

故障自治系统的构想

夏国洪

(北京遥感设备研究所)

摘 要

本文提出了一种故障自治系统的基本构想:即根据系统先验信息和某些状态或参数的观测,计算滤波残差和故障特征矩阵,构造能分离故障的投影算子(DPO)。由故障探测分离逻辑判断系统运行是否正常,分离确立故障发生的 P 位,补偿由故障所造成的影响,使系统具有自动诊断治理故障的能力。

本文给出了DPO算子产生的方法,论证了存在的充要条件。为了减少计算量和保持滤波器在系统运行正常时的最佳性和在有故障时对不期望变化的灵敏性,本文提出了一种故障开关滤波器。数字计算结果显示了这些方法的有效性。

一、引 言

任何系统特别是空间飞行器、核电站等复杂系统,总难免发生故障,如不及时发现和
处理,轻则影响正常工作,重则导致物毁人亡。因此要求系统能具备故障自诊治的功能,
即能监视系统运行;能确定故障的位置;能补偿故障造成的影响。

过去多采用“硬件冗余”提高系统的可靠性和安全性。这种系统具有一定的识别和置
换能力,但是设备多、成本高。近年来,由于计算机广泛用于控制系统,由此可用“软件冗
余”来减少硬件冗余度,改善系统设计,提高系统精度和可靠性,使系统在运行中具有自主
处理故障的能力。七十年代以来,这一技术在国外受到极大重视^[1]。

本文研究了同时探测分离和补偿的投影算子法,与现在广为应用的广义似然比检验
法^[2]和序贯概率比检验法^[3]等比较,具有以下特点:能同时探测、分离和估计故障;故障可
为任意的时间函数;滤波器具有在无故障情况下的最佳性和在故障情况下对不期望变化
的灵敏性。

二、故障的探测和分离

考虑一线性动力学系统,理想的数学模型为IS:

$$x_0(k+1) = \Phi(k+1, k)x_0(k) + B(k)u(k) + \Gamma(k)\omega_0(k), \quad (1)$$

$$y_0(k+1) = H(k+1)x_0(k+1) + n_0(k+1). \quad (2)$$

式中, $x_0(k) \in \mathbf{R}^n$, $u(k) \in \mathbf{R}^s$ 和 $y_0(k) \in \mathbf{R}^m$ 分别为系统(IS)的状态、输入和输出矢

量; $\omega_0(k)$ 和 $n_0(k)$ 分别为 (IS) 的模型误差和观测噪声, 假定它们是数学期望为零的高斯白噪声, 其统计特性为

$$\begin{aligned} E[\omega_0(k)] &= E[n_0(k)] = 0, \\ E[\omega_0(k)\omega_0^T(j)] &= Q_0(k)\delta_{kj}, \\ E[n_0(k)n_0^T(j)] &= R_0(k)\delta_{kj}. \end{aligned} \quad (3)$$

式中 E 表示数学期望, T 为转置.

又设可能发生故障的实际系统为 (TS):

$$x(k+1) = x_0(k+1) + E_1(k+1)e_1(k+1), \quad (4)$$

$$y(k+1) = y_0(k+1) + E_2(k+1)e_2(k+1). \quad (5)$$

式中 $e_1(k) \in \mathbf{R}^p$ 和 $e_2(k) \in \mathbf{R}^l$ 分别为系统故障矢量和观测故障矢量, $E_1(k)$ 和 $E_2(k)$ 表征故障方向矩阵, 其维数分别为 $(n \times p)$ 和 $(m \times l)$.

对系统 (IS) 采用卡尔曼滤波, 得滤波残差

$$r_0(k) = y_0(k) - H(k)\hat{x}_0(k/k-1). \quad (6)$$

式中 $y_0(k)$ 和 $\hat{x}_0(k/k-1)$ 分别为 (IS) 的观测值和状态矢量的一步卡尔曼滤波预测估值.

卡尔曼^[4]已证明, 残差 $r_0(k)$ 是数学期望为零的高斯白噪声. 一旦故障出现, (IS) 便变成 (TS). 如果仍执行正常的卡尔曼滤波, 其残差为

$$r(k) = m(k) + r_0(k). \quad (7)$$

式中 $m(k)$ 是数学期望, 可推得如下:

$$m(k) = \begin{cases} \sum_{j=\theta_1}^k g_1(k, j)e_1(j) & \text{(系统故障),} \\ \sum_{j=\theta_2}^k g_2(k, j)e_2(j) & \text{(观测故障),} \\ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=\theta_i}^k g_i(k, j)e_i(j) & \text{(系统与观测均发生故障).} \end{cases} \quad (8)$$

式中 θ_i 表示故障发生的时间; $g_i(k, j)$ 为脉冲响应函数矩阵, 表示 j 时刻发生的单位脉冲型故障对 k 时刻 ($k \geq j$) 残差所产生的影响. $g_i(k, j)$ 可用下列递推公式计算^[5],

$$\begin{aligned} g_1(k, j) &= H(k)S_1(k, j), \quad S_1(j, j) = E_1(j), \\ S_1(k, j) &= \Psi(k)S_1(k-1, j). \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{而} \quad g_2(k, j) &= -H(k)S_2(k, j), \quad g_2(j, j) = E_2(j), \\ S_2(k, j) &= \Psi(k)S_2(k-1, j), \quad k \geq j+2, \\ S_2(j+1, j) &= \Phi(j+1, j)K(j)E_2(j). \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{式中} \quad \Psi(k) = \Phi(k, k-1)[I - K(k-1)H(k-1)]. \quad (11)$$

定义一个残差序列矢量

$$\begin{aligned} \eta(k) &\triangleq [r^T(\theta)r^T(\theta+1)\cdots r^T(k)]^T \\ &= G_i(k)v_i(k) + \eta_0(k), \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{式中} \quad \eta_0(k) \triangleq [r_0^T(\theta)r_0^T(\theta+1)\cdots r_0^T(k)]^T, \quad (13)$$

$$v_i(k) \triangleq [e_i^T(\theta) e_i^T(\theta+1) \cdots e_i^T(k)]^T, \quad (14)$$

$$G_i(k) = \begin{pmatrix} g_i(\theta, \theta) & 0 & \cdots & 0 \\ g_i(\theta+1, \theta) & g_i(\theta+1, \theta+1) & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_i(k, \theta) & g_i(k, \theta+1) & \cdots & g_i(k, k) \end{pmatrix}. \quad (15)$$

由式(12)–(15)可见,残差序列矢量 $\eta(k)$ 包含了有关故障的所有信息,例如故障出现时间、故障来源、故障大小和方向等.但是这些信息混杂在一起,且未知,所以很难将它们分离开.本文提出的投影算子法的基本思想是:找一对投影算子 $P_1(k)$ 和 $P_2(k)$,当它们分别作用于残差序列矢量 $\eta(k)$ 上时,能产生四种不同结果,即

1) 系统运行正常,如果

$$E[P_1(k)\eta(k)] = 0, \quad E[P_2(k)\eta(k)] = 0; \quad (16)$$

2) 系统发生故障,如果

$$E[P_1(k)\eta(k)] = 0, \quad E[P_2(k)\eta(k)] = m_2(k) \neq 0; \quad (17)$$

3) 观测发生故障,如果

$$E[P_1(k)\eta(k)] = m_1(k) \neq 0, \quad E[P_2(k)\eta(k)] = 0; \quad (18)$$

4) 系统和观测均出故障,如果

$$E[P_1(k)\eta(k)] = m_1(k) \neq 0, \quad E[P_2(k)\eta(k)] = m_2(k) \neq 0. \quad (19)$$

显然,以上四种情况正好构成了故障的探测分离的逻辑.根据此逻辑,不仅能探测故障的有无,确定故障发生的时间,而且可给故障分离定位.

构成投影算子的方法很多,本文将利用 $G_i(k)$ 形成正交投影算子

$$P_i(k) = I - G_i(k)G_i^+(k). \quad (20)$$

式中“+”表示广义逆中的一种.我们称具备探测分离逻辑的投影算子为故障可分离算子(DPO).

三、DPO 的存在条件和产生

1. DPO 的存在条件

首先定义一个“行间关系相同”(CRD)的概念.

定义. 将任意两个行数相同的矩阵 $G_1(k)$ 和 $G_2(k)$ 分别分解成两个满行和满列秩因子阵之积.

$$G_1(k) = C_1(k)D_1(k), \quad G_2(k) = C_2(k)D_2(k).$$

式中 $C_1(k)$ 和 $C_2(k)$ 分别是 $m \times s_1$ 和 $m \times s_2$ 的满行秩阵; $D_1(k)$ 和 $D_2(k)$ 分别是 $s_1 \times n_1$ 和 $s_2 \times n_2$ 的满列秩阵.若 s_1 和 s_2 均小于 m ,且下列关系式成立,

$$C_1(k) = \lambda C_2(k) \quad (\lambda \text{ 是非零标量}).$$

那末我们称 $G_1(k)$ 和 $G_2(k)$ 是“行间关系相同”(CRD).

定理一. DPO 存在的充要条件是: 1) $G_1(k)$ 和 $G_2(k)$ 中没有一个是满行秩的; 2) $G_1(k)$ 和 $G_2(k)$ 不是 CRD.

证明。(先证充分性,证明中省略时间 k)。由(12)式显见,当系统运行正常,即 $v_i = 0$, 那末无论投影算子 P_i 取什么,当作用于 η 时有

$$E[P_i\eta] = E[P_i\eta_0] = 0.$$

根据广义逆的一个基本性质

$$G_i G_i^+ G_j = \begin{cases} G_i, & i = j, \\ G_i G_i^+ G_j, & i \neq j, \end{cases}$$

则有

$$P_i \eta = \begin{cases} P_i \eta_0, & i = j, \\ P_i [G_j v_j + \eta_0], & i \neq j. \end{cases}$$

由于 G_1 和 G_2 中没有一个满行秩的,所以 $G_i G_i^+ \neq I$, 即 $P_i \neq 0$; 又由于 G_1 和 G_2 不是 CRD, 即 G_1 和 G_2 的因子阵满足

$$D_1 D_1^+ = D_2 D_2^+ = I, \quad C_1 \neq \lambda C_2.$$

这就意味着

$$G_1 G_1^+ = C_1 D_1 D_1^+ C_1^+ = C_1 C_1^+ \neq C_2 C_2^+ = G_2 G_2^+.$$

即

$$P_1 = I - G_1 G_1^+ \neq I - G_2 G_2^+ = P_2.$$

由以上各式,易知

$$E[P_i \eta] = \begin{cases} 0, & i = j, \\ P_i G_j v_j \neq 0, & i \neq j. \end{cases}$$

故 P_1 和 P_2 是满足故障探测分离逻辑的。

证明必要性。

假定投影算子 P_i 具有

$$E[P_i \eta] = \begin{cases} 0, & i = j, \\ P_i G_j v_j \neq 0, & i \neq j. \end{cases}$$

在 $G_j \neq 0$ 和 $i \neq j$ 条件下,欲使 $P_i G_j$ 非零的条件是: 1) $P_i \neq 0$, 即 G_i 不是满行秩; 2) P_i 与 G_j 不正交, 即

$$G_i G_i^+ G_j \neq G_j.$$

因为 $G_i = C_i D_i$, $G_i^+ = D_i^+ C_i^+$, $D_i D_i^+ = I$, 所以上式可变成 $C_i C_i^+ C_j \neq C_j$.

易知上式成立的条件是

$$C_1 \neq \lambda C_2 \quad (\text{即 } G_i \text{ 不是 CRD}). \quad (\text{证毕})$$

2. DPO 的产生

由定理一可知 DPO 的存在取决于故障特征矩阵, 而故障特征矩阵是系统结构矩阵 $\Phi(k+1, k)$, $B(k)$, $H(k)$, 滤波增益 $K(k)$ 和故障类型的光验信息的函数。DPO 的产生粗略可分为下列两种情况:

1) 假定故障是大小未知的脉冲函数

这是一种简单而又常用的情况, 它既易于处理, 又便于推广到一般情况。此时残差公式为

$$r(k) = g_i(k, j) e_i + r_0(k), \quad i = 1, 2,$$

式中 $r_0(k)$ 为正常时的残差; e_1 和 e_2 分别为系统故障和观测故障; $g_i(k, \theta)$ 为脉冲响应函数。

① 系统脉冲型故障情况

$$g_1(k, j) = H(k)S_1(k, j), \quad S_1(j, j) = E_1(j), \\ S_1(k, j) = \Psi(k)S_1(k-1, j).$$

② 观测脉冲型故障情况

$$g_2(k, j) = -H(k)S_2(k, j), \quad g_2(j, j) = E_2(j), \\ S_2(k, j) = \Psi(k)S_2(k-1, j), \\ S_2(j+1, j) = \Phi(k+1, k)K(j).$$

滤波残差序列矢量的通式可表示为

$$\eta(k) = G_1(k, j) \otimes e_1 + G_2(k, j) \otimes e_2, \\ G_i(k, j) = \begin{pmatrix} g_i(k-m, j) \\ g_i(k-m+1, j) \\ \vdots \\ g_i(k, j) \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2.$$

2) 假定故障是任意的时间函数

在此情况, 如果同时发生的故障数目大于观测矩阵的维数, 且观测矩阵又是满行秩时, DPO 是不存在的. 因此需要附加一些(至少一个)相关测量, 使故障特征矩阵不是 CRD. 如果同时发生的故障数目小于观测矩阵的维数, 则可用一种局 P 探测筛选的方法, 即将 $E_i(k)$ 分成若干个子阵, 使每个子阵与 $H(k)$ 阵之积为非满秩, 这样便可产生数个子 DPO, 从而可将故障分离定位在某个局部.

四、故障影响的补偿

根据最佳控制理论和分离原理, 如果系统是线性和定常的, 则其最佳控制律为

$$u(k) = -K_u(k)\hat{x}(k).$$

这里 $K_u(k)$ 为最佳控制增益, $\hat{x}(k)$ 为系统的状态估值. 当故障发生后, 系统就不确定了, 因此原控制规律就必须作相应的变化. 由于篇幅所限, 这里不涉及控制增益的选取, 而只考虑故障矢量 $v(k)$ 和状态矢量 $x(k)$ 的估值.

1) 故障矢量的估计

故障被分离后, 根据(12)式, 残差序列与故障矢量之间的关系是确定的. 因此, 利用最小二乘法, 便可获得故障矢量 $v(k)$ 的估值

$$\hat{v}(k) = [G^T(k)G(k)]^{-1}G^T(k)\eta(k) = P^\perp(k)\eta(k). \quad (21)$$

式中 $P^\perp(k) = [G^T(k)G(k)]^{-1}G^T(k)$, 在产生 DPO 中已经计算.

2) 状态矢量的估计

为了减少计算机的计算量和贮存量, 同时保持滤波器在无故障时的最佳性和有故障时对不期望变化的灵敏性, 本文将给出一种开关滤波器.

$$\hat{x}(k+1/k) = \Phi(k+1, k)\hat{x}(k/k) + E_1(k)\hat{e}_1(k), \quad (22) \\ \hat{x}(k+1/k+1) = \hat{x}(k+1/k) + K(k+1)[y(k+1) \\ - H(k+1)\hat{x}(k+1/k)]$$

$$- E_2(k+1)e_2(k+1)]. \quad (23)$$

式中, $K(k)$ 是故障情况下的卡尔曼滤波增益, 具有开关作用, 由下述定理给出.

定理二. 对于可能出现故障的系统 (TS), 其最佳滤波增益可给出

$$K(k) = F(\nu) \begin{pmatrix} K_0(k) \\ H^+(k) \end{pmatrix}. \quad (24)$$

式中, $F(\nu)$ 是一个故障开关函数

$$F(\nu) = \begin{cases} [I_n \ 0], & \nu = 0, \\ [I_n \ f(\nu)], & \nu \neq 0, \\ [0 \ I_n], & \nu \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (25)$$

$$\text{这里 } f(\nu) = (B^{-1}A + I_n)^{-1}A^{-1}, \quad (26)$$

$$A = I_n + P_0(k/k-1)H^T(k-1)R_0^{-1}(k-1)H(k-1),$$

$$B = \mu(\nu)H^T(k)R_0^{-1}(k-1)H(k-1), \quad (27)$$

$$\mu(\nu) = E[G(k)\nu(k)\nu^T(k)G^T(k)].$$

式中 $K_0(k)$, $P_0(k/k-1)$ 和 $R_0(k)$ 分别为无故障情况下的卡尔曼滤波增益和误差协方差阵.

证明. 系统运行不正常时, 其估值误差

$$\tilde{x}(k) = x(k) - \hat{x}(k/k-1) = \tilde{x}_0(k) + G(k)\nu(k). \quad (28)$$

根据误差协方差定义得

$$P_0(k/k-1) \triangleq E[\tilde{x}_0(k)\tilde{x}_0^T(k)], \quad (29)$$

$$P(k/k-1) \triangleq E[\tilde{x}(k)\tilde{x}^T(k)] = P_0(k/k-1) + \mu(\nu). \quad (30)$$

滤波增益阵是

$$K(k) = P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R_0(k)]. \quad (31)$$

为简化起见, 省写时间变量 k , 并在上式两边同乘以矩阵 H , 整理后得

$$KH = (I_n + PH^T R_0^{-1}H)^{-1}PH^T R_0^{-1}H = I_n - A^{-1}. \quad (32)$$

将式(30)代入式(32), 整理后得

$$\begin{aligned} KH &= I_n - [I_n + P_0H^T R_0^{-1}H + \mu(\nu)H^T R_0^{-1}H]^{-1} \\ &= I_n - A^{-1} + f(\nu) = K_0H + f(\nu). \end{aligned} \quad (33)$$

其中 $f(\nu)$ 由式(26), (27)确定.

由式(33)可推得

$$\begin{aligned} K &= K_0 + f(\nu)H^+ = [I_n \ f(\nu)] \begin{pmatrix} K_0 \\ H^+ \end{pmatrix} \\ &= F(\nu) \begin{pmatrix} K_0 \\ H^+ \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (34)$$

根据式(26), (27)易见, 如果无故障, 即 $B = 0$, 则 $f(\nu) = 0$; 如果故障的大小比模型误差和观测噪声大得多, 即 $\nu \rightarrow \infty$ 或 $B^{-1} \rightarrow 0$, 则 $f(\nu) \rightarrow A^{-1}$, 将其代入式(33)得

$$K = H^+, \quad \nu \rightarrow \infty. \quad (35)$$

故故障开关函数 $F(\nu)$ 可写成(25)式. (证毕)

上面介绍的故障探测、分离定位和补偿的思想如在系统中同时实现, 系统就构成了一

种所谓“故障自治系统”。这种系统大致由三部分组成：系统和观测，卡尔曼滤波器和故障诊断器（见图 1）。其工作原理是：对系统状态进行观测，经卡尔曼滤波产生残差，再根据故障特征矩阵产生 DPO，由 DPO 来探测、分离和估计故障，用故障开关函数决定是否修正滤波增益 $K(k)$ ，控制增益 $K_u(k)$ 和系统状态 $x(k)$ 。当故障被探测后， $F(v)$ 接通，修正控制指令，补偿由于故障所造成的误差，或进行自修复。

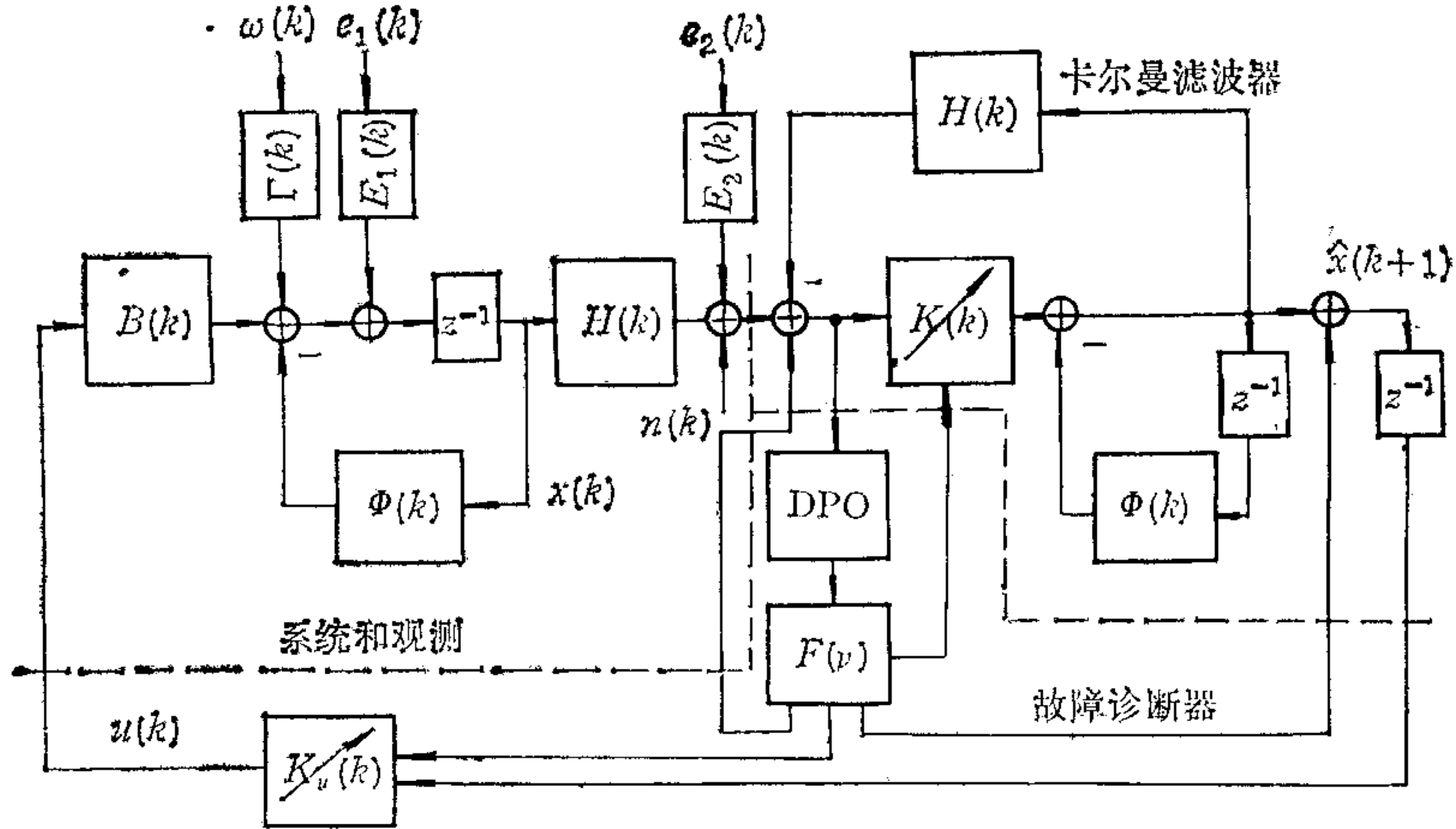


图 1

五、例 题

为了检验这种方法的有效性，现考虑一个简单的时不变线性系统

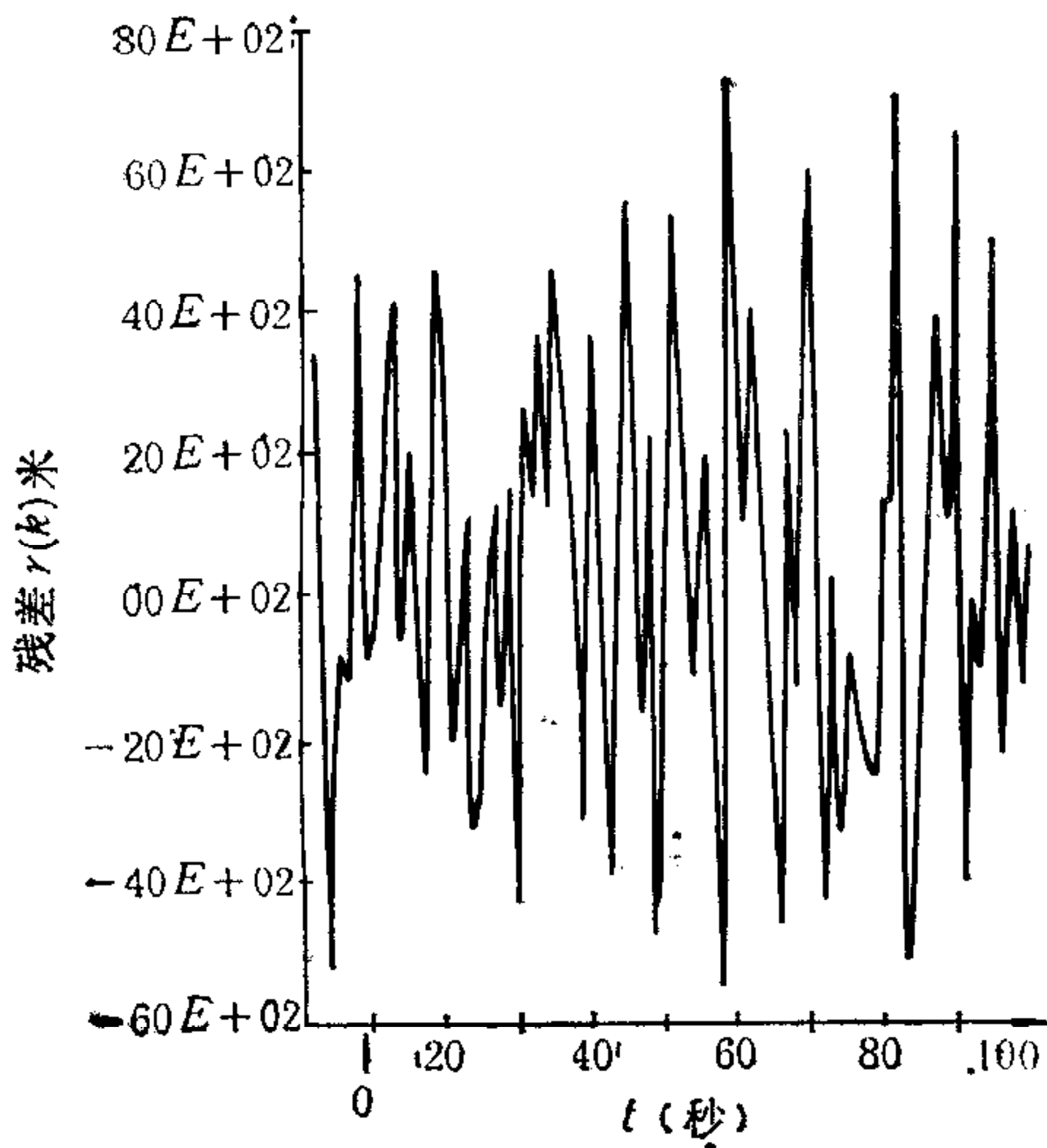


图 2

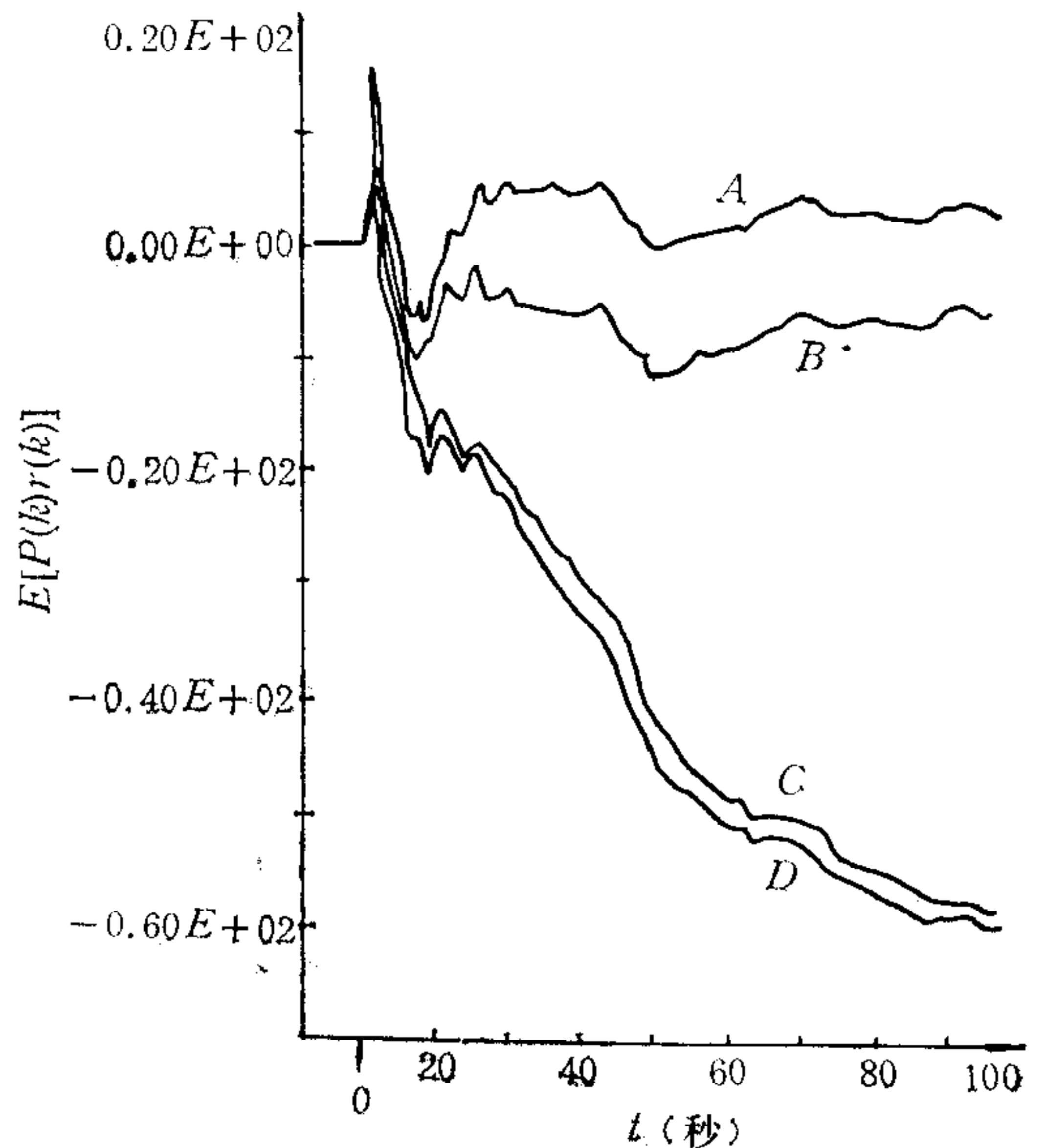


图 3

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + \omega(k) + e_1(k+1), \\y(k+1) &= Hx(k+1) + n(k+1) + e_2(k+1).\end{aligned}$$

式中,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad H = (1 \ 0),$$

$$Q_0 = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}, \quad R_0 = 625 (\text{米}^2),$$

$$x_1(0) = 15000 \text{ 米}, \quad x_2(0) = 420 \text{ 米/秒}.$$

假定该系统开始正常,10 秒时系统中出现一脉冲型故障 $e_{12} = 10$ 米/秒. 用 PDP-11 作了仿真计算,得残差 $r(k)$ 见(图 2). 从图中很难判断是否发生故障,更难确定故障的类型、大小和方向. 但是利用上述方法,产生四个 DPO: 系统脉冲型 $P_A(k)$, 系统阶跃型 $P_B(k)$, 观测脉冲型 $P_C(k)$, 观测阶跃型 $P_D(k)$. 将这四个 DPO 作用于残差序列后,得到四个一致性矢量序列(图 3). 可以看到只有 $A = P_A(k)\eta(k)$ 接近零. 由此可断定故障是脉冲型的,发生在系统状态第二个分量,其大小是 $\hat{e}_{12} = 9.86$ 米/秒.

参 考 文 献

- [1] Isermann, R., Process Fault Detection Based on Modeling and Estimation Methods—A Survey, *Automatica*, 20(1984), 387—404.
- [2] Willsky, A. S., and Jone, H. L., A Generalized Likelihood Ratio Approach to State Estimation of Jumps in Linear Systems, *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, AC-21(1976), 108—112.
- [3] Newbold, P. M., and Ho, Y. C., Detection of Changes in the Characteristics of a Gauss-Markov Process, *IEEE Trans. Aerosp. Eelec. Syst.* AES-4(1968), 707—718.
- [4] Kalman, R. E., and Bucy, R. S., New Results in Linear Filtering and Prediction Theory, *Trans. ASME, J. Basic Engrg., ser. D.* 83(1961), 95—108.
- [5] Xia, G. H., and Stubberud, A. R., Projection Operations for Failure Detection and Isolation, Proc. IEEE Conf. Decision and Control, (1982), 708—711.

CONCEPTION OF FAILURE SELF-DIAGNOSIS SYSTEM

XIA GUOHONG

(Beijing Institute of Remote Sensing Equipment)

ABSTRACT

A basic conception of a so-called failure self-diagnosis system is presented in this paper, i.e. based on a priori information and measurements of some states and parameters of a system, the residual and failure signature matrix are computed by a computer so as to form the distinguishable projection operators (DPO). Failure detection and isolation logic is used to determine if the system is operating in order and the locations of the failure and to compensate the effect of the failure. So the system possesses the capability of failure autodiagnosis.

The sufficient and necessary conditions for the existence DPO have been proved and the method to generate DPO is given. A failure switch filter is presented. Thus, computation can be reduced, and the filter is kept in optimum condition when the system is in normal case and it is more sensitive to unexpected changes in case of failure. The digital computation results show the effectiveness of these methods.