_{ii} < k_{ij} \quad \forall i, j. \quad (3)$$

现在按典范形式考虑 m 个 MISO 系统。

$$[1 + A'(z^{-1})]y_i(t) = z^{-k_{ii}} \sum_{j=1}^m z^{k_{ii}-k_{ij}} B_{ij}(z^{-1})u_j(t) + C_{ii}(z^{-1})\xi_i(t) + d_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

其中 $A'(z^{-1}) = \sum_{j=1}^n a_j z^{-j}$.

控制目标是:

$$\text{Min}_{u(t)} J_t = E \left\{ \sum_{i=1}^m [P_i(z^{-1})y_i(t + k_{ii}) - R_i(z^{-1})w_i(t)]^2 + [Q'_i(z^{-1})u_i(t)]^2 \mid \mathcal{L}_t \right\}, \quad (5)$$

其中 $w_i(t)$ 是第 i 个输出 $y_i(t)$ 的 k_{ii} 步提前设定值, 而

$$\begin{cases} P_i(z^{-1}) = 1 + \sum_{j=1}^{n_p} p_{ij} z^{-j}, & R_i(z^{-1}) = \sum_{j=0}^{n_r} r_{ij} z^{-j}, \\ Q'_i(z^{-1}) = \sum_{j=0}^{n_q} q'_{ij} z^{-j}. \end{cases} \quad (6)$$

为加权多项式; \mathcal{L}_t 是 t 时刻的数据集, 定义为

$$\mathcal{L}_t \triangleq \{y^t, u^t\}, \quad y^t = \{y(t), y(t-1), \dots\}, \quad u^t = \{u(t), u(t-1), \dots\}, \quad (7)$$

而容许控制律是:

$$u(t) = \varphi(t)y^t(u^{t-1}). \quad (8)$$

设 $C_{ii}(z^{-1})$ 满足如下恒等式:

$$C_{ii}(z^{-1}) = E'_{ij}(z^{-1})[1 + A'(z^{-1})] + z^{-j}F'_{ij}(z^{-1}), \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq k_{ii}, \quad (9)$$

其中 $E'_{ij}(z^{-1}) = 1 + \sum_{s=1}^{j-1} e'_{ijs} z^{-s}$, $F'_{ij}(z^{-1}) = \sum_{s=0}^{n-1} f'_{ijs} z^{-s}$; 用 $E'_{ij}(z^{-1})$ 乘式 (4) 两边并考

虑恒等式 (9) 得:

$$C_{ii}(z^{-1})y_i(t+j) = F'_{ij}(z^{-1})y_i(t) + \sum_{s=1}^m G'_{ijs}(z^{-1})u_s(t - k_{ii} + j) + E'_{ij}(z^{-1})C_{ii}(z^{-1})\xi_i(t+j) + E'_{ij}(z^{-1})d_i(t+j). \quad (10)$$

其中 $G'_{ijs}(z^{-1}) = z^{k_{ii}-k_{is}} E'_{ij}(z^{-1})B_{is}(z^{-1}) = \sum_{k=0}^{n'_g} g'_{ijsk} z^{-k}$; 于是

$$y_i(t+j) = \frac{1}{C_{ii}(z^{-1})} \left[F'_{ij}(z^{-1})y_i(t) + \sum_{s=1}^m G'_{ijs}(z^{-1})u_s(t - k_{ii} + j) + r_i(t+j) \right] + \eta_i(t+j) \quad \forall i, j. \quad (11)$$

其中 $r_i(t+j) = \sum_{s=0}^{j-1} e'_{ijs} d_i(t+j-s)$, $\eta_i(t+j) = \sum_{s=0}^{j-1} e'_{ijs} \xi_i(t+j-s)$; 因为 $\eta_i(t+j)$

与 \mathcal{L}_t 正交, 则输出 $y_i(t)$ 的 j 步提前预报为

$$\hat{y}_i(t+j|t) = E\{y_i(t+j) \mid \mathcal{L}_t\}$$

$$= \frac{1}{C_{ii}(z^{-1})} \left[F'_{ij}(z^{-1})y_i(t) + \sum_{s=1}^m G'_{ijs}(z^{-1})u_s(t - k_{ii} + j) + r_i(t+j) \right], \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq k_{ii}. \quad (12)$$

预报误差为 $e_i(t+j) = y_i(t+j) - \hat{y}_i(t+j|t)$; 根据假设则有:

$$J_t = \sum_{i=1}^m \{ [P_i(z^{-1})\hat{y}_i(t+k_{ii}|t) - R_i(z^{-1})w_i(t)]^2 + [Q'_i(z^{-1})u_i(t)]^2 + \theta_i^2 \}, \quad (13)$$

其中 $\theta_i^2 = E\{[P_i(z^{-1})e_i(t+k_{ii})]^2\}$; 令

$$\frac{\partial J_t}{\partial u_s(t)} = 2 \sum_{i=1}^m [P_i(z^{-1})\hat{y}_i(t+k_{ii}|t) - R_i(z^{-1})w_i(t)] \frac{\partial P_i(z^{-1})\hat{y}_i(t+k_{ii}|t)}{\partial u_s(t)} + 2Q'_s(z^{-1})u_s(t) \frac{\partial Q_s(z^{-1})u_s(t)}{\partial u_s(t)} = 0, \quad s = 1, 2, \dots, m. \quad (14)$$

其中 $\frac{\partial P_i(z^{-1})\hat{y}_i(t+k_{ii}|t)}{\partial u_s(t)} = \begin{cases} 0 & i \neq s, \\ b_{ss0} & i = s, \end{cases}$ $\frac{\partial Q'_s(z^{-1})u_s(t)}{\partial u_s(t)} = q'_{s0}$; 即有:

$$P_s(z^{-1})\hat{y}_s(t+k_{ss}|t) + Q_s(z^{-1})u_s(t) - R_s(z^{-1})w_s(t) = 0, \quad s = 1, 2, \dots, m. \quad (15)$$

式中, $Q_s(z^{-1}) = \frac{q'_{s0}}{b_{ss0}} Q'_s(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{n_q} q_{si}z^{-i}$, $s = 1, 2, \dots, m$; 定义广义输出:

$$\Phi_s(t+k_{ss}) \triangleq P_s(z^{-1})y_s(t+k_{ss}) + Q_s(z^{-1})u_s(t) - R_s(z^{-1})w_s(t), \quad s = 1, 2, \dots, m, \quad (16)$$

其 k_{ss} 步提前预报为

$$\hat{\Phi}_s(t+k_{ss}|t) = E\{\Phi_s(t+k_{ss}) | \mathcal{L}_t\} = P_s(z^{-1})\hat{y}_s(t+k_{ss}|t) + Q_s(z^{-1})u_s(t) - R_s(z^{-1})w_s(t), \quad s = 1, 2, \dots, m. \quad (17)$$

定义广义输出的目标函数:

$$J_t^\Phi \triangleq \sum_{s=1}^m E\{\Phi_s^2(t+k_{ss}) | \mathcal{L}_t\}. \quad (18)$$

令 $\frac{\partial J_t^\Phi}{\partial t} = 0$, 同样可得式 (15); 把式 (12) 代入式 (17), 得:

$$\hat{\Phi}_s(t+k_{ss}|t) = \sum_{j=0}^{n_p} p_{sj} \frac{1}{C_{ss}(z^{-1})} \left\{ F'_{s,k_{ss}-j}(z^{-1})y_s(t) + \sum_{i=1}^m G'_{s,k_{ss}-j,i}(z^{-1})u_i(t-j) + v_s(t+k_{ss}-j) \right\} + Q_s(z^{-1})u_s(t) - R_s(z^{-1})w_s(t), \quad s = 1, 2, \dots, m. \quad (19)$$

重新定义多项式:

$$\begin{cases} F_s(z^{-1}) = \sum_{j=0}^{n_p} p_{sj} F'_{s,k_{ss}-j}(z^{-1}), & G_{ss}(z^{-1}) = \sum_{j=0}^{n_p} p_{sj} G'_{s,k_{ss}-j,s}(z^{-1}) \\ & + C_{ss}(z^{-1})Q_s(z^{-1}), \\ G_{si}(z^{-1}) = \sum_{j=0}^{n_p} p_{sj} G'_{s,k_{ss}-j,i}(z^{-1}), & i \neq s; \quad H_s(z^{-1}) = -C_{ss}(z^{-1})R_s(z^{-1}), \\ \delta_s(t+k_{ss}) = \sum_{j=0}^{n_p} p_{sj} \gamma(t+k_{ss}-j), \end{cases} \quad (20)$$

得:

$$C_{ss}(z^{-1})\hat{\Phi}_s(t+k_{ss}|t) = F_s(z^{-1})y_s(t) + \sum_{i=1}^m G_{si}(z^{-1})u_i(t) + H_s(z^{-1})w_s(t) + \delta_s(t+k_{ss}), s=1,2,\dots,m. \quad (21)$$

二、自校正算法

先考虑 $C_{ss}(z^{-1}) = 1$ 的情况, 此时有:

$$\begin{aligned} \Phi_s(t+k_{ss}) &= \hat{\Phi}_s(t+k_{ss}|t) + \varepsilon_s(t+k_{ss}) \\ &= F_s(z^{-1})y_s(t) + \sum_{i=1}^m G_{si}(z^{-1})u_i(t) + H_s(z^{-1})w_s(t) + \delta_s(t+k_{ss}) \\ &\quad + \varepsilon_s(t+k_{ss}), s=1,2,\dots,m, \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $\varepsilon_s(t+k_{ss}) = P_s(z^{-1})e_s(t+k_{ss})$ 为广义输出的预报误差. 假定 $G_{si}(z^{-1})$ 中诸系数 g_{ss0} 和 g_{sij} , $\forall s \neq i$ 均离线估计得到, 且令

$$\hat{\beta}_s(t) = \sum_{i \neq s} \sum_{j=1}^{n_g} \hat{g}_{sij} u_i(t-j), s=1,2,\dots,m. \quad (23)$$

同时定义:

$$\begin{cases} \chi_s(t) \triangleq \Phi_s(t) - \hat{g}_{ss0}u_s(t-k_{ss}) - \hat{\beta}_s(t-k_{ss}), \\ \theta_s(t) \triangleq [f_{s0}, f_{s1}, \dots, g_{ss1}, g_{ss2}, \dots, h_{s0}, h_{s1}, \dots, \delta_s(t)]^T, \\ \Psi_s^T(t) \triangleq [y_s(t-k_{ss}), y_s(t-k_{ss}-1), \dots, u_s(t-k_{ss}-1), \\ u_s(t-k_{ss}-2), \dots, w_s(t-k_{ss}), w_s(t-k_{ss}-1), \dots, 1], \end{cases} \quad (24)$$

则有最小二乘结构:

$$\chi_s(t) = \Psi_s^T(t)\theta_s(t) + \varepsilon_s(t), s=1,2,\dots,m, \quad (25)$$

其中 $\Phi_s(t)$ 按式 (16) 计算.

按递推最小二乘 (RLS) 参数估计得 t 时刻的估计 $\hat{\theta}_s(t)$, $s=1,2,\dots,m$; 同时把 $\delta_s(t)$ 作常量处理, 再按单变量自校正算法得 t 时刻的输入:

$$u_s^*(t) = -\frac{1}{\hat{g}_{ss0}} [\Psi_s^T(t+k_{ss})\hat{\theta}_s(t) + \hat{\beta}_s(t)], s=1,2,\dots,m, \quad (26)$$

其结构如图 1 所示.

对于 $C_{ss}(z^{-1})$ 为一般多项式的情况, 可以证明^[4], 其最优控制器参数是上述算法的一个不动点.

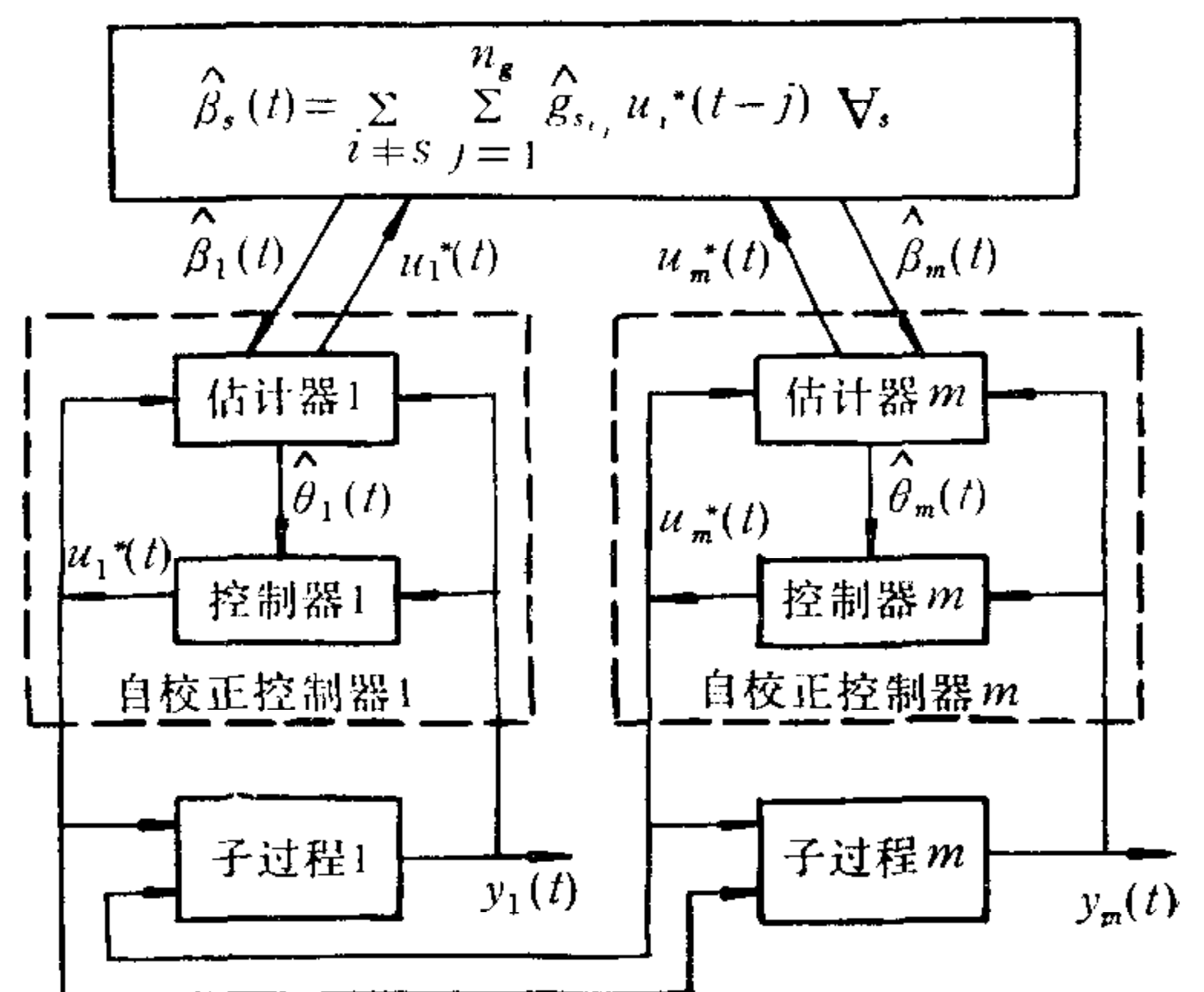


图 1 递阶式自校正控制框图

三、实例仿真

笔者对几个假想模型进行了仿真研究, 仅举其中一例. 对两输入两输出系统

$$(I + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2})y(t) = (B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2})u(t) + (C_0 + C_1 z^{-1})\xi(t),$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0 \\ 0 & 0.9 \end{bmatrix}, B_1 = C_0 = I_2, B_2 = \begin{bmatrix} -0.4 & -1.4 \\ 0.12 & 0.6 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -0.25 & 0 \\ 0 & -0.45 \end{bmatrix}; \xi_i(t) \sim N(0, 1), i = 1, 2; y(t) \text{ 的初值取为 } -60, u(t) \text{ 的初}$$

值为 0; 对系统仿真 500 步。仿真是对完全分散自校正、多变量自校正和递阶自校正进行比较, 控制效果用如下指标衡量:

$$\begin{cases} I_p = \frac{1}{300} \sum_{t=200}^{500} \sum_{i=1}^2 [y_i(t) - \bar{y}_i]^2, \\ \bar{y}_i = \frac{1}{300} \sum_{t=200}^{500} y_i(t), i = 1, 2. \end{cases}$$

其结果如表 1。显然, 递阶自校正的效果与多变量自校正相当, 但计算量大大减少。

表 1 I_p 值

分散自校正	递阶自校正	多变量自校正
5.936	2.588	2.498

四、结 论

综合以上分析和仿真结果, 递阶式算法有如下特点: (1) 结构简单, 易于实现, 计算量与分散自校正算法相当; (2) 控制精度接近多变量自校正算法; (3) 解决了各子系统时延相差很大时多变量自校正算法所面临的困难; (4) 主要缺点是各子系统间交联的参数 g_{sij} 需离线估计, 当其变化超出某一范围时使该算法失效。

参 考 文 献

- [1] Åström, K. J., Borisson, U., Ljung, L. and Wittenmark, B., Theory and Application of Self-tuning Regulators, *Automatica*, 13, No. 5, 457—476, 1977.
- [2] Clarke, D. W., Gawthrop, P. J., Self-tuning Controller, *Proc. IEE*, 122, No. 9, 929—934, 1975.
- [3] Clarke, D. W. and Gawthrop, P. J., Self-tuning Control, *Proc. IEE*, 126, No. 6, 633—640, 1979.
- [4] Åström, K. J. and Wittenmark, B., On Self-tuning Regulators, *Automatica*, Vol. 9, 185—199, 1973.
- [5] Wellstead, P. E., et al., Pole Assignment of Self-tuning Regulator, *Proc. IEE*, 126, No. 8, 781—787, 1979.
- [6] Findeisen, W., Bailey, F., et al., Control and Coordination in Hierarchical Systems, John Wiley & Sons, London, 1980.
- [7] Singh, M. G., Decentralized Control, North-Holland Publishing Company, Amsterdam-New York-Oxford, 1981.
- [8] 韩光文, 辨识与参数估计, 国防工业出版社, 1980.
- [9] Koivo, H. N., A Multivariable Self-tuning Controller, *Automatica*, 16, No. 4, 351—366, 1980.
- [10] Borisson, U. L. F., Self-tuning Regulator for a class of Multivariable Systems, *Automatica* 15, No. 2, 209—216, 1979.

A DECOMPOSITION-COORDINATION ALGORITHM FOR MULTIVARIABLE SELF-TUNING CONTROL

HAN CHONGZHAO WANG LIQI WAN BAIWU

(*Institute of Systems Engineering, Xian Jiaotong University*)

ABSTRACT

In this paper, a decomposition-coordination algorithm of self-tuning control for a class of multivariable systems is proposed to control a large glass furnace. The calculation of the algorithm is as simple as that of the decentralized single variable self-tuning algorithm, but more accurate. Simulation results indicate that it is effective for a class of systems.

《控制理论与应用》1988 年由邮局发行启事

《控制理论与应用》1988 年由广州市邮局发行,全国各地邮局均可订阅,国内报刊代号为 46-11,季刊,每册定价 1.00 元。

《控制理论与应用》是由华南工学院与中国科学院系统科学研究所联合主办的一级学术刊物,为中、英文混合版,反映控制理论中的各个分支的理论研究成果及其应用研究成果,如系统理论、系统辨识、估计理论与随机控制、最优控制、分布参数系统、自适应控制、系统仿真、控制系统的计算机辅助设计、大系统理论等等,包括综述与评论、论文与报告、短文、研究简报、应用通讯、实例分析、研究生园地等栏目。读者对象是从事控制理论研究与应用的科技人员、高校师生及其他有关人员。

《控制理论与应用》编辑部设在华南工学院。

欢迎订阅! 欢迎投稿!

《控制理论与应用》编辑部