第14卷 第6期 自动化学报 Vol. 14, No. 6
1988 年 11 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 1988

大系统理论中的辅助方程组

叶 伯 英
（长沙，中南工业大学）

摘　　要

大系统理论中的辅助方程组在该理论中占有十分重要的地位．本文利用分块矩阵运算等工具给出了辅助方程组系数矩阵的表达式，根据子系统的李雅普诺夫函数和原系统的系数矩阵可以直接写出辅助方程组．利用本文的辅助方程组可以扩大参数的稳定性区域，得到比文献[1—4]更好的结果．同时，研究了这一方法的推广和应用．

一、定理和例子

设 n 阶常系数线性方程组

$$\frac{dx}{dt} = Ax, \tag{1}$$

这里

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}\cdots a_{1n} \\ \cdots\cdots \\ a_{n1}\cdots a_{nn} \end{bmatrix}.$$

考虑有 r 个子系统的系统

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_{rr} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_r \end{bmatrix}, \tag{2}$$

这里 $x_1 = (x_1^{(1)}, \cdots, x_{n_1}^{(1)})^T, \cdots, x_r = (x_1^{(r)}, \cdots, x_{n_r}^{(r)})^T$，$T$ 表示转置，$n_1 + n_2 + \cdots + n_r = n$，$A_{11}, \cdots, A_{rr}$ 分别为 $n_1 \times n_1, \cdots, n_r \times n_r$ 阶矩阵，并且与系统(1)中矩阵 A 的对应元素相同．

假设，子系统的平凡解都是渐近稳定的，所以，对于每个子系统，给定负定函数

$$\omega_i = -2K_i x_i^T x_i, \quad (K_i > 0),\ i = 1, 2, \cdots, r.$$

存在正定函数

$$V_i = x_i^T c_i x_i, \quad (c_i = c_i^T)$$

使其沿第 i 个子系统的全导数

本文于 1986 年 6 月 17 日收到．

$$\frac{dV_i}{dt} = \boldsymbol{x}_i^T(A_{ii}^T c_i + c_i A_{ii})\boldsymbol{x}_i = -2K_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i,$$

并且存在 $m_i > 0$ 和 $M_i > 0$，使得

$$m_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i \leqslant \boldsymbol{x}_i c_i \boldsymbol{x}_i \leqslant M_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i.$$

设 $B = (b_{ij})_{m\times n}$，则记

$$\|B\| = \left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^2\right)^{1/2}.$$

令 $A^{(i)}$ 表示 A 中 A_{ii} 所在的行中除去 A_{ii} 后的元素组成的矩阵.

定理. 如果子系统(2)的平凡解都是渐近稳定的，且矩阵

$$\begin{bmatrix} -\dfrac{K_1}{M_1} & \dfrac{L_1}{m_2} & \cdots & \dfrac{L_1}{m_r} \\ \dfrac{L_2}{m_1} & -\dfrac{K_2}{M_2} & \cdots & \dfrac{L_2}{m_r} \\ \cdots\cdots & & & \\ \dfrac{L_r}{m_1} & \dfrac{L_r}{m_2} & \cdots & -\dfrac{K_r}{M_r} \end{bmatrix}$$

的特征值均具负实部，那末系统(1)的平凡解渐近稳定. 其中

$$L_i = \frac{\|C_i A^{(i)}\|^2}{K_i}, \quad i = 1, 2, \cdots, r.$$

例. 考虑三阶方程组[1,2]

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3, \\ \dfrac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + a_{23}x_3, \\ \dfrac{dx_3}{dt} = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 - a_{33}x_3. \end{cases} \tag{3}$$

假设 $a_{11} + a_{22} > 0$，$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} > 0$，$a_{33} > 0$.

首先，对有两个子系统的系统

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ \dfrac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 - a_{22}x_2, \\ \dfrac{dx_3}{dt} = \qquad\qquad -a_{33}x_3 \end{cases} \tag{3$'$}$$

作出李雅普诺夫函数 $v_1(x_1, x_2)$，$v_2(x_3)$，使得

$$\left.\frac{dv_1}{dt}\right|_{(3)'} = -(x_1^2 + x_2^2),$$

$$\left.\frac{dv_2}{dt}\right|_{(3)'} = -x_3^2.$$

由巴尔巴欣公式得到

$$v_1=(x_1,\ x_2)\begin{pmatrix}c_{11} & c_{12}\\ c_{21} & c_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix},\quad (c_{12}=c_{21}),$$

$$c_{11}=\frac{1}{-2\Delta}[(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})+a_{21}^2+a_{22}^2],$$

$$c_{12}=\frac{1}{-2\Delta}(a_{11}a_{21}+a_{12}a_{22}),$$

$$c_{22}=\frac{1}{-2\Delta}[(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})+a_{11}^2+a_{12}^2],$$

其中 $\Delta=-(a_{11}+a_{22})(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})$，且存在 $m>0$ 和 $M>0$，使

$$m(x_1^2+x_2^2)\leqslant v_1(x_1,\ x_2)\leqslant M(x_1^2+x_2^2).$$

易知

$$v_2=\frac{1}{2a_{33}}x_3^2.$$

显然,此时 $K_1=K_2=\frac{1}{2}$，容易计算

$$L_1=\left\|\begin{pmatrix}c_{11} & c_{12}\\ c_{12} & c_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_{13}\\ a_{23}\end{pmatrix}\right\|^2\Big/\frac{1}{2}$$

$$=Z[(c_{11}a_{13}+c_{12}a_{23})^2+(c_{12}a_{13}+c_{22}a_{23})^2]\triangleq 2\bar{b}_1,$$

$$L_2=\left\|\frac{1}{2a_{33}}(a_{31},\ a_{32})\right\|^2\Big/\frac{1}{2}$$

$$=\frac{a_{31}^2+a_{32}^2}{2a_{33}^2}\triangleq\bar{b}_2.$$

故辅助方程组的系数矩阵为

$$\begin{bmatrix}-\dfrac{1/2}{M} & \dfrac{2\bar{b}_1}{1/2a_{33}}\\ \dfrac{\bar{b}_2}{m} & -\dfrac{1/2}{1/2a_{33}}\end{bmatrix},$$

即

$$\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{2M} & 4a_{33}\bar{b}_1\\ \dfrac{\bar{b}_2}{m} & -a_{33}\end{bmatrix}.$$

其特征值具有负实部的充分必要条件是

$$\frac{a_{33}}{2M}-\frac{4a_{33}\bar{b}_1\bar{b}_2}{m}>0.$$

对于方程组(3),文[1]和[2]得到过类似的充要条件，其中 b_1 与本文的 $\bar{b}_1$ 相同,但是

$$b_2=\max\left\{\frac{a_{31}^2}{a_{33}^2},\ \frac{a_{32}^2}{a_{33}^2}\right\}\geqslant\frac{a_{31}^2+a_{32}^2}{2a_{33}^2}=\bar{b}_2.$$

因此,稳定性参数区域得到了扩大,并且运算过程比较简洁.

对于阶数较大的系统，定理的优越性就更为显著了.

二、定理的证明

在定理的证明中将用到以下几条引理：

引理 1.[1] 设 B 是一个有负的对角元素，而所有其他元素为非负的矩阵，若 $\boldsymbol{x}(t;\boldsymbol{x}_0,t_0)$ 及 $\boldsymbol{y}(t;\boldsymbol{y}_0,t_0)$ 是

$$\dot{\boldsymbol{x}} \leqslant B\boldsymbol{x},$$
$$\dot{\boldsymbol{y}} = B\boldsymbol{y}$$

的解，并且 $\boldsymbol{x}_0=\boldsymbol{y}_0$，则 $\boldsymbol{x}(t;\boldsymbol{x}_0,t_0)\leqslant \boldsymbol{y}(t;\boldsymbol{y}_0,t_0)$ 对所有 $t_0\leqslant t<\infty$ 成立.

引理 2.　设 $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ 是 k 维向量，$a>0$，则

$$-a\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y}\leqslant -\frac{a}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}+\frac{\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y}}{2a}.$$

证明．由柯西不等式

$$\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{v}\leqslant|\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{v}|\leqslant\sqrt{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u}}\cdot\sqrt{\boldsymbol{v}^T\boldsymbol{v}}\leqslant\frac{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}^T\boldsymbol{v}}{2},$$

其中 $\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{v}$ 是 k 维向量．于是

$$\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y}=a\cdot\left[\boldsymbol{x}^T\cdot\frac{\boldsymbol{y}}{a}\right]\leqslant\frac{a}{2}\left(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}+\frac{\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y}}{a^2}\right)=\frac{a}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}+\frac{\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y}}{2a}.$$

所以

$$\begin{aligned}-a\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y}&\leqslant -a\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}+\left(\frac{a}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}+\frac{\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y}}{2a}\right)\\&=-\frac{a}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}+\frac{\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y}}{2a}.\end{aligned}$$

引理 3. 设矩阵 $B=(b_{ij})_{m\times n}$，$\boldsymbol{x}$ 是 n 维向量，则

$$\boldsymbol{x}^TB^TB\boldsymbol{x}\leqslant\|B\|^2\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}.$$

证明.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}^TB^TB\boldsymbol{x}&=\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{j=1}^{n}b_{ij}x_j\right)^2\\&\leqslant\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{j=1}^{n}b_{ij}^2\cdot\sum_{j=1}^{n}x_j^2\right)\qquad\text{（柯西不等式）}\\&=\sum_{j=1}^{n}X_j^2\cdot\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}b_{ij}^2\\&=\|B\|^2\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}.\end{aligned}$$

定理的证明．按子系统将系统(1)的系数矩阵 A 分块为

$$A=\begin{bmatrix}A_{11}&A_{12}&\cdots&A_{1r}\\A_{21}&A_{22}&\cdots&A_{2r}\\\cdots&\cdots&&\\A_{r1}&A_{r2}&&A_{rr}\end{bmatrix},$$

于是，对于系统(1)，有

$$\left.\frac{dV_i}{dt}\right|_{(1)} = \dot{\boldsymbol{x}}_i^T c_i \boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{x}_i^T c_i \dot{\boldsymbol{x}}_i$$

$$= \left(\sum_{j=1}^{r} A_{ij}\boldsymbol{x}_j\right)^T c_i \boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{x}_i^T c_i \left(\sum_{j=1}^{r} A_{ij}\boldsymbol{x}_j\right)$$

$$= \boldsymbol{x}_i^T(A_{ii}^T c_i + c_i A_{ii})\boldsymbol{x}_i + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r} \boldsymbol{x}_j^T A_{ij}^T c_i \boldsymbol{x}_i + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r} \boldsymbol{x}_i^T c_i A_{ij}\boldsymbol{x}_j$$

$$= -ZK_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i + Z\boldsymbol{x}_i^T\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r} c_i A_{ij}\boldsymbol{x}_j\right)$$

$$\underset{(\text{引理}2)}{\leqslant} -K_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i + \frac{1}{K_i}\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r} c_i A_{ij}\boldsymbol{x}_j\right)^T\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r} c_i A_{ij}\boldsymbol{x}_j.\right)$$

记

$$\boldsymbol{x}^{(i)} = (\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_{i-1}, \boldsymbol{x}_{i+1}, \cdots, \boldsymbol{x}_r)^T.$$

这是一个 $n - n_i$ 维向量，即 $\boldsymbol{x}$ 中除去 $\boldsymbol{x}_i$ 后所成的向量.

记

$$A^{(i)} = (A_{i1}, \cdots, A_{ii-1}, A_{ii+1}, \cdots, A_{ir}).$$

这是一个 $n_i \times (n - n_i)$ 阶矩阵，即 A 中 A_{ii} 所在的行中除去 A_{ii} 后的元素组成的矩阵.

于是

$$\left.\frac{dV_i}{dt}\right|_{(1)} \leqslant -K_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i + \frac{1}{K_i}\boldsymbol{x}^{(i)T} A^{(i)T} c_i c_i A^{(i)} \boldsymbol{x}^{(i)}$$

$$\underset{(\text{引理}3)}{\leqslant} -K_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i + \frac{1}{K_i}\|c_i A^{(i)}\|^2 \boldsymbol{x}^{(i)T}\boldsymbol{x}^{(i)}$$

$$= -K_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i + \frac{\|c_i A^{(i)}\|^2}{K_i}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r} \boldsymbol{x}_j^T \boldsymbol{x}_j$$

$$= -K_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i + L_i \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r} \boldsymbol{x}_j^T \boldsymbol{x}_j$$

$$\leqslant -\frac{K_i}{M_i}V_i + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r} \frac{L_i}{m_j}V_j, \quad i = 1, 2, \cdots, r.$$

考虑辅助方程组

$$\begin{cases} \dfrac{dV_1^*}{dt} = -\dfrac{K_1}{M_1}V_1^* + \dfrac{L_1}{m_2}V_2^* + \cdots + \dfrac{L_1}{m_r}V_r^*, \\ \dfrac{dV_2^*}{dt} = \dfrac{L_2}{m_1}V_1^* - \dfrac{K_2}{M_2}V_2^* + \cdots + \dfrac{L_2}{m_r}V_r^*, \\ \cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{dV_r^*}{dt} = \dfrac{L_r}{m_1}V_1^* + \dfrac{L_r}{m_2}V_2^* + \cdots - \dfrac{K_r}{M_r}V_r^*. \end{cases} \tag{4}$$

这是一个 r 阶常系数线性方程组，若其系数矩阵的特征值均具负实部，则系统(4)的平凡解渐近稳定．由引理 1 得到

$$\lim_{t\to\infty} V_1(t) = \cdots = \lim_{t\to\infty} V_r(t) = 0.$$

且注意到 $V_i(t) = V_i(x_1^{(i)}, \cdots, x_{n_i}^{(i)})$ 对 $x_j^{(i)}(i = 1, \cdots, r; j = 1, \cdots, n_i)$ 的连续性，即得系统(1)的平凡解的稳定性，且有

$$\lim_{t\to\infty} \boldsymbol{x}_1(t) = \cdots = \lim_{t\to\infty} \boldsymbol{x}_r(t) = 0,$$

从而得到系统(1)的平凡解是渐近稳定的．证毕．

如果我们将引理 3 中的估计式改进为

$$\boldsymbol{x}^T B^T B \boldsymbol{x} \leqslant \rho(B^T B) \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{x},$$

其中 $\rho(B^T B)$ 是 $B^T B$ 的最大特征值，那末参数的稳定性区域往往还能扩大，但是计算工作量大大增加了．

三、推广与应用

上面证明中的方法可以毫无困难地推广应用到文[3]所讨论的变系数线性系统

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = A(t)\boldsymbol{x},$$

所得到的参数稳定性区域比文[3]扩大了．

这一方法也可以用于解决一类非线性系统的稳定性问题．以飞机纵向运动方程[2]为例．

$$\begin{cases} \dot{x}_s = -\rho_s x_s + \sigma, \\ \dot{\sigma} = \sum_{s=1}^{4} \beta_s x_s + r P_2 \sigma - f(\sigma), \quad s = 1, 2, 3, 4. \end{cases} \tag{5}$$

这里 $\rho_s > 0$，$r > 0$，$P_2 < 0$，$f_{(0)} = 0$，$\sigma f(\sigma) > 0$，当 $\sigma \neq 0$ 时，不失一般性，设 $\rho_1 \leqslant \rho_2 \leqslant \rho_3 \leqslant \rho_4$.

现将系统(5)分解成两个子系统[2]

$$\begin{cases} \dot{x}_s = -\rho_s x_s, \\ \dot{\sigma} = -r|P_2|\sigma, \end{cases} \quad s = 1, 2, 3, 4. \tag{6}$$

对系统(6)作李雅普诺夫函数[2]

$$V_1 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2,$$
$$V_2 = \sigma^2.$$

于是

$$\left.\frac{dV_1}{dt}\right|_{(5)} = 2[x_1(-\rho_1 x_1) + \cdots + x_4(-\rho_4 x_4) + x_1\sigma + \cdots + x_4\sigma]$$

$$\leqslant 2\left[-\rho_1(x_1^2 + \cdots + x_4^2) + (x_1, x_2, x_3, x_4)\begin{pmatrix}\sigma \\ \sigma \\ \sigma \\ \sigma\end{pmatrix}\right]$$

$$\underset{\text{引理2)}}{\leqslant} -\rho_1(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2)+\frac{4\sigma^2}{\rho_1}$$

$$= -\rho_1 V_1 + \frac{4}{\rho_1}V_2$$

$$\left.\frac{dV_2}{dt}\right|_{(5)} = 2\sigma\frac{d\sigma}{dt}$$

$$= 2\sigma\left(-r|P_2|\sigma - f(\sigma) + \sum_{s=1}^{4}\beta_s x_s\right)$$

$$\leqslant 2\left(-r|P_2|\sigma^2 + \sigma\sum_{s=1}^{4}\beta_s x_s\right)$$

$$\underset{\text{引理2)}}{\leqslant} -r|P_2|\sigma^2 + \frac{1}{r|P_2|}\left(\sum_{s=1}^{4}\beta_s x_s\right)^2$$

$$\underset{\text{(引理3)}}{\leqslant} -r|P_2|\sigma^2 + \frac{\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2+\beta_4^2}{r|P_2|}(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2)$$

$$= -r|P_2|V_2 + \frac{\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2+\beta_4^2}{r|P_2|}V_1,$$

即

$$\begin{cases}\left.\dfrac{dV_1}{dt}\right|_{(5)} \leqslant -\rho_1 V_1 + \dfrac{4}{\rho_1}V_2 \\ \left.\dfrac{dV_2}{dt}\right|_{(5)} \leqslant \dfrac{\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2+\beta_4^2}{r|P_2|}V_1 - r|P_2|V_2.\end{cases}$$

其辅助方程组为

$$\begin{cases}\dfrac{dV_1^*}{dt} = -\rho_1 V_1^* + \dfrac{4}{\rho_1}V_2^*, \\ \dfrac{dV_2^*}{dt} = \dfrac{\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2+\beta_4^2}{r|P_2|}V_1^* - r|P_2|V_2^*.\end{cases} \tag{7}$$

系统(7)的平凡解为渐近稳定的充要条件为

$$\rho_1 r|P_2| - \frac{4}{\rho_1}\frac{\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2+\beta_4^2}{r|P_2|} > 0,$$

即

$$-\rho_1^2 r^2 P_2^2 + 4(\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2+\beta_4^2) < 0. \tag{8}$$

T 因为

$$V_1 \leqslant V_1^*, \quad V_2 \leqslant V_2^*,$$

所以如果(7)式的平凡解渐近稳定,那末当 $t\to\infty$时有

$$V_1 \to 0, \quad V_2 \to 0.$$

而

$$V_1 = x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2, \quad V_2 = \sigma^2.$$

故当满足条件(8)时,系统(5)的平凡解是绝对稳定的.

文[2]得到系统(5)为绝对稳定的充分条件为

$$-\rho_1^2 r_1^2 P_2^2 + 16\beta^2 < 0.$$

其中

$$\beta^2 = \max\{\beta_1^2, \beta_2^2, \beta_3^2, \beta_4^2\}.$$

A. A. 彼得阿特库尔斯基得到的系统(5)为绝对稳定的充分条件为

$$-\rho_1^2 r^2 P_2^2 + 16(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 + \beta_4^2) < 0.$$

显然，我们这里得到的条件(8)比上述条件都宽.

考虑系统

$$\begin{cases} \dot{x}_s = -\rho_s(t)x_s + \sigma, \\ \dot{\sigma} = \sum_{s=1}^{4} \beta_s(t)x_s - R(t)\sigma - f(\sigma). \end{cases} \tag{9}$$

其中 $R(t) = -r(t)P_2(t)$. 设 $\rho_s(t) \geqslant \delta_s > \delta$ $(s = 1, 2, 3, 4)$, $|\beta_s(t)| \leqslant B_s$ $(s = 1, 2, 3, 4)$, $R(t) \geqslant r^*$, $\delta > 0$, $r^* > 0$, $B_s \geqslant 0$, 且 $f(0) = 0$, $\sigma f(\sigma) > 0$, 当 $\sigma \neq 0$ 时，文[3]得到系统(9)为绝对稳定的充分条件为

$$16\beta^2 < \delta^2 r^{*2}.$$

其中 $\beta^2 = \max\{B_1^2, B_2^2, B_3^2, B_4^2\}$. 这一条件同样可以减弱为

$$4(B_1^2 + B_2^2 + B_3^2 + B_4^2) < \delta^2 r^{*2}.$$

因此，本文的方法计算过程比较简单，并且能得到比文[1—4]更大的稳定性参数区域.

参 考 文 献

[1] 王慕秋，稳定性参数区域之扩大，数学学报，2(1975).

[2] 秦元勋、王联、王慕秋，运动稳定性理论与应用，科学出版社，1981.

[3] 王慕秋、田秀恭，一类变系数系统解的稳定性，应用数学学报，4(1983).

[4] 田秀恭，用分解法研究两类缓变系数系统的稳定性，南开大学学报，1(1982).

THE AUXILIARY SIMULTANEOUS EQUATIONS IN THE THEORY OF LARGE SCALE SYSTEMS

Ye Baiying

(Central-South University of Technology)

Abstract

The auxiliary simultaneous equations in the theory of large scale systems play an important role in this theory. The coefficient matrix expressions of the auxiliary simultaneous equations that can be written out directly following the Lyapunov function of subsystems and the coefficient matrix of the original system with the operation of block matrix are given in this paper. The stability region of parameters can be enlarged using the auxiliary simultaneous equations obtained, and some results better than those in [1]—[4] are also obtained. Some extensions of this method and its applications have also been studied.