

# 多变量系统多指标最优设计

雷 迅 陶小勇

(中国科学院武汉数学物理研究所) (武汉工业大学)

## 摘 要

本文提出了多变量系统多指标最优设计法,此方法既能保证设计人员对所预计的最优极点心中有数,又能使多变量系统的各子系统分别满足不同的最优性能指标和实现全系统的最优控制。本设计法以一个配水系统的子系统为例,进行了数字仿真。仿真结果说明本设计法具有灵活性、简易性和准确性。

## 一、引 言

多变量系统的极点配置法已被人们视为现代控制理论在实际应用中有重要意义的方法之一<sup>[1-2]</sup>。但是极点配置法在某种意义上来说仍属一种“试凑法”,因为预给的极点是设计人员或者凭自己多年积累的经验给出的,或者是在给出的多组极点的基础上,用计算机进行比较寻优确定的。对前者而言,很难说其极点是满足某种最优控制律的;对后者而言,又很难说其极点配置是在工程设计人员心中完全有数的情况下确定的。如何使两者统一起来,既使设计人员进行极点配置时做到心中有数,又使系统满足某种或多种最优性能指标?这一工作至今仍没见到实用可行的设计方法和应用研究的例子。鉴于此因,本文对其进行了探讨。

众所周知,工程设计人员对于具有快速性、稳定性以及抗干扰性的 ITAE 性能指标是较感兴趣的<sup>[3-4]</sup>,对二项式最佳调节律也曾给予过很好的评价<sup>[5]</sup>。如何使得多变量系统实现上述某一种或者同时实现上述两种指标控制,即多变量系统多指标最优控制,这是本

表 1

$$\begin{aligned} & s + 1 \\ & s^2 + 1.41s + 1 \\ & s^3 + 1.75s^2 + 2.15s + 1 \\ & s^4 + 2.1s^3 + 3.4s^2 + 2.7s + 1 \\ & s^5 + 2.8s^4 + 5.0s^3 + 5.5s^2 + 3.4s + 1 \\ & s^6 + 3.25s^5 + 6.6s^4 + 8.6s^3 + 7.45s^2 + 3.95s + 1 \\ & s^7 + 4.475s^6 + 10.42s^5 + 15.05s^4 + 13.54s^3 + 10.64s^2 + 4.58s + 1 \\ & s^8 + 5.25s^7 + 12.86s^6 + 21.6s^5 + 25.75s^4 + 22.25s^3 + 13.35s^2 + 5.15s + 1 \end{aligned}$$

文要论述的主题。

ITAE 位移无静差标准传递函数的分母的一般表达式可以记为

$$W_i(s) = s^i + \alpha_i s^{i-1} + \alpha_{i-1} s^{i-2} + \cdots + \alpha_{i-(n-1)} s^{i-n}, \quad (i = 1, \cdots, n), \quad (1.1)$$

配上 ITAE 最佳系数后可得 1—8 阶 ITAE 最佳调节律如表 1 所示。对应的极点分布如表 2 所示。

表 2

一阶	-1
二阶	$-0.705 \pm j0.709207$
三阶	$-0.708275, -0.520950 \pm j1.068102$
四阶	$-0.423974 \pm j1.262994, -0.626018 \pm j0.414139$
五阶	$-0.894811, -0.575840 \pm j0.533927, -0.376419 \pm j1.291980$
六阶	$-0.509178 \pm j0.826338, -0.359708 \pm j1.289272, -0.730646 \pm j0.241173$
七阶	$-1.794281, -0.401511 \pm j0.232679, -0.019567 \pm j0.908163, -0.958485 \pm j1.489314$
八阶	$-2.077477, -0.668892, -0.394454 \pm j0.747858, -0.629635 \pm j0.556733, -0.203075 \pm j1.177420$

二项式无静差标准传递函数的分母表达式为

$$P_i(s) = s^i + \beta_i s^{i-1} + \beta_{i-1} s^{i-2} + \cdots + \beta_{i-(n-1)} s^{i-n}, \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \quad (1.2)$$

表 3

$$\begin{aligned}
 & s + 1 \\
 & s^2 + 2s + 1 \\
 & s^3 + 3s^2 + 3s + 1 \\
 & s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1 \\
 & s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1 \\
 & s^6 + 6s^5 + 15s^4 + 20s^3 + 15s^2 + 6s + 1 \\
 & s^7 + 7s^6 + 21s^5 + 35s^4 + 35s^3 + 21s^2 + 7s + 1 \\
 & s^8 + 8s^7 + 28s^6 + 56s^5 + 70s^4 + 56s^3 + 28s^2 + 8s + 1
 \end{aligned}$$

表 4

一阶	-1
二阶	$-1 \pm j0$
三阶	$-1.002183, -0.999327 \pm j8.091476E - 04$
四阶	$-1.00015 \pm j3.193574E - 3, -0.999935 \pm j3.553955E - 03$
五阶	$-0.982068, -1.012882 \pm j9.44111E - 03, -0.996029 \pm j0.0163$
六阶	$-1.023832 \pm j7.504626E - 3, -0.962507 \pm j0.026777, -1.013388 \pm j0.043327$
七阶	$-0.914362, -1.04955 \pm j0.019072, 0.956312 \pm j0.070073, -1.03698 \pm j0.070191$
八阶	$-1.0772 \pm j0.023497, -0.967804 \pm j0.11788, -0.886641 \pm j0.052498, -1.068061 \pm j0.095085$

配上二项式最佳系数后,可得 1—8 阶二项式最佳调节律如表 3 所示。  
对应的极点分布如表 4 所示。

## 二、多变量系统多指标最优设计法

一个多输入多输出的系统为

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}, \quad A \in R^{n \times n}, \quad B \in R^{n \times m}, \quad (2.1)$$

$$\mathbf{y} = C\mathbf{x}, \quad C \in R^{m \times n}. \quad (2.2)$$

若令 (2.1) 式的控制向量

$$\mathbf{u} = -F\mathbf{x}, \quad F \in R^{m \times n}, \quad (2.3)$$

系统的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = (A - BF)\mathbf{x}. \quad (2.4)$$

**定理 1.** (2.4) 式所示系统,如果  $[A, B]$  可控,  $\text{rank } B = m$ , 则(2.4)系统可以通过状态反馈实现 ITAE 最佳控制以及多指标最佳控制。

证明: 因为  $\text{rank } B = m$ , 则可以依列向量分割  $B$ , 即  $B = [b_1, b_2, \dots, b_m]$ . 又因  $[A, B]$  可控, 所以可构造一个  $n \times n$  满秩矩阵如下:

$$E = [b_1, Ab_1, \dots, A^{n_1-1}b_1, b_2, Ab_2, \dots, A^{n_2-1}b_2, \dots, b_m, \dots, Ab_m, \dots, A^{n_m-1}b_m], \quad (2.5)$$

其中,  $n_i$  为将矩阵  $A - BF$  分成  $n \times m$  块后每块的维数,

$$\sum_{i=1}^m n_i = n.$$

$E$  阵为满秩矩阵, 可求出逆矩阵  $E^{-1}$ .

设  $E^{-1}$  的第  $V_i$  行的行向量为  $\mathbf{e}_i$ , 其中,

$$V = \sum_{j=1}^i n_j, \quad (2.6)$$

构造矩阵为

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_1 A \\ \vdots \\ \mathbf{e}_1 A^{n_1-1} \\ \vdots \\ \mathbf{e}_m \\ \mathbf{e}_m A \\ \vdots \\ \mathbf{e}_m A^{n_m-1} \end{bmatrix}, \quad \text{则有:} \quad \tilde{B} = T^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 1 & b_{v_1,2}^* & b_{v_1,3}^* \cdots b_{v_1,m}^* \\ \hline 0 & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & 1 & b_{v_2,3}^* \cdots b_{v_2,m}^* \\ \hline \vdots & & \vdots \\ 0 & & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)(2.8)$$

$T^{-1}$  为满秩矩阵,可求得其逆矩阵  $T$ , 则有:

$$\tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & & & \vdots \\ & & 1 & & & & \\ -a_{v_1,1}^* & \cdots & -a_{v_1,v_1}^* & -a_{v_1,v_1+1}^* & \cdots & -a_{v_1,v_2}^* & -a_{v_1,v_{m-1}+1}^* \cdots -a_{v_1,v_n}^* \\ \hline 0 & & & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & & & 1 & \\ -a_{v_2,1}^* & \cdots & -a_{v_2,v_1}^* & -a_{v_2,v_1+1}^* & \cdots & -a_{v_2,v_2}^* & -a_{v_2,v_{m+1}}^* \cdots -a_{v_2,v_n}^* \\ \hline \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ 0 & & & 0 & & & \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ -a_{v_n,1}^* & \cdots & -a_{v_n,v_1}^* & -a_{v_n,v_1+1}^* & \cdots & -a_{v_n,v_2}^* & -a_{v_n,v_{m-1}+1}^* \cdots -a_{v_n,v_n}^* \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

令

$$G = \begin{bmatrix} 1 & b_{v_1,2}^* & b_{v_1,3}^* & \cdots & b_{v_1,m}^* \\ 0 & 1 & b_{v_2,3}^* & \cdots & b_{v_2,m}^* \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & & b_{v_{m-1},m}^* \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.10)$$

$G$  为满秩矩阵,  $G^{-1}$  存在. 又因为

$$|A - BF| = |\tilde{A} - \tilde{B}G\tilde{F}|, \quad (2.11)$$

$$|A - BF| = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & & & \vdots \\ & & 1 & & & & \\ -g_{v_1,1} & \cdots & -g_{v_1,v_1} & -g_{v_1,v_1+1} & \cdots & -g_{v_1,v_2} & -g_{v_1,v_{m+1}} \cdots -g_{v_1,v_m} \\ \hline 0 & & & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & & & 1 & \\ -g_{v_2,1} & \cdots & -g_{v_2,v_1} & -g_{v_2,v_1+1} & \cdots & -g_{v_2,v_n} & -g_{v_2,v_{m-1}+1} \cdots -g_{v_2,v_m} \\ \hline \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ 0 & & & 0 & & & \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ -g_{v_n,1} & \cdots & -g_{v_n,v_1} & -g_{v_n,v_{n+1}} & \cdots & -g_{v_n,v_2} & -g_{v_n,v_{m-1}+1} \cdots -g_{v_n,v_m} \end{bmatrix}, \quad (2.12a)$$

其中,  $g_{v_k,v_i} = a_{v_k,v_i}^* + f_{k,i}^*$  (2.12b)



$f_{k,i}^*$  为  $\tilde{F}$  的元素.

$$|SI - (A - BF)| = |SI - (\tilde{A} - BG\tilde{F})|$$

$$= \begin{vmatrix} h_{11}(s)h_{12}(s)\cdots h_{1m}(s) \\ h_{21}(s)h_{22}(s)\cdots h_{2m}(s) \\ \vdots \\ h_{m1}(s)h_{m2}(s)\cdots h_{mm}(s) \end{vmatrix}, \quad (2.13)$$

$$h_{ii}(s) = s^{n_i} + g_{v_i, v_i} s^{n_i-1} + g_{v_i, v_{i-1}} s^{n_i-2} + \cdots + g_{v_i, v_{i-1}+1},$$

$$(i = 1, 2, \cdots, m), \quad (2.14a)$$

$$h_{ij}(s) = g_{v_i, v_j} s^{n_i-1} + g_{v_i, v_{j-1}} s^{n_i-2} + \cdots + g_{v_i, v_{j-1}+1},$$

$$(i, j = 1, 2, \cdots, m, i \neq j) \quad (2.14b)$$

若令(2.13)式满足下式:

$$\prod_{i=1}^m h_{ii}(s) = W_{k,i}(s), \quad (2.15a)$$

$$h_{ij}(s) = 0, (i, j = 1, 2, \cdots, m, i \neq j), \quad (2.15b)$$

则实现了全系统的 ITAE 最优调节律的控制.

若令(2.13)满足下式:

$$\prod_{i=1}^{m-m_0} h_{ii}(s) = W_{k, m-m_0}(s), \quad (2.16a)$$

$$\prod_{i=m-m_0+1}^m h_{ii}(s) = P_{k, m_0}(s), \quad (2.16b)$$

其中,  $m_0 = 1, 2, \cdots, m$ ,

$$h_{ij}(s) = 0, (i, j = 1, 2, \cdots, m, i \neq j), \quad (2.16c)$$

则实现了 ITAE 二项式混合最优调节律的控制.

若令(2.13)满足下式:

$$\prod_{i=1}^m h_{ii}(s) = P_n(s), \quad (2.17a)$$

$$h_{ij}(s) = 0, (i, j = 1, 2, \cdots, m, i \neq j), \quad (2.17b)$$

则实现了全系统的二项式最优调节律的控制. 当然, 还可以采用其它的性能指标, 同样可使系统实现多指标最优控制. 证毕.

对于(2.1)、(2.2)所示的系统, 令

$$u = -Fx + GW, \quad (2.18)$$

则闭环系统的状态方程、输出方程及传递函数矩阵分别如下:

$$\dot{x} = (A - BF)x + BGW, \quad (2.19a)$$

$$y = cx, \quad (2.19b)$$

$$H_c = c(sI - A + BF)^{-1}BG, \quad (2.19c)$$

**定理 2.** 对于(2.19)所示的系统,如果满足以下条件:

$$u_i = \min\{j | CA^{j-1}B \neq 0\}, \quad (2.20)$$

$$n = \sum_{i=1}^m u_i, \quad (2.21)$$

$$C_i = (A - BF)^j = C_i A^j, \quad (\forall j \leq u_i - 1) \quad (2.22)$$

$$\text{rank} B^* = \text{rank} \begin{bmatrix} C_1 A^{u_1-1} B \\ C_2 A^{u_2-1} B \\ \vdots \\ C_m A^{u_m-1} B \end{bmatrix} = m, \quad (2.23)$$

则可以实现多指标最优设计.

证明: 因为  $[sI - (A - BF)]^{-1} = \frac{1}{s} I + \frac{1}{s^2} (A - BF) + \dots,$

所以 (2.19c) 式可以表示如下:

$$H_c(s) = \frac{1}{s} CBG + \frac{1}{s^2} C(A - BF)BG + \frac{1}{s^3} C(A - BF)^2BG + \dots \quad (2.24)$$

当

$$j \leq u_i - 1 \text{ 时,} \quad C_i(A - BF)^j = C_i A^j; \quad (2.25)$$

$$j \geq u_i \text{ 时,} \quad C(A - BF)^j = 0, \quad (2.26)$$

$$H_c = \begin{bmatrix} C_1 A^{u_1-1} BG / s^{u_1} \\ C_2 A^{u_2-1} BG / s^{u_2} \\ \vdots \\ C_m A^{u_m-1} BG / s^{u_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/s^{u_1} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1/s^{u_m} \end{bmatrix} B^* G, \quad (2.27a)$$

其中,

$$B^* = \begin{bmatrix} C_1 A^{u_1-1} B \\ C_2 A^{u_2-1} B \\ \vdots \\ C_m A^{u_m-1} B \end{bmatrix}, \quad (2.27b)$$

如果  $\text{rank} B^* = m$ , 则  $H_c(s)$  就是非关联的.

令  $F = (B^*)^{-1}A^*, \quad G = (B^*)^{-1},$

$$A^* = \begin{bmatrix} C_1 A^{u_1} \\ C_2 A^{u_2} \\ \vdots \\ C_m A^{u_m} \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

则(2.19)系统可以记为

$$\dot{x} = (A - B(B^*)^{-1}A^*)x + B(B^*)^{-1}W, \quad (2.29a)$$

$$y = Cx, \quad (2.29b)$$

$$z = Ux \quad (2.30a)$$

$$U = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_1 A \\ \vdots \\ \mathbf{c}_1 A^{u_1-1} \\ \vdots \\ \mathbf{c}_m \\ \mathbf{c}_m A \\ \vdots \\ \mathbf{c}_m A^{u_m-1} \end{bmatrix}, \quad (2.30b)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{z} &= U(A - BF)U^{-1}z + UBGW \\ &= \tilde{A}z + \tilde{B}W, \end{aligned} \quad (2.31a)$$

$$y = CU^{-1}z = \tilde{C}z, \quad (2.31b)$$

其中,

$$\tilde{A} = U(A - BF)U^{-1}, \quad (2.32a)$$

$$\tilde{B} = UBG, \quad \tilde{C} = CU^{-1}. \quad (2.32b)$$

设

$$w_i = -\tilde{V}_i z_i + w'_i, \quad (2.33a)$$

$$w = - \begin{bmatrix} \tilde{V}_1 & & 0 \\ & \tilde{V}_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \tilde{V}_m \end{bmatrix} Ux + w', \quad (2.33b)$$

$$F = (B^*)^{-1} \left\{ A^* + \begin{bmatrix} \tilde{V}_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tilde{V}_m \end{bmatrix} U \right\}, \quad (2.34)$$

这里,  $\tilde{V}_i = (\tilde{V}_1, \tilde{V}_2, \dots, \tilde{V}_n)$  是实现多最优性能指标的灵活选择因子. 由于对于每一个  $\tilde{V}_i (i = 1, \dots, n)$  都对应于一个子系统的参数分布, 所以可以令某一个  $\tilde{V}_i$  的参数满足(1.1)式的参数, 即

$$\tilde{V}_i = [\tilde{V}_1, \tilde{V}_2, \dots, \tilde{V}_n] = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \quad (2.35)$$

则  $V_i$  所对应的子系统就实现了 ITAE 最佳控制. 若令  $V_{i+1}$  所对应的子系统的参数满足(1.2)式中的参数, 即

$$\tilde{V}_{i+1} = [\tilde{V}_1, \tilde{V}_2, \dots, \tilde{V}_m] = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n), \quad (2.36)$$

则  $V_{i+1}$  所对应的子系统就实现了二项式最佳控制设计. 由于各子系统选择最优性能指标各不相同, 故对于整个系统可言, 则实现了多指标的最优控制. 证毕.

### 三、算法框图及设计举例

根据定理 1 编制了“多变量系统多指标极点配置计算程序”, 程序框图见图 1 所示. 有一配水系统:

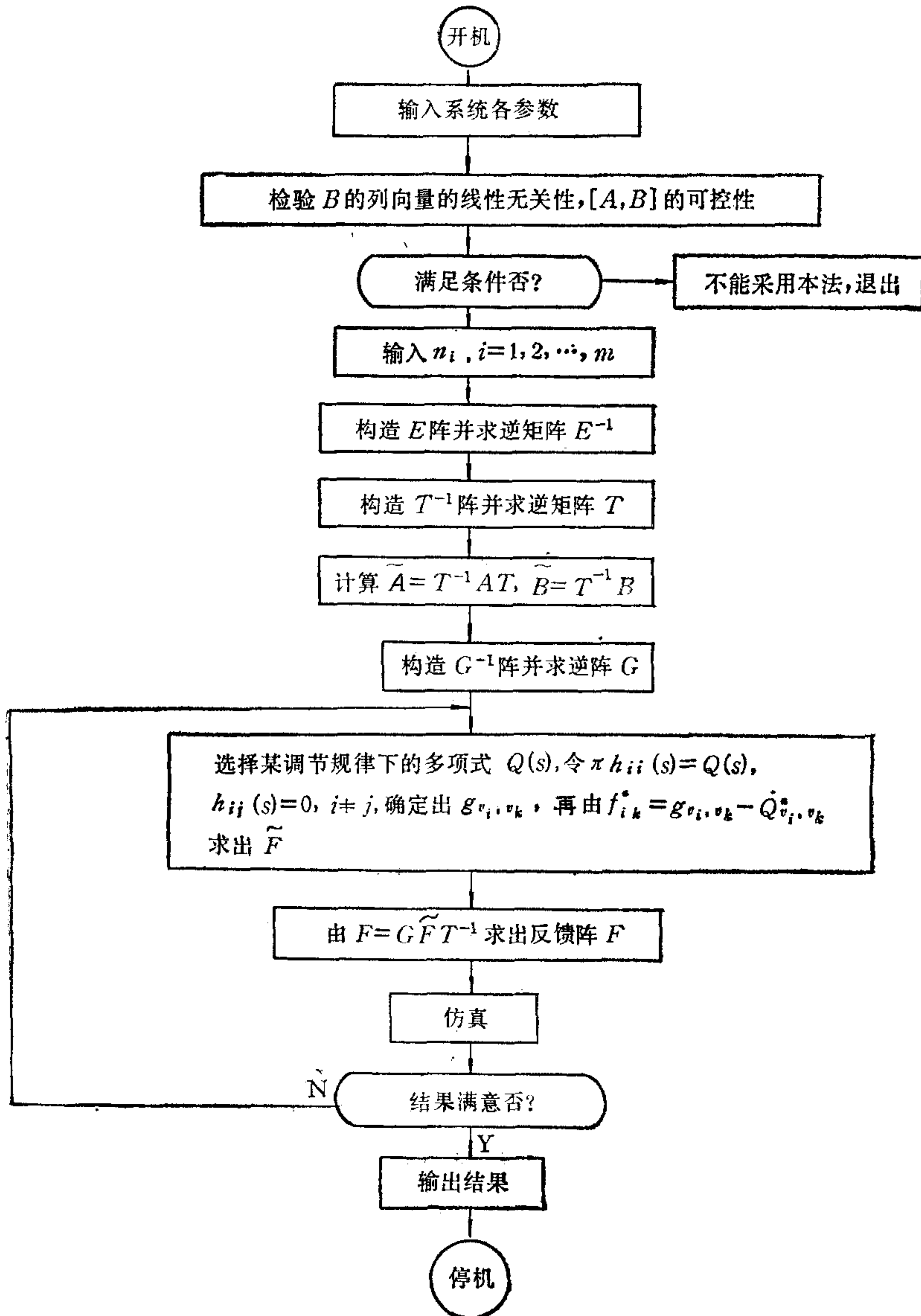


图1 程序框图

$$\dot{x} = Ax + BU, \tag{3.1a}$$

$$y = Cx, \tag{3.1b}$$

$$U = -Fx + WR, \tag{3.1c}$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = [0 \quad 1 \quad 0], \quad W = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$



由程序计算得:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

### 1) 实现全系统 ITAE 最优控制

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} 0.4122 & -1.9583 & -1 \\ 1 & 0 & -1.2917 \end{bmatrix},$$

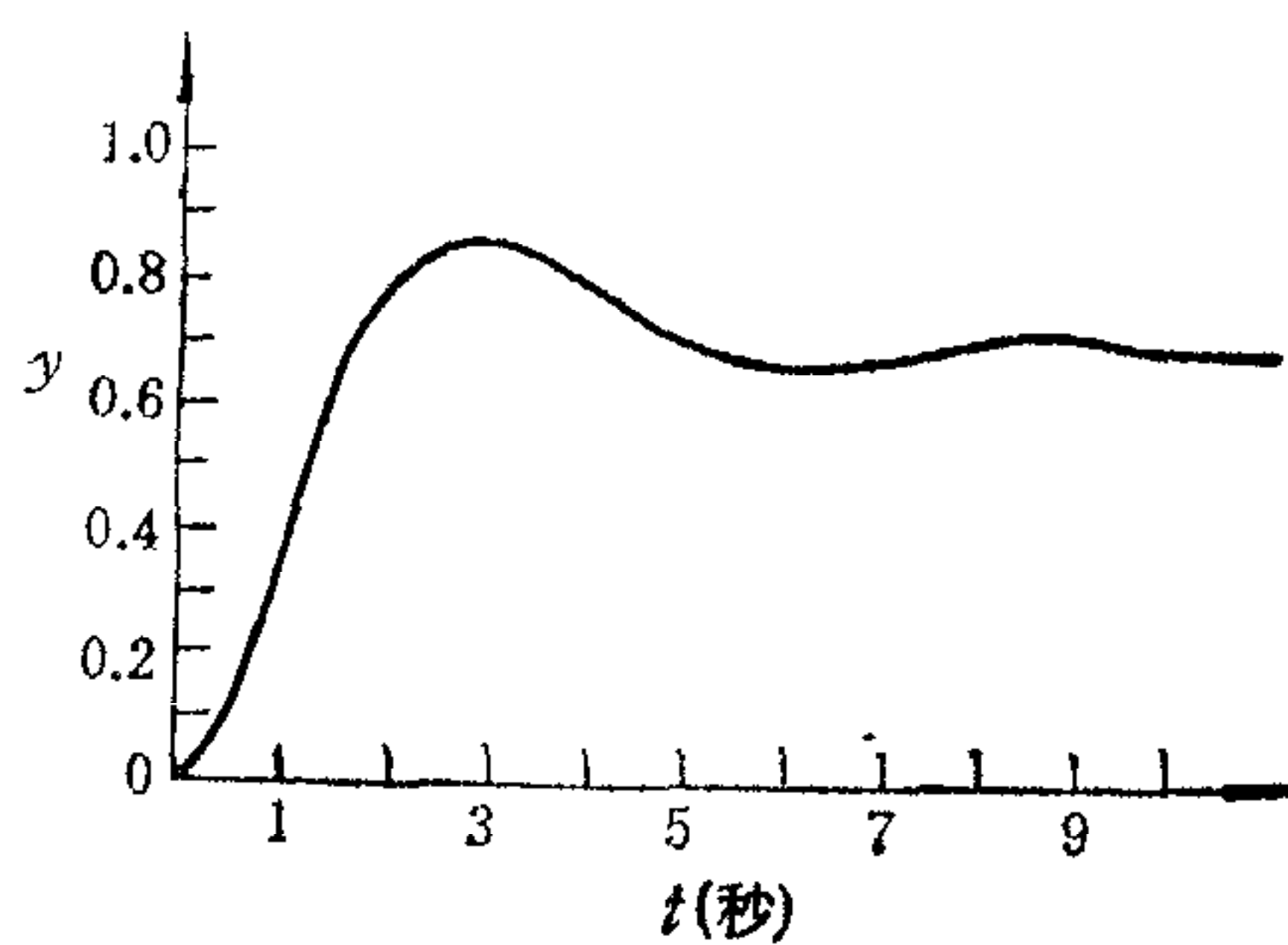
$$F = \begin{bmatrix} -1.9583 & 3.3288 & -1.6666 \\ 0 & 1 & -1.2917 \end{bmatrix},$$

$$H_c = C[sI - (A - BF)]^{-1}BW$$

$$= \frac{s + 0.7083}{(s + 0.7083)(s^2 + 1.0417s + 1.4122)}.$$

当阶跃函数输入后, 系统的仿真结果如图 2 所示. 由图 2 可见, 因有  $s = -0.7083$  的零点存在, 整个系统的过渡过程时间变长了, 超调量达 21.6%. 由于系统的等效零点已知, 因此可在系统的输入端加上一个时间常数为  $1/0.7083$  的惯性补偿环节, 系统就可实现 ITAE 位移最佳控制. 本文为了比较说明各子系统分别实行 ITAE 最佳控制律的优越性, 故不加补偿环节而实行.

### 2) 各子系统的 ITAE 最佳控制

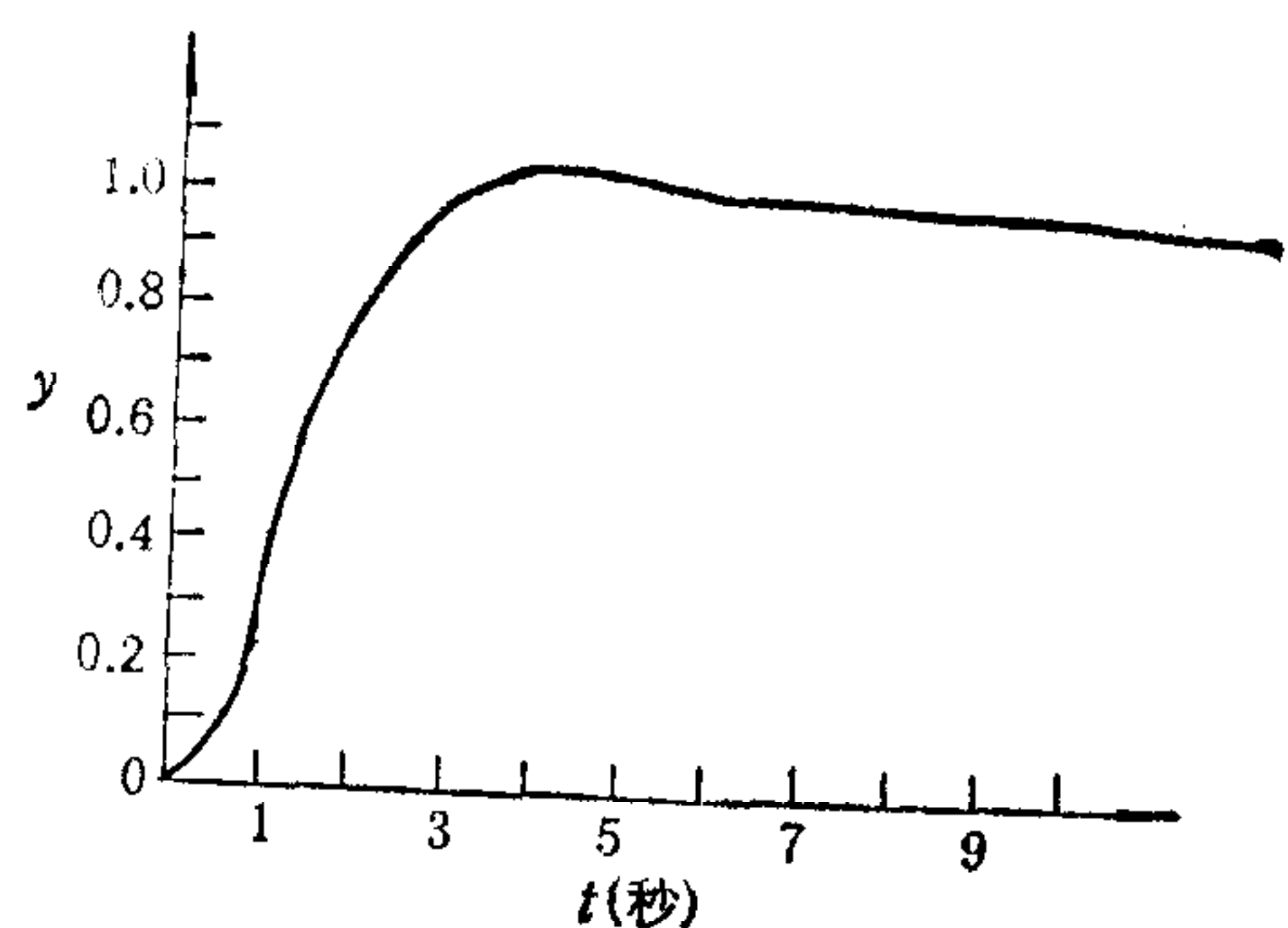


$$\sigma\% = 21.6\%$$

$t_s = 1.84$  秒(第一次到达稳态值的时间)

$t_r = 9.8$  秒(调整时间)

图 2



$\sigma = 4.40\%$ ,  $t_s = 3.25$  秒,  $t_r = 7$  秒

图 3

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} 0 & -1.59 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} -1.59 & 2.18 & -1.59 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

输入同上, 仿真结果如图 3 所示。由图 3 可见, 无论是超调量还是调整时间, 图 3 都比图 1 更令人满意; 而且图 3 所示的结果还揭示了一个道理, 即只要巧妙地对各子系统实行不同的最佳调节律, 就可以节省外加的补偿环节(或者说调节器)而获得同样令人满意的结果。

### 参 考 文 献

- [1] Fallside, F. and Soraji, H., Design of Optimal System by a Frequency-Domain Technique *Proc. IEEE*, **117** (1971), 2017—2024.
- [2] Anderson, B. D. O. and Moore, J. B., Linear System Optimization with Prescribed Degree of Stability, *Proc. IEE*, **116** (1969), 2083—2087.
- [3] 项国波, 线性定常反馈控制系统中的 ITAE 最佳调节, 中国科学(A 辑), 1982, 2.
- [4] 雷迅, 可控硅直流传动控制系统中的 ITAE 最佳调节律, 自动化学报, 1983, 3.
- [5] Graham, D. and Lathrop, R. C., *AIEE Trans.* **72** (1953), 273.

## OPTIMAL DESIGN OF MULTI-PERFORMANCE-INDEX IN MULTI-VARIABLE SYSTEM

LEI XUN

(Wuhan Institute of Mathematical Sciences, Academia Sinica)

TAO XIAOYONG

(Wuhan Industry University)

### ABSTRACT

A new method of optimum multi-performance-index design is presented in this paper, which can not only guarantee the designer's assurance of the predicted optimum pole assignment but also satisfy different optimum performance-index of each subsystem in a multi-variable system and realize the optimum control of the whole system. This method has been verified through digital simulation of a subsystem of a water distribution system. It has been shown in the experiment that this method possesses considerable flexibility, simplicity and accuracy. Therefore it can meet the demands of engineering design.