

一类不确定参数系统的多模型 自适应控制

何文光

(中国科学院成都计算机应用研究所)

摘 要

本文为一类不确定参数的双时延系统提出了一种多模型自适应控制方法。所讨论的问题包括系统结构、控制器库、模型库和控制算法设计。

一、引 言

多模型自适应控制 (MMAC) 是以系统的多重模型表示为基础进行控制器设计, 被认为是适用于不确定参数系统控制问题的有效途径之一。借助多重模型描述系统的思想是 D. G. Lainiotis 在 1969 年提出的^[1], 文献[2—8]反映了有关这种方法的主要成果。本文针对一阶双时延这类对象提出了一种 MMAC 系统的工程设计途径, 讨论了对象参数空间分割、控制器库、模型库和控制算法。

二、系统结构

一个 MMAC 系统要求能适应被控对象参数的差异, 能根据实际对象特性自动修正控制规律。为此可选定一个能充分覆盖对象特性变化范围的参数空间, 并通过适当分割, 得到若干子空间。针对各子空间建立模型和设计控制器, 所得到的模型和控制器构成系统的模型库和控制器库。在模型库中与对象特性匹配最好的模型定为匹配模型, 与匹配模型对应的控制器作为产生控制变量的主控制器。系统为了实时确定匹配模型和主控制器, 需要建立一个自适应机构。根据上述设想, 得到如图 1 所示的系统结构。

该系统由两个回路组成。外回路用来实现基本的闭环控制, 内回路实现自适应功能。它以控制器输出加权的形式产生控制变量, 用模型输出与系统输出之间的残差近似度量模型与对象的匹配程度, 根据所得的残差修正加权因子。考虑到在工业过程和生物医学工程等领域中较普遍地存在着一阶时延或一阶双重时延特性, 本文讨论的方法将针对如下对象模型:

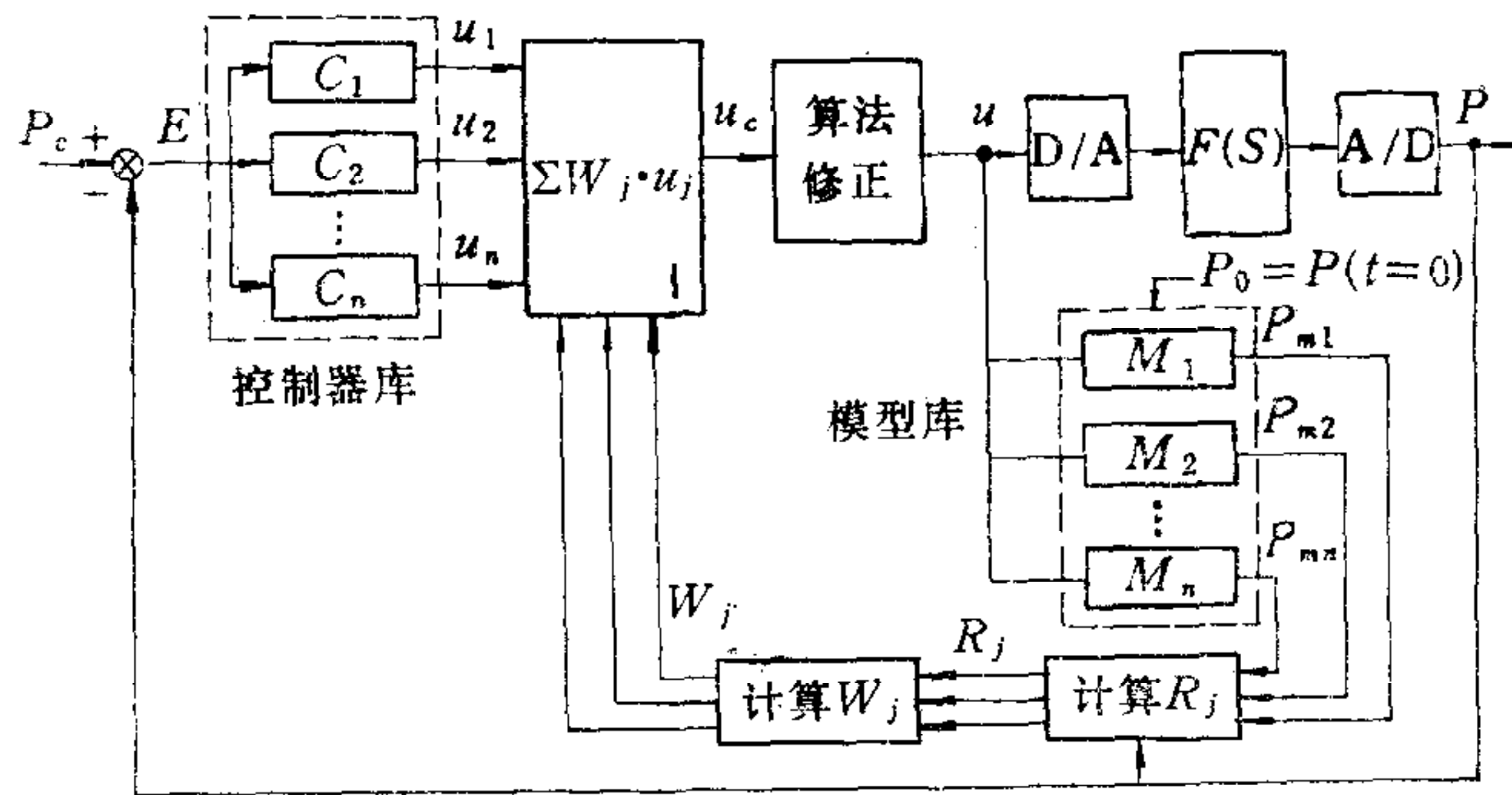


图 1 系统结构

$$F(s) = \frac{P(s)}{U(s)} = \frac{Ge^{-T_i s}(1 + \alpha e^{-T_c s})}{\tau s + 1} \quad (1)$$

(1)式中的参数可能在某一范围内变化,且无法先验地确定. 系统的性能指标选用超调量和过渡过程时间,同时要求满足对阶跃输入无静差.

三、控制器库设计

根据第二节的设想,可以考虑,对于一个给定的对象,系统的响应主要受主控制器支配,其余控制器的作用可忽略. 这一假设导致图 1 的系统结构简化(见图 2). 显然上述简化处理只在自适应机构的加权因子已收敛的条件下才是正确的. 如何克服简化带来的误差将在第五节算法修正部分讨论. 由于采样周期可以相对于对象时间常数足够短,所以连续系统的直接数字化对本设计目的是有效的.

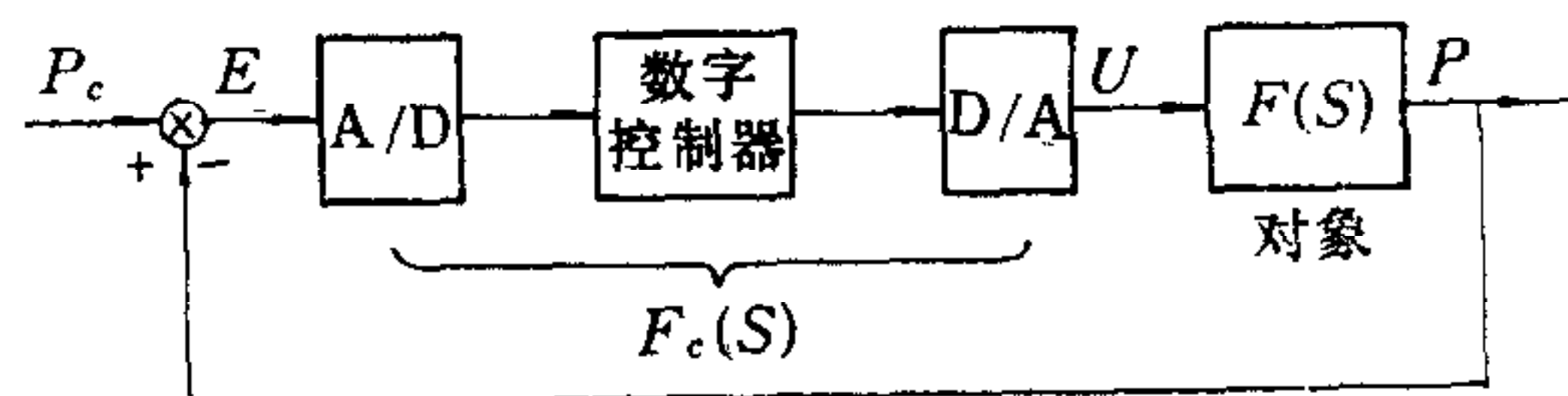


图 2 简化模型

设 $T(s)$ 为简化模型的期望闭环传函,则控制器可表成:

$$F_c(s) = \frac{1}{F(s)} \frac{T(s)}{1 - T(s)}, \quad (2)$$

其中 $F(s)$ 由(1)式确定. 选择 $T(s)$ 要求满足以下条件: 不导致 $F_c(s)$ 出现超前环节,使系统对阶跃输入无静差. 为此, $T(s)$ 被选为

$$T(s) = \frac{1}{1 + \alpha} \frac{e^{-T_i s}(1 + \alpha e^{-T_c s})}{\frac{\lambda}{1 + \alpha} s + 1} \quad (3)$$

其中 λ 是与闭环时间常数有关的调整参数, T_i, T_c, α 是(1)式的参数.

将(1)、(3)式代入(2)式,并采用文献[9]中的近似步骤,即可得到控制器的结构为

$$F_c(s) = G_c \left(1 + \frac{1}{\tau_c s} \right), \quad (4)$$

其中, $\tau_c = \tau,$ (5)

$$G_c = \frac{\tau}{G[\lambda + (1 + \alpha)T_i + \alpha T_c]}. \quad (6)$$

(6)式的参数 λ 可根据系统的过渡过程时间指标 t_s 估算,为此定义 t_s 如下:

$$\left| 1 - \frac{P(t)}{P_c(t)} \right|_{t \geq t_s} \leq (1 - C), \quad (7)$$

其中 C 是小于 1 的常数, P 和 P_c 是系统的输出和输入.

从(3)式对阶跃的响应可求得:

$$C = 1 - \left(\frac{1}{1 + \alpha} \right) e^{-\frac{1 + \alpha(t_s - T_i)}{\lambda}} (1 + \alpha e^{\frac{1 + \alpha T_c}{\lambda}}). \quad (8)$$

虽然上式已建立 λ 与过程参数和系统指标之间的关系,但工程计算仍不方便. 如果满足

$$\lambda \gg (1 + \alpha)T_c,$$

则由(8)式可导出计算 λ 的近似表达式:

$$\lambda \doteq - \frac{(1 + \alpha)(t_s - T_i)}{\ln(1 - C)}. \quad (9)$$

为了借助(5)、(6)、(9)式来计算控制器参数,需要先确定对象参数的取值范围,这导致参数空间分割. 如果按照一个控制器负责一个子空间的“分区控制”来设计系统,则可用系统指标和控制器对参数变化的适应能力作为决定子空间范围的条件. 据此,提出以下设计步骤: 第一,通过计算机仿真调查对于(4)式这种控制器,哪些参数必须分割. 第二,将无需分割的参数凝固,并取被分割参数的最小值作为第一子空间的下限,根据(5)、(6)、(9)式计算控制器参数. 第三,根据相位裕量指标,计算该控制器能适应的参数子空间的上限. 然后将求得的上限值作为下一个子空间的下限,重复上述第二、三步骤,直至覆盖参数的最大值为止.

仿真结果表明,增益 G 对系统性能影响最大,其次是主时延 T_i . 因此曾考虑过两种分割方案. 第一种是只分割 G ,第二种是 G 和 T_i 都分割. 作进一步仿真比较得到,在模型数量相等的情况下,第一方案实现的系统指标优于第二方案,所以下面将按第一方案导出计算控制器参数的公式. 如果有系统要求用第二分割方案时,可预先等分 T_i ,然后对每个 T_i 的子区间应用单参数分割方法.

设子空间 j 的增益上、下限为 G_{j+1} 和 G_j ,将 t_s 、 G_j 和凝固参数 τ_0 、 T_{i0} 、 T_{c0} 、 α_0 之值代入(5)、(6)、(9)式得到

$$\tau_{cj} = \tau_0, \quad (j = 1 \cdots n), \quad (10)$$

$$G_{cj} = \frac{\tau_0}{G_j[\lambda + (1 + \alpha_0)T_{i0} + \alpha_0 T_{c0}]}, \quad (j = 1 \cdots n), \quad (11)$$

其中 n 是子空间数.

为了估算 G_{j+1} 之值,考虑对象参数 $G = G_{j+1}$, $\tau = \tau_0$,略去 T_c 的影响(因为通常 α 都

显著小于 1), 得到系统开环传函为

$$\frac{G_{c_j} G_{j+1} e^{-T_i s} (1 + \alpha)}{\tau_0 s}$$

它的最小相位裕量是

$$\min[PM] = \frac{\pi}{2} - \frac{(1 + \alpha_0) G_{c_j} T_{i_0} \max[G_{j+1}]}{\tau_0} \quad (12)$$

根据(11)、(12)式可推出增益分割公式:

$$\frac{G_{j+1}}{G_j} = \frac{\{0.5\pi - \min[PM]\}[\lambda + (1 + \alpha_0)T_{i_0} + \alpha_0 T_{c_0}]}{(1 + \alpha_0)T_{i_0}} = A, \quad (13)$$

$$G_{n+1} = A^n G_1, \quad (14)$$

其中 n 是子空间数, $G_1 = G_{\min}$, $G_{n+1} \geq G_{\max}$. 考虑到最坏的可能性, (13)式中的 T_{i_0} 和 α_0 应取上限值.

四、模型库设计

由于第三节设计的控制器具有固定的参数, 并且对各自子空间内的任何对象都是有效的, 所以系统在确定主控器时, 只需要辨识被控对象属于哪个子空间即可. 为此, 给每个子空间建立一个模型, 通过模型特性与对象特性之间的比较进行模型分类, 其中差异最小的模型作为匹配模型, 用来代表对象所在的子空间.

为了实现正确的模型分类, 要求模型和对象有相同的结构, 而且模型参数应当与子空间参数相匹配. 于是得到模型传函为

$$P_{m_j}(s) = \frac{G_{m_j} e^{-T_{m_j} s} (1 + \alpha_{m_j} e^{-T_{c_j} s})}{\tau_{m_j} s + 1}, \quad (j = 1 \cdots n). \quad (15)$$

根据第三节的参数分割方案, 除增益以外, 其余对象参数未作分割, 所以与它们对应的模型参数可取相同的值. 先选择 $\tau_{m_j} = \tau_0$, $T_{c_j} = T_{c_0}$, $\alpha_{m_j} = \alpha_0$, 其中 τ_0 , T_{c_0} , α_0 是设计控制器时用的凝固参数. 模型增益和对象增益之间的匹配可用这两个增益的差来表示. 在稳态下, 这个差值可借助(16)式定义的模型和对象输出的相对残差 $R_j(k)$ 来度量:

$$R_j^2(k) \triangleq \frac{[P_{m_j}(k) - P(k)]^2}{(P_0 - P_c)^2}, \quad (j = 1 \cdots n), \quad (16)$$

其中 P_{m_j} 是模型 j 的输出, P 是系统输出, P_0 和 P_c 分别表示系统输出的初值和系统输入. 因此, 具有最小残差的模型为所求的匹配模型.

利用相对残差可导出计算模型增益的公式. 当对象增益处在子空间 j 内时, 模型 j 应当与对象匹配, 这时 $R_j(k) < R_i(k)$, 其中 $i \neq j$. 当对象增益处在子空间 j 和 $j+1$ 之间的边界上, 稳态残差应满足:

$$R_j^2(k) = R_{j+1}^2(k). \quad (17)$$

从(16)、(17)式可导出:

$$P_{m_{(j+1)}}(k) + P_{m_j}(k) - 2P(k) = 0.$$

将模型和对象的稳态响应代入上式, 得到以下递推公式:

$$G_{m(j+1)} = \frac{2(1+\alpha)}{1+\alpha_{m(j+1)}} G_{j+1} + \frac{\alpha_{mj}}{\alpha_{m(j+1)}} G_{mj}.$$

如果 α 和 $\alpha_{m(j+1)}$ 之值均小于 1, 且相差不大, 加之选择条件 $\alpha_{mj} = \alpha_0, (j = 1 \cdots n)$, 则上述公式可简化为

$$G_{m(j+1)} \doteq 2G_{j+1} - G_{mj}, \quad (j = 1 \cdots n - 1), \quad (18)$$

其中 G_{m1} 需要预先选定, 这里考虑

$$G_{m1} = \frac{1}{2} (G_1 + G_2). \quad (19)$$

当系统处于动态工作时, 用相对残差来描述模型与对象匹配的品质会有误差, 从而导致错误地选择主控器. 对于具有高增益的对象来说, 这会导致系统超调(因为这时只能用低增益控制器). 为了保证在整个参数空间满足超调指标, 要求在初始控制期间主控器的增益按从小到大的方式递增. 为此目的, 模型主时延 T_{mj} 应取子空间的上限时延值. 图 3 给出了 T_{mj} 对超调的影响.

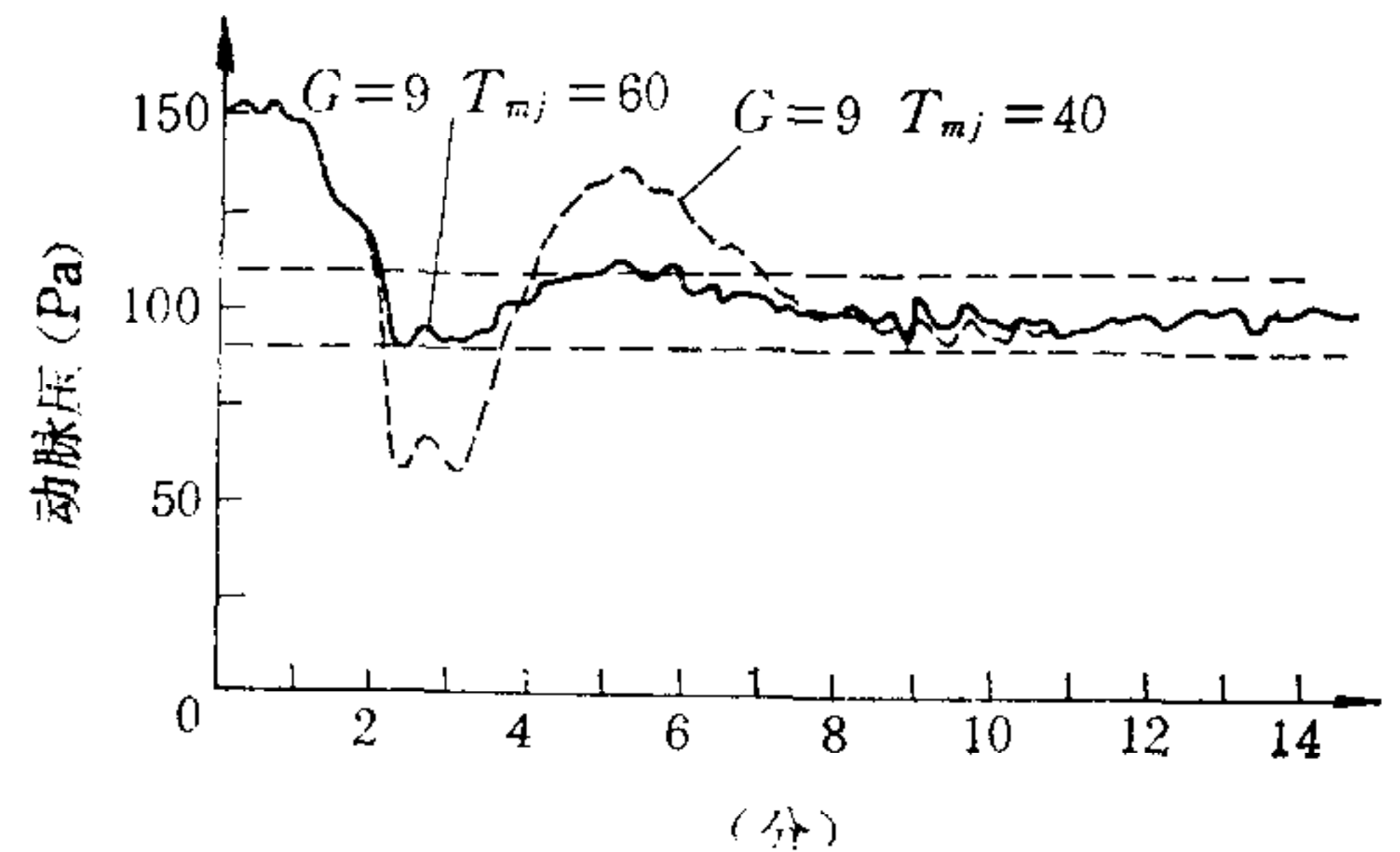


图 3 模型时延对系统响应的影响

五、MMAC 算法

为了实现期望的系统性能指标, 要求算法应收敛迅速, 应能实时响应系统参数随时间的变化, 应具有适应随机干扰和某些非线性的能力. 根据上述要求, 从单一模型近似系统的观点出发^[7], 提出了如下算法形式:

(1) 控制变量表达式

$$u_c(k) = \sum_{j=1}^n W_j(k) u_j(k), \quad (20)$$

其中 u_c 是控制变量, $u_j (j = 1 \cdots n)$ 是控制器库输出, W_j 是加权因子.

(2) 加权因子表达式

$$W'_j(k) = \frac{\exp[-R_j^2(k)/2V^2] W_j(k-1)}{\sum_{i=1}^n \exp[-R_i^2(k)/2V^2] W_i(k-1)}, \quad (21)$$

$$W''_j(k) = \begin{cases} W'_j(k), & (W'_j(k) \geq \delta), \\ \delta, & (W'_j(k) < \delta), \end{cases} \quad (22)$$

$$W_j(k) = \frac{[W''_j(k)]^2}{\sum_{i=1}^n [W''_i(k)]^2}, \quad (23)$$

其中 R_j 是由(16)式定义的残差, 参数 V 用来控制加权因子收敛速率, 阈值 δ 限制历史信息的重要性, 使算法能响应系统参数随时间的变化. 由于被控对象参数的不确定, 模型库中的各个模型都有可能成为匹配模型, 因此初始加权因子按机会均等原则设置, 即

$$W_j(0) = \frac{1}{n}, \quad (j = 1 \cdots n), \quad (24)$$

其中 n 是模型数量.

下面讨论算法的几个基本性质.

(1) 由(21)–(23)式可直接证得

$$0 < W_j(k) < 1, \quad (25)$$

$$\sum_{j=1}^n W_j(k) = 1. \quad (26)$$

(2) 算法的收敛性

设 $R_m(k)$ 、 $W_m(k)$ 代表与匹配模型对应的残差和加权因子. 根据第四节中匹配模型的定义, 存在以下关系:

$$|R_m(k)| < |R_j(k)|, \quad (j \neq m). \quad (27)$$

在 $W_j(k) \geq \delta$ 条件下, 从(21)–(23)式可导出

$$\frac{W_j(k)}{W_m(k)} = \exp \left\{ - \sum_{i=0}^{k-1} \frac{2^i [R_j^2(k-i) - R_m^2(k-i)]}{V^2} \right\} \left[\frac{W_j(0)}{W_m(0)} \right]^{2^k}. \quad (28)$$

考虑(24)式的条件, 则

$$\frac{W_j(k)}{W_m(k)} = \exp \left\{ - \sum_{i=0}^{k-1} \frac{2^i [R_j^2(k-i) - R_m^2(k-i)]}{V^2} \right\}. \quad (29)$$

显然,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{W_j(k)}{W_m(k)} = 0, \quad (j \neq m). \quad (30)$$

因为

$$\sum_{j=1}^n W_j(k) = W_m(k) \left[1 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^n \frac{W_j(k)}{W_m(k)} \right] = 1,$$

所以 $\lim_{k \rightarrow \infty} W_m(k) = 1$. (31)

从(29)–(31)式可得出如下结论: 与匹配模型对应的加权因子随时间将趋近于 1, 其余模型对应的加权因子将趋近于 0, 实现了单一模型近似系统的要求. 参数 V 之值愈小, 加权因子收敛愈快(但过分小的 V 可能导致计算机溢出).

(3) 阈值 δ 与系统最小相位裕量 $\text{MIN}[\text{PM}]$ 之间的关系

假设加权因子已收敛到稳定值:

$$\begin{aligned} W_m(k) &= W_m, \\ W_j(k) &= \delta^2, \quad (j \neq m). \end{aligned}$$

由(4)、(20)式可导出

$$\frac{U_c(s)}{E(s)} = G_{cm} \left[W_m + \delta^2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^n \frac{G_{cj}}{G_{cm}} \right] \left(1 + \frac{1}{\tau_c s} \right), \quad (32)$$

其中 $U_c(s)$ 是控制变量, $E(s)$ 是系统误差. 将(32)式中的增益表达式代入(12)式, 系统

的最小相位裕量为

$$\text{MIN}[PM] = \frac{\pi}{2} - \frac{(1 + \alpha) T_i G_{cm} \text{MAX}[G_{m+1}]}{\tau_0} \left[W_m + \delta^2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^n \frac{G_{cj}}{G_{cm}} \right]. \quad (33)$$

此结果表明,最小相位裕量随 δ 的增加而降低。

第三节曾提到过算法修正问题。在初始控制期间,模型时延导致残差保持相等,使算法失掉了判断匹配模型的信息。另一方面,加权因子从均匀分布收敛到各自的稳定值也需要时间。由于这些原因,算法产生的控制变量有误差。当对象增益高时,该误差会引起系统严重超调。为了解决这个问题,提出了一种适当减小初始控制变量的算法修正方案:

$$u(k) = \begin{cases} Qu_c(k), & k \leq d, \\ [Q + Q_1(k - d)]u_c(k), & d < k < (d + a), \\ u_c(k), & k \geq a, \end{cases} \quad (34)$$

其中 u_c 由(20)式确定, d 是 T_{mj}/T_0 取整, a 是 $(1 - Q)/Q_1$ 取整, Q 和 Q_1 是小于 1 的系数,用来调整初始阶段控制变量和它的变化率。(34)式保守的控制策略会导致大控制误差的持续延长,这对低增益对象的响应稍有影响。为进一步完善算法的性能,可对控制器的初始积分时间常数 τ_{cj} 修正为 τ_{cj}/B_j , 其中 $B_j < 1$ (当 $k \leq (d + a)$ 时)。图 4 显示了修正的效果。

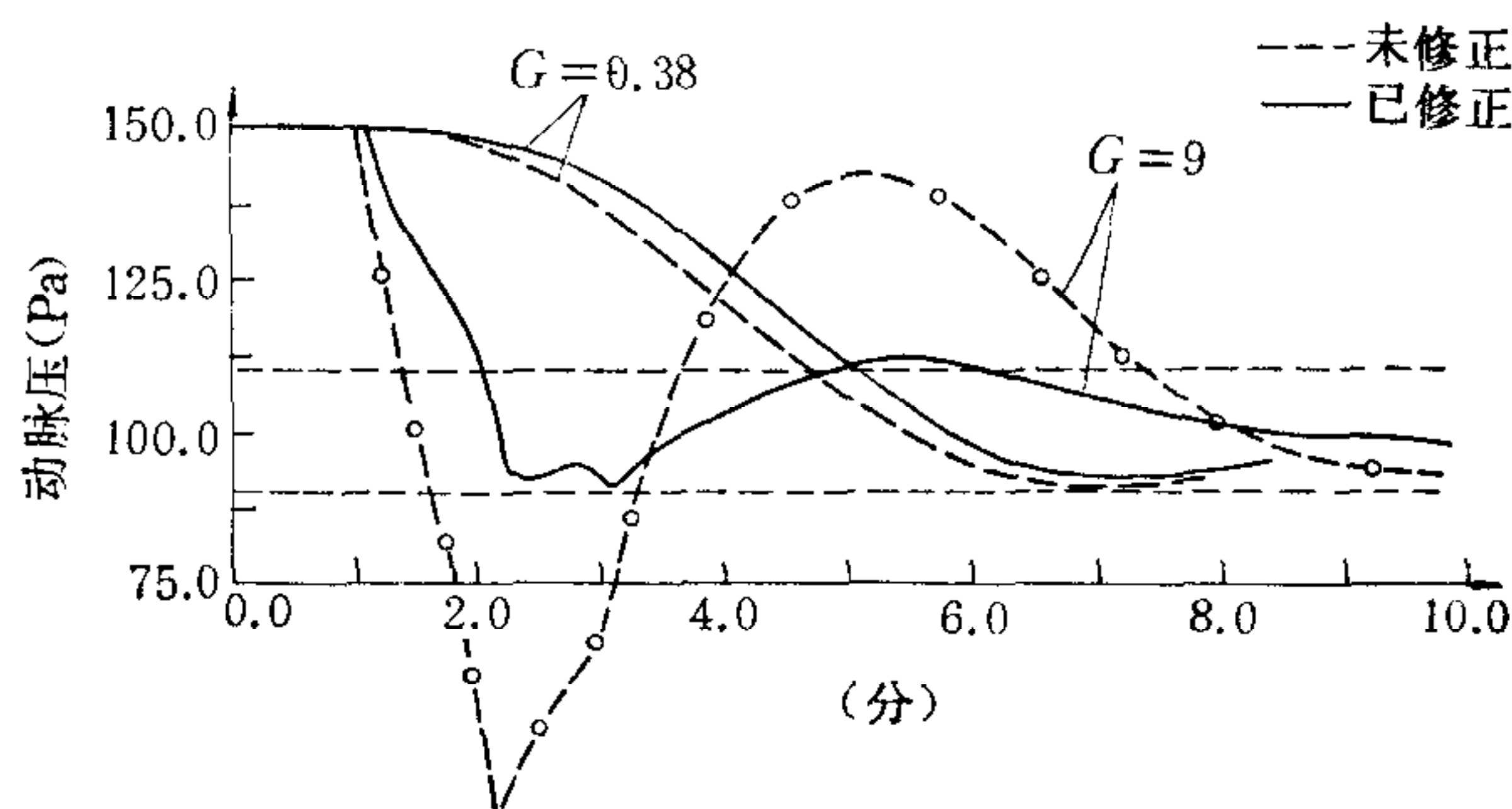


图 4 算法修正前后的系统响应

六、应用结果

本文提出的 MMAC 方法曾应用于生物医学工程中具有不确定参数的动脉压控制和动脉氧饱和度控制。文献[8]给出了动脉压 MMAC 系统的仿真和动物试验结果。从所得的数据表明,MMAC 系统具有适应不确定对象参数的能力,在有输出背景噪音的情况下,能正常工作,满足要求的超调、过渡过程时间和零阶无静差指标。

参 考 文 献

- [1] Lainiotis D. G., Optimal Adaptive Estimation Structure and Parameter Adaptation, Proc. of the 1969 IEEE Adapt. Processes Symp.
- [2] Lainiotis, D. G., et al., A Nonlinear Separation Theorem, Symp. Nonlinear Estimation Theory, San Diego, CA., 1971, 184—187.

- [3] Lainiotis, D. G., et al., Partitioning: A Unifying Framework For Adaptive System, 1: Estimation, 2: Control, *Proc. IEEE* 64(1976), 1182—1198.
- [4] Saridis, G. N., et al., A Learning Approach To The Parameter Adaptive Self Organizing Control Problem, *Automatica*, 8(1972), 589—597.
- [5] Athans, M., et al., The Stochastic Control Of The F-8C Aircraft Using A Multiple Model Adaptive Control (MMAC), *IEEE Trans. AC-22* (1977), 768—780.
- [6] Binder, Z., et al., Multi-Model Techniques In The Simulation And Control Of Nonlinear Systems, Proc. Int. Conf. IASTED, Montreal, 1978.
- [7] Binder, Z., Multi-Model Parallel Control Structure——Method And Application, *Advances In Control*, D. Reidel Publishing Co. (1980), 482—493.
- [8] He, W. G., H. Kaufman, R. Roy, Multiple Model Adaptive Control Procedure For Blood Pressure Control, *IEEE Trans. BME-33* (1986), 10—19.
- [9] Martin, J., et al., How To Select Controller Modes And Tuning Parameters From Simple Process Models, *ISA Trans.* 15(1976), 314—319.

MULTIPLE MODEL ADAPTIVE CONTROL FOR A CATEGORY OF SYSTEMS WITH UNCERTAIN PARAMETERS

HE WENGUANG

(Chengdu Institute Of Computer Applications, Academia Sinica)

ABSTRACT

This paper presents a multi-model adaptive control procedure for systems with dual-delay and uncertain parameters. The problems discussed include the system structure, the design of controller bank, model bank and algorithm.