第 14 卷 第 2 期 自 动 化 学 报 Vol. 14, No. 2
1988 年 3 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Mar., 1988

一般信息结构下系统的镇定和极点配置

胡 仰 曾
(华 东 化 工 学 院)

摘 要

借助于结构矩阵的集中矩阵,本文得到了一般信息结构 (IS) 下(包括经济 IS 下),镇定系统和配置系统极点的输出反馈控制器的综合方法,省却了文献 [1] 提出的首先把一般 IS 转换为块对角 IS 的步骤,直接推广了文献 [2] 的结果,并举数值例子予以说明.

一、引 言

实际工程中往往要求在一些非集中、非块对角的信息结构 (IS) 下镇定系统或配置系统极点. 过去的大量工作都是针对集中 IS 进行的. 文献 [2] 对块对角分散 IS 的情形作了研究. 该文在结论中指出,可以把所述结果推广至一些特殊的 IS, 如分块三角 IS. 本文仅讨论控制信息结构中固定元素为零元素的一类 IS,其中非固定元素在结构中的分布是任意的. 这一类 IS 中的任意一个称为一般 IS. 对于一般 IS, 文献 [1] 指出,首先把非块对角的 IS 转换成块对角 IS 的形式, 然后应用文献 [2] 的方法求解问题. 但这样做有个缺点: 必须对输出的各分量重新组序,大多数情况下,将增加数学模型中输出向量的维数. 文献 [3] 的方法适合于一般的 IS 的情形, 但有计算时间长、收敛速度慢等缺点. 文献 [4] 根据极小化二次代价函数提出了在一般 IS 下, 镇定系统的充要条件, 得出一种计算时间少、收敛快,并可获得预定的稳定度的新方法. 但该算法不能对系统的可镇定性预先作出判断. 另外,存在着初值问题,即当用计算得不到问题的解时, 尚不能"绝对"肯定系统不能被镇定.

本文利用结构矩阵的集中矩阵,推广了文献 [2] 的方法和结果, 得到了一般(包括经济的) IS 下,用输出反馈控制器镇定系统和配置系统极点的充要条件,同时给出了控制器的综合方法. 它不但能预先对系统的可镇定性和极点可配置性作出判断,且算法简单、可靠,可用于系统的计算机辅助设计.

文中未加定义的术语和记号可见文献 [5—8]. 以下凡提及的 IS 均指一般 IS. 限于篇幅,有关引理的证明略.

二、问题的描述

给定系统 $\mathscr{S}$

本文于 1985 年 5 月 13 日收到.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),\ y(t) = Cx(t) \tag{1}$$

和 IS K^*. 其中状态 $x \in \boldsymbol{R}^n$, 控制 $u \in \boldsymbol{R}^r$, 输出 $y \in \boldsymbol{R}^m$, A, $B = [b_1 \cdots b_r]$ 和 $C = [c_1^T \cdots c_m^T]^T$ 为具有相应维数的实常数阵,设 IS $K^* = [(K_1^*)^T, (K_2^*)^T, \cdots, (K_r^*)^T]^T$. 所谓 K^* 下系统 $\mathscr{S}$ 可被镇定或极点可被配置,即是[5,6]存在 K^* 下的输出反馈控制器 $\mathscr{C}$:

$$\dot{z}(t) = Sz(t) + Ry(t),\ u(t) = Qz(t) + Ky(t) + v(t). \tag{2}$$

使闭环系统 $(\mathscr{S}, \mathscr{C})$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BKC & BQ \\ RC & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v(t) \\ y(t) = [C\ \ 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \end{cases} \tag{3}$$

为渐近稳定,或其极点可任意地被配置,其中控制器状态 $z = [z_1^T z_2^T \cdots z_r^T]^T \in \boldsymbol{R}^{\sum_{i=1}^r \xi_i}$, $z_i \in \boldsymbol{R}^{\xi_i}$, $\xi_i\ (i \in \underline{r})$ 为一组非负整数 $K \in \mathscr{R}(K^*)$, $R \in \mathscr{R}(R^*)$, $R^* \overset{(\xi_1, \cdots, \xi_r)}{\frown} K^*$, $Q = \text{block diag}\ (Q_1, Q_2, \cdots, Q_r) \in \mathscr{R}(Q^*)$, $Q^* = \text{block diag}\ (Q_1^*, Q_2^*, \cdots, Q_r^*)$, $S = \text{block diag}\ (S_1, S_2, \cdots, S_r) \in \mathscr{R}(S^*)$, $S^* = \text{block diag}\ (S_1^*, S_2^*, \cdots, S_r^*)$. Q_i^* 和 $S_i^*(i \in \underline{r})$ 分别为 $1 \times \xi_i$ 和 $\xi_i \times \xi_i$ 维集中结构矩阵.

本文所研究的问题是: 给定系统 $\mathscr{S}$ 和 IS K^*, 求 K^* 下 $\mathscr{S}$ 可被镇定和极点可被配置的条件,以及当该条件成立时,有关输出反馈控制器的综合.

三、主 要 结 果

分别记 $Ch(A)$ 和 $Ch^{us}(A)$ 为 A 的全体特征根集合和不稳定的特征根集合(重根重记). $M_{co}(\mathscr{S})$ 为 $\mathscr{S}$ 的可控可观模集合(同模重记). $F_m(C, A, B; K^*)$ 和 $F_m^{us}(C, A, B; K^*)$ 分别为系统 (1) 关于 K^* 的固定模集合和不稳定的固定模集合[5,6], 分别简记 $F_m(C, A, B; K^*)$ 和 $F_m^{us}(C, A, B; K^*)$ 为 $F_m(\mathscr{S}; K^*)$ 和 $F_m^{us}(\mathscr{S}; K^*)$. 设 D 为复平面中的非空对称开集,令

$$Ch^{\bar{D}}(A) = \{\lambda : \lambda \in Ch(A), \lambda \bar{\in} D\},$$

$$F_m^{\bar{D}}(\mathscr{S}; K^*) = \{\lambda : \lambda \in F_m(\mathscr{S}; K^*), \lambda \bar{\in} D\},$$

$$M_{co}^{\bar{D}}(\mathscr{S}) = \{\lambda : \lambda \in M_{co}(\mathscr{S}); \lambda \bar{\in} D\}.$$

IS K^* 中的 $K_i^*(i = 1, 2, \cdots, r)$ 为 $1 \times m$ 维结构矩阵. 设 K_i^* 含有 m_i 个结构元素,令 L_i 是 $m \times m_i$ 维列选择矩阵[9],使 $K_i^* L_i$ 为 $1 \times m_i$ 维集中结构矩阵. 称 L_i 是 K_i^* 的集中矩阵.

引理 1. 对任意正整数 $\tilde{n}_i$, 若结构矩阵 R_i^* 满足 $R_i^* \overset{(\tilde{n}_i)}{\frown} K_i^*$, 则对 R_i^* 的任意实现 R_i, 有 $R_i = (R_i L_i) L_i^T$, 任 $\tilde{n}_i \times m_i$ 维实常数阵 E, $EL_i^T \in \mathscr{R}(R_i^*)$.

记 $N(K)$ 为集合 K 的元素的个数.

引理 2. 设 $M_{co}^{\bar{D}}(\mathscr{S}) \neq \phi$, $\tilde{n}_1$ 是 $\mathscr{S}$ 在 Kalman 规范结构下的能控能观子状态的维数, 则存在非负整数 $\tilde{n}(0 \leqslant \tilde{n} \leqslant \tilde{n}_1)$, 及实常数阵 $\bar{K} \in \boldsymbol{R}^{r \times m}$, $\bar{Q} \in \boldsymbol{R}^{r \times \tilde{n}}$, $\bar{R} \in \boldsymbol{R}^{\tilde{n} \times m}$, $\bar{S} \in \boldsymbol{R}^{\tilde{n} \times \tilde{n}}$, 使

$$N\left(Ch^{\bar{D}}\left(\begin{bmatrix} A+B\bar{K}C & B\bar{Q} \\ \bar{R}C & \bar{S} \end{bmatrix}\right)\right) = N(Ch^{\bar{D}}(A)) - N(M_{co}^{\bar{D}}(\mathscr{S})) < N(Ch^{\bar{D}}(A)). \tag{4}$$

分别记 I_ξ 和 O_ξ 为 $\xi \times \xi$ 维的单位阵和零阵，及 $(K^*)^e_{(\xi_1,\cdots,\xi_r)} = \begin{bmatrix} K^* & Q^* \\ R^* & S^* \end{bmatrix}$.

引理 3. 对任意一组非负整数 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_r$，有

$$F_m\left(\begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I_\xi \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & O_\xi \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I_\xi \end{bmatrix}; (K^*)^e_{(\xi_1,\cdots,\xi_r)}\right)$$
$$= F_m(\mathscr{S}; K^*), \left(\xi = \sum_{i=1}^r \xi_i\right). \tag{5}$$

引理 4. 任意系统 $\bar{\mathscr{S}}^{(s)} = (\bar{A}^{(s)}, \bar{B}^{(s)}, \bar{C}^{(s)})$ 以及任意的具有相应维数的 IS $\bar{P}^{(s)*}$，若 $F_m^{\bar{D}}(\bar{\mathscr{S}}^{(s)}; \bar{P}^{(s)*}) = \phi$，则

(i) 存在正整数 γ，对任意满足 $\|\bar{P}^{(s)}\| < \gamma$ 以及 $\bar{P}^{(s)} \in \mathscr{R}(\bar{P}^{(s)*})$ 的 $\bar{P}^{(s)}$，有

$$N(Ch^{\bar{D}}(\bar{A}^{(s)} + \bar{B}^{(s)}\bar{P}^{(s)}\bar{C}^{(s)})) \leqslant N(Ch^{\bar{D}}(\bar{A}^{(s)})). \tag{6}$$

(ii) 对任意正数 ε，存在满足 $\|\bar{P}^{(s)}\| < \varepsilon$ 和 $\bar{P}^{(s)} \in \mathscr{R}(\bar{P}^{(s)*})$ 的 $\bar{P}^{(s)}$，有

$$Ch(\bar{A}^{(s)} + \bar{B}^{(s)}\bar{P}^{(s)}\bar{C}^{(s)}) \cap Ch^{\bar{D}}(\bar{A}^{(s)}) = \phi. \tag{7}$$

其中矩阵范数可以是 $\|\cdot\|_1, \|\cdot\|_2$ 或 $\|\cdot\|_\infty$.

引理 5. 存在 K^* 下控制器 C，使闭环系统 (3) 的所有极点位于 D 内，当且仅当存在一组非负整数 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_r$，及 $P = \begin{bmatrix} K & Q \\ R & S \end{bmatrix} \in \mathscr{R}((K^*)^e_{(\xi_1,\cdots,\xi_r)})$，使

$$Ch^{\bar{D}}\left(\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & O_\xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I_\xi \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I_\xi \end{bmatrix}\right) = Ch^{\bar{D}}\left(\begin{bmatrix} A+BKC & BQ \\ RC & S \end{bmatrix}\right) = \phi. \tag{8}$$

其中 $\xi = \sum_{i=1}^r \xi_i$.

定理 1. 给定系统 (1) 和 IS K^*，则对复平面中任意非空对称开集 D (即若 $\lambda \in D$，必 $\bar{\lambda} \in D$)，存在 K^* 下的控制器 (2)，使闭环系统 (3) 的所有极点位于 D 内，当且仅当

$$F_m^{\bar{D}}(\mathscr{S}; K^*) = \phi. \tag{9}$$

证．必要性．由引理 5，存在非负整数 $\xi_1, \cdots, \xi_r$，及 $P = \begin{bmatrix} K & Q \\ R & S \end{bmatrix} \in (K^*)^e_{(\xi_1,\cdots,\xi_r)}$，使

$$Ch^{\bar{D}}\left(\begin{bmatrix} A+BKC & BQ \\ RC & S \end{bmatrix}\right) = \phi. \tag{10}$$

由固定模性质[5,6]及引理 3，$F_m(\mathscr{S}; K^*) = F_m\left(\begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I_\xi \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & O_\xi \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I_\xi \end{bmatrix}; (K^*)^e_{(\xi_1,\cdots,\xi_r)}\right)$ $\subset Ch\left(\begin{bmatrix} A+BKC & BQ \\ RC & S \end{bmatrix}\right)$，由 (10) 式，(9) 式成立．

充分性．若 $Ch^{\bar{D}}(A) = \phi$，则定理显然成立 (取 $\xi_j = 0$，$\forall j \in \underline{r}$，$K = O_{r\times m}$)．这是一种一般情形．下面假定 $Ch^{\bar{D}}(A) \neq \phi$，用归纳法证明如下：

令 $\bar{C}^{(0)}=C$，$\bar{A}^{(0)}=A$，$\bar{B}^{(0)}=B$，$\bar{P}^{(0)*}=K^*$. 由充分性假设,引理 4 ($s=0$) 成立. 故存在正数 γ 和 $\bar{P}^{(0)}=\begin{bmatrix}\bar{P}_1^{(0)}\\ \vdots \\ \bar{P}_r^{(0)}\end{bmatrix}\in\mathscr{R}(K^*)$，$\|\bar{P}^{(0)}\|<\gamma$，有 $Ch(A+B\bar{P}^{(0)}C)\cap Ch^{\bar{D}}(A)=\phi$. 令

$$\bar{P}^{(0)}(j)=\begin{bmatrix}O_{j-1} & \\ & I_{r-j+1}\end{bmatrix}\cdot\bar{P}^{(0)}=\begin{bmatrix}O_{(j-1)\times m}\\ \bar{P}_j^{(0)}\\ \bar{P}_{j+1}^{(0)}\\ \vdots\\ \bar{P}_r^{(0)}\end{bmatrix},\quad \forall j\in\underline{r+1}.$$

显然，对任意 $j\in\underline{r+1}$，$\|\bar{P}^{(0)}(j)\|\leqslant\|\bar{P}^{(0)}\|<\gamma$，$\bar{P}^{(0)}(j)\in\mathscr{R}(K^*)$，又因为 $\bar{P}^{(0)}(1)=\bar{P}^{(0)}$，$\bar{P}^{(0)}(r+1)=O_{r\times m}$，所以

$$Ch(A+B\bar{P}^{(0)}(1)C)\cap Ch^{\bar{D}}(A)=\phi,$$
$$Ch(A+B\bar{P}^{(0)}(r+1)C)\cap Ch^{\bar{D}}(A)=Ch^{\bar{D}}(A)\neq\phi.$$

故必存在正整数 α_1，$1\leqslant\alpha_1\leqslant r$，有

$$\begin{cases}Ch(A+B\bar{P}^{(0)}(\alpha_1)C)\cap Ch^{\bar{D}}(A)=\phi,\\ Ch(A+B\bar{P}^{(0)}(\alpha_1+1)C)\cap Ch^{\bar{D}}(A)\neq\phi.\end{cases}\tag{11}$$

令

$$\hat{A}^{(1)}=A+B\bar{P}^{(0)}(\alpha_1+1)C,\tag{12}$$

由引理 4，有

$$N(Ch^{\bar{D}}(\hat{A}^{(1)}))\leqslant N(Ch^{\bar{D}}(A)).\tag{13}$$

设 L_{α_1} 是 $K_{\alpha_1}^*$ 的集中矩阵,并记系统 $((L_{\alpha_1}^TC),\hat{A}^{(1)},b_{\alpha_1})$ 为 $\hat{\Sigma}^{(1)}$，则有

$$A+B\bar{P}^{(0)}(\alpha_1)C=\hat{A}^{(1)}+B\begin{bmatrix}0_{(\alpha_1-1)\times m}\\ \bar{P}_{\alpha_1}^{(0)}\\ 0_{(r-\alpha_1)\times m}\end{bmatrix}C=\hat{A}^{(1)}+b_{\alpha_1}(\bar{P}_{\alpha_1}^{(0)}L_{\alpha_1})(L_{\alpha_1}^TC),\tag{14}$$

$$M_{co}(\hat{\Sigma}^{(1)})\supset Ch(A+B\bar{P}^{(0)}(\alpha_1+1)C)\cap Ch^{\bar{D}}(A)\neq\phi.\tag{15}$$

由 (15) 式，$M_{co}^{\bar{D}}(\hat{\Sigma}^{(1)})\neq\phi$. 设 $\tilde{n}_1$ 是 $\hat{\Sigma}^{(1)}$ 在 Kalman 规范结构下能控能观子状态维数. 由引理 2，存在非负整数 η_1，以及实常数矩阵 $\hat{E}_{11}^{(1)}\in\boldsymbol{R}^{1\times m_{\alpha_1}}$，$\hat{E}_{12}^{(1)}\in\boldsymbol{R}^{1\times\eta_1}$，$\hat{E}_{21}^{(1)}\in\boldsymbol{R}^{\eta_1\times m_{\alpha_1}}$，$\hat{E}_{22}^{(1)}\in\boldsymbol{R}^{\eta_1\times\eta_1}$，使

$$N(Ch^{\bar{D}}(A^{(1)}))=N(Ch^{\bar{D}}(\hat{A}^{(1)}))-N(M_{co}^{\bar{D}}(\hat{\Sigma}^{(1)}))<N(Ch^{\bar{D}}(\hat{A}^{(1)})).\tag{16}$$

其中

$$A^{(1)}=\begin{bmatrix}\hat{A}^{(1)} & 0\\ 0 & 0_{\eta_1}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_{\alpha_1} & 0\\ 0 & I_{\eta_1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{E}_{11}^{(1)} & \hat{E}_{12}^{(1)}\\ \hat{E}_{21}^{(1)} & \hat{E}_{22}^{(1)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(L_{\alpha_1}^TC) & 0\\ 0 & I_{\eta_1}\end{bmatrix}.\tag{17}$$

另一方面,由计算可知

$$A^{(1)}=\begin{bmatrix}A & 0\\ 0 & 0_{\eta_1}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B & 0\\ 0 & I_{\eta_1}\end{bmatrix}P^{(1)}\begin{bmatrix}C & 0\\ 0 & I_{\eta_1}\end{bmatrix}.\tag{18}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}&P^{(1)}=\begin{bmatrix}K^{(1)} & Q^{(1)}\\ R^{(1)} & S^{(1)}\end{bmatrix},\\ &K^{(1)}=\bar{P}^{(0)}(\alpha_1+1)+\begin{bmatrix}0\\(\hat{E}_{11}^{(1)}L_{\alpha_1}^T)\\0\end{bmatrix}-\text{第 }\alpha_1\text{ 行}, Q^{(1)}=\begin{bmatrix}0\\ \hat{E}_{12}^{(1)}\\0\end{bmatrix}-\text{第 }\alpha_1\text{ 行},\\ &S^{(1)}=\hat{E}_{22}^{(1)},\ R^{(1)}=\hat{E}_{21}^{(1)}L_{\alpha_1}^T.\end{aligned}\right\}\tag{19}$$

令 $\xi_j^{(1)}=0(j\neq\alpha_1)$，$\xi_{\alpha_1}^{(1)}=\eta_1$，$P^{(1)*}=(K^*)^e_{(\xi_1^{(1)},\dots,\xi_r^{(1)})}$，显然，$P^{(1)}\in\mathscr{R}(P^{(1)*})$. 从(13)式和(16)式，推得 $N(Ch^{\bar{D}}(A^{(1)}))<N(Ch^{\bar{D}}(A))$. 于是，若 $N(Ch^{\bar{D}}(A^{(1)}))=0$，则定理充分性成立. 若 $N(Ch^{\bar{D}}(A^{(1)}))\neq0$，则用归纳法可证，存在正整数 i，及一组非负整数 $\xi_j^{(i)}$, $j=1,2,\cdots,r$. 使 $N(Ch^{\bar{D}}(A))>N(Ch^{\bar{D}}(A^{(1)}))>\cdots>N(Ch^{\bar{D}}(A^{(i)}))=0$. 其中 $A^{(i)}=\begin{bmatrix}A & 0\\0 & 0_{\xi(i)}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B & 0\\0 & I_{\xi(i)}\end{bmatrix}P^{(i)}\begin{bmatrix}C & 0\\0 & I_{\xi(i)}\end{bmatrix}$, $\xi^{(i)}=\sum_{j=1}^r\xi_j^{(i)}$, $P^{(i)}\in\mathscr{R}((K^*)^e_{(\xi_1^{(i)}\dots\xi_r^{(i)})})$.
令 $\xi_j=\xi_j^{(i)}(j=1,\cdots,r)$，$\xi=\xi^{(i)}$ 和 $P=P^{(i)}$，由引理 5，充分性成立.

从定理 1 不难推得如下两个重要结论:

定理 2. 系统 (1) 在 IS K^* 下可被镇定,当且仅当 $F_m^{us}(\mathscr{S};K^*)=\phi$.

证. 取D为开左半复平面，则 $F_m^{\bar{D}}(\mathscr{S};K^*)=F_m^{us}(\mathscr{S};K^*)$，直接应用定理 1 即可.

定理 3. 系统 (1) 在 IS K^* 下极点可被配置,当且仅当 $F_m(\mathscr{S};K^*)=\phi$.

证. 必要性. 设系统 $\mathscr{S}$ 在 K^* 下极点可被配置,则存在非负整数 $\xi_i(i=1,\cdots,r)$，使对复平面上任意 $N\left(N=n+\sum_{i=1}^r\xi_i\right)$ 个复共轭成对出现的复数 $\lambda_i(i=1,2,\cdots,N)$ 及任意正数 $\varepsilon_i(i=1,2,\cdots,N)$，存在 K^* 下的输出反馈控制器 (2)，使闭环系统 (3) 的N个极点位于开集 $D=\bigcup_{i=1}^N B(\lambda_i;\varepsilon_i)$ 内,此处 $B(\lambda_i;\varepsilon_i)=\{\lambda:|\lambda-\lambda_i|<\varepsilon_i\}$. 由定理 1，有 $F_m^{\bar{D}}(\mathscr{S};K^*)=\phi$. 今取两组 $\lambda_i^{(j)}$, $\varepsilon_i^{(j)}(i=1,\cdots,N;j=1,2)$，使 $D^{(1)}=\bigcup_{i=1}^N B(\lambda_i^{(1)};\varepsilon_i^{(1)})$ 和 $D^{(2)}=\bigcup_{i=1}^N B(\lambda_i^{(2)};\varepsilon_i^{(2)})$ 不相交,于是 $F_m^{\overline{D(j)}}(\mathscr{S};K^*)=\phi(j=1,2)$.

另方面,显然 $F_m(\mathscr{S};K^*)\subset\bigcup_{j=1}^2 F_m^{\overline{D(j)}}(\mathscr{S};K^*)$，故 $F_m(\mathscr{S};K^*)=\phi$.

充分性. 因为 $F_m(\mathscr{S};K^*)=\phi$. 故对复平面中的任意非空对称开集 D,有 $F_m^{\bar{D}}(\mathscr{S};K^*)=\phi$. 直接应用定理 1 即得.

上述结果的证明都是构造性的,不难编出通用程序,在计算机上对问题求解.

四、例　　题

例. 设有系统

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0&1\\1&0\\1&0\\0&0\\0&0\end{bmatrix}u(t)=Ax+Bu,$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}x(t)=Cx.$$

IS $K^*=\begin{bmatrix}*&*&*&*\\ *&0&*&0\end{bmatrix}$, $Ch(A)=\{0,0,1,1,1\}$，系统为不稳定.

随机取 $K=\begin{bmatrix}4&3&6&7\\1&0&2&0\end{bmatrix}\in\mathscr{R}(K^*)$，计算得 $Ch(A+BKC)=\{9.82,\ 1.76,\ -1.66\pm j0.79,\ -1.25\}$. 所以 $\mathscr{S}$ 关于 K^* 无固定模，$F_m(\mathscr{S};K^*)=\phi$. 系统 $\mathscr{S}$ 在 K^* 下极点可被配置. 取 $A^{(0)}=A, B^{(0)}=B, C^{(0)}=C, \bar{P}^{(0)}=K$. 有 $\bar{P}^{(0)}(2)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\1&0&2&0\end{bmatrix}$（见定理 1 的证明），$Ch(A^{(0)}+B^{(0)}P^{(0)}(2)C^{(0)})=\{2.36,\ -0.18\pm j0.9,\ 1,\ 0\}$. 所以 $Ch(A^{(0)}+B^{(0)}\bar{P}^{(0)}C^{(0)})\cap Ch^{us}(A^{(0)})=\phi$. 而 $Ch(A^{(0)}+B^{(0)}\bar{P}^{(0)}(2)C^{(0)})\cap Ch^{us}(A^{(0)})=\{0,1\}\neq\phi$，故 $\alpha_1=1$. 令 $\hat{A}^{(1)}=A^{(0)}+B^{(0)}\bar{P}^{(0)}(\alpha_1+1)C^{(0)}$，计算得

$$\hat{A}^{(1)}=\begin{bmatrix}1&1&0&2&0\\1&1&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{bmatrix},$$

则 $Ch(\hat{A}^{(1)})\cap Ch^{us}(A^{(0)})=\{0,1\}\subset M_{co}(\hat{\Sigma}^{(1)})$. 其中系统 $\hat{\Sigma}^{(1)}=((L_{\alpha_1}^TC),\ \hat{A}^{(1)},\ b_{\alpha_1})$，$m_{\alpha_1}=4$. $L_{\alpha_1}=I_4$, $b_{\alpha_1}=b_1=[0,1,1,0,0]^T$. 容易验证，$\hat{\Sigma}^{(1)}$ 为完全能控和完全能观，于是 $M_{co}(\hat{\Sigma}^{(1)})=Ch(\hat{A}^{(1)})$，因为 $\hat{\Sigma}^{(1)}$ 的能观性指标为 2；故可用 $\xi=1$ 阶的动态输出反馈控制器，在集中 IS 下，任意配置 $n+\xi=6$ 阶的闭环系统的极点. 于是，存在 $(1\times1)\times(4+1)$ 维实常数阵 $\hat{P}^{(1)}=\begin{bmatrix}\hat{E}_{11}^{(1)}&\hat{E}_{12}^{(1)}\\\hat{E}_{21}^{(1)}&\hat{E}_{22}^{(1)}\end{bmatrix}$ 及任意被指定的 6 个极点（共轭复数成对地被指定）所组成的集合 $D^{(1)}$，使 $Ch(A^{(1)})=D^{(1)}$. 此处

$$A^{(1)}=\begin{bmatrix}\hat{A}^{(1)}&0\\0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_{\alpha_1}&0\\0&1\end{bmatrix}\hat{P}^{(1)}\begin{bmatrix}L_{\alpha_1}^TC&0\\0&1\end{bmatrix}.$$

令 $D^{(1)}=\{-1\pm j0.5,\ -1.2,\ -1.5,\ -2,\ -2.5\}$，并设 $\hat{E}_{11}^{(1)}=[k_1\ k_2\ k_3\ k_4]$，$\hat{E}_{12}^{(1)}=[q]$，$\hat{E}_{21}^{(1)}=[r_1,r_2,r_3,r_4]$，$\hat{E}_{22}^{(1)}=[s]$，则理想的闭环系统的特征方程为 $f_d(\lambda)=\lambda^6+a_{1d}\lambda^5+a_{2d}\lambda^4+\cdots+a_{5d}\lambda+a_{6d}$. 其中 $a_{1d}=9.2$, $a_{2d}=34.6$, $a_{3d}=68.5$ $a_{4d}=75.8875$, $a_{5d}=45$, $a_{6d}=11.25$，可采用文献 [10] 的方法求解 $\hat{E}_{11}^{(1)}$, $\hat{E}_{12}^{(1)}$, $\hat{E}_{21}^{(1)}$, $\hat{E}_{22}^{(1)}$，但这里采用另外的一种直接求解法. 由计算，得

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1+k_1 & k_2 & k_3 & k_4 & q \\ 0 & 1+k_1 & 1+k_2 & k_3 & k_4 & q \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & s \end{bmatrix}.$$

设 $A^{(1)}$ 的特征方程为 $f_1(\lambda) = \det(\lambda I - A^{(1)}) = \lambda^6 + a_1\lambda^5 + a_2\lambda^4 + \cdots + a_5\lambda + a_6$，于是，得方程组 $a_i = a_{id}(i = 1, 2, \cdots, 6)$. 该方程组是非线性方程组. 由于未知量个数为 10，方程个数为 6，可首先固定 4 个参数. 令 $s = -1, q = 3, k_4 = 3, r_1 = 1$，代入 (2) 式，该方程组变为线性方程组. 解之，得

$$\hat{p}^{(1)} = \begin{bmatrix} -134.5708 & 123.3708 & -2.61666 & 3 & 3 \\ 1 & -57.85139 & -43.04167 & 0.875 & -1 \end{bmatrix}.$$

由 (18) 和 (19) 式，$A^{(1)} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} P^{(1)} \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $Ch(A^{(1)}) = D^{(1)}$，其中

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} K^{(1)} & Q^{(1)} \\ R^{(1)} & S^{(1)} \end{bmatrix},$$

$$K^{(1)} = \bar{P}^{(0)}(2) + \begin{bmatrix} \hat{E}_{11}^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -134.5708 & 123.3708 & -2.61666 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q^{(1)} = \begin{bmatrix} \hat{E}_{12}^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S^{(1)} = \hat{E}_{22}^{(1)} = [-1],$$

$$R^{(1)} = \hat{E}_{21}^{(1)} L_{a_1}^T = \hat{E}_{21}^{(1)} = [1, -57.85139, -43.04167, 0.875].$$

故，取 $\xi_1 = 1, \xi_2 = 0, \xi = 1$，于是

$$Q = Q^{(1)} \in \mathscr{R}(Q^*), \quad K = K^{(1)}$$
$$R = R^{(1)} \in \mathscr{R}(R^*), \quad R^* = R_1^{*(1,0)} K_1^*,$$
$$S = S^{(1)} = [-1] \in \mathscr{R}(S^*).$$

最后，得配置系统 $\mathscr{S}$ 的控制器为 $\mathscr{C}$

$$\mathscr{C}: \begin{cases} \dot{\xi} = -\xi + Ry, \\ u = Q\xi + Ky. \end{cases}$$

显然，$\mathscr{C}$ 是在 IS K^* 下的控制器. 不难验证，闭环系统的全体极点是 $\{-1 \pm j0.5, -1.2, -1.5, -2, -2.5\}$.

作者感谢蒋慰孙教授的热忱帮助和指导.

参　考　文　献

[1] Davison, E. J. and U. Ozguner, Synthesis of the Decentralized Robust Servomechanism Problem Using Local Methods, *IEEE Trans. Automat. Contr.* AC-**27**(1982), 583—599.

[2] Wang, S. H. and Davison, E. J., On the Stabilization of Decentralized Control System, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, AC-**18**(1973), 473—478.

[3] Wenk, C. J. and Kanpp, C. H., Parameter Optimization in Linear Systems with Arbitrarily Constrained Controller Structure. *IEEE Trans. Automat. Control.*, AC-**25**(1980), 496—500.

[4] 邝 硕、刘玉生，大系统分散稳定的一种算法，自动化学报，**11**(1985)，No. 1,63—70.
[5] 胡仰曾、蒋慰孙，The Economical Output Feedback Stabilization Problem of Linear Multivariable Systems. A Bridge Between Control Science and Technology, Proceedings of the Ninth Triennial World Congress of IFAC, **1**(1984),239—244.
[6] 胡仰曾，关于一般控制信息结构多变量系统固定模特征的研究，华东化工学院学报，1984 年，第 2 期，183—196.
[7] 胡仰曾，控制系统经济结构综合的新方法及计算机辅助设计，自动化学报，**11**(1985)，增刊第 1 期，55—63.
[8] 胡仰曾，蒋慰孙，关于经济信息结构综合方法的研究，自动化学报，**13**(1987)，No. 1,16—23.
[9] Liu R. and Suen, L. C., Minimal Dimension Realization and Identifibility of Input-output Sequencess. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, AC-**22**(1977), 227—232.
[10] Brash, F. M. and Pearson, J. B., Pole Placement Using Dynamic Compensators. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, AC-**15**(1970), 34—43.

STABILIZATION AND POLE ASSIGNMENT OF THE SYSTEM UNDER GENERAL CONTROL INFORMATION STRUCTURE

HU YANGZENG
(East China Institute of Chemical Technology)

ABSTRACT

By means of the centralized matrix of structural matrix, the existance conditions and the synthesis method of the output feedback controller for stabilization and pole assignment of the system under a given general IS (or economical IS) are obtained, and the indirect method proposed in [1] which convert the given CIS into the block diagonal form can be avoided. A numerical example is given for illustration.

《知识表达读物》(Readings in Knowledge Representation)

该书由罗·布拉奇曼 (R. Brachman)，赫·列文斯克 (H. Levesque) 编. Morgan Kaufman Publishers, Inc. 于 1985 年出版. 全书共 571 页. 人工智能的一个重要目的是用计算机对知识进行表达、加工、推理及学习. 因此研究如何表达各种知识是一个很重要的课题. 廿余年来在这个领域的研究中，人们提出了种种不同的方法及建议，但至今尚没有一种方法显示出绝对的优越性. 因此编者收入了最有影响的各流派的代表性论文共三十一篇. 目的是为有志于从事这方面研究的，且对 AI 有一般性了解的大学毕业生提供一本原始资料集. 书后还附有一囊括 338 篇有关知识表达的论文及著作一览目录.

(庞真)