

# 磁悬浮实验列车模型的解耦控制系统

杨 泉 林  
(国防科技大学)

## 摘 要

本文主要讨论磁悬浮实验列车模型的解耦控制问题。在分析列车动力学模型的基础上,利用信号变换技巧,实现了系统的解耦,对解耦系统根据性能要求配置了闭环系统的极点,通过状态反馈给出了反馈阵  $F$ ,应用 Pearson 动态补偿器理论设计了补偿器,研究了磁悬浮控制系统的具体实现问题。

**关键词:** 列车模型,磁悬浮,控制系统,解耦,补偿器

## 一、动力学模型

由四个支承磁铁控制的实验列车模型的运动状态如图 1。图中 1 表示空间水平基准面,2 表示车身平面,车身上有四个电磁铁  $a$ 、 $b$ 、 $c$  和  $d$ ,  $l_1$ 、 $l_2$  表示磁铁吸力中心到车体质心的距离。电磁铁磁极表面到空间水平基准面的距离为  $x_a$ 、 $x_b$ 、 $x_c$  和  $x_d$ ,由安装在

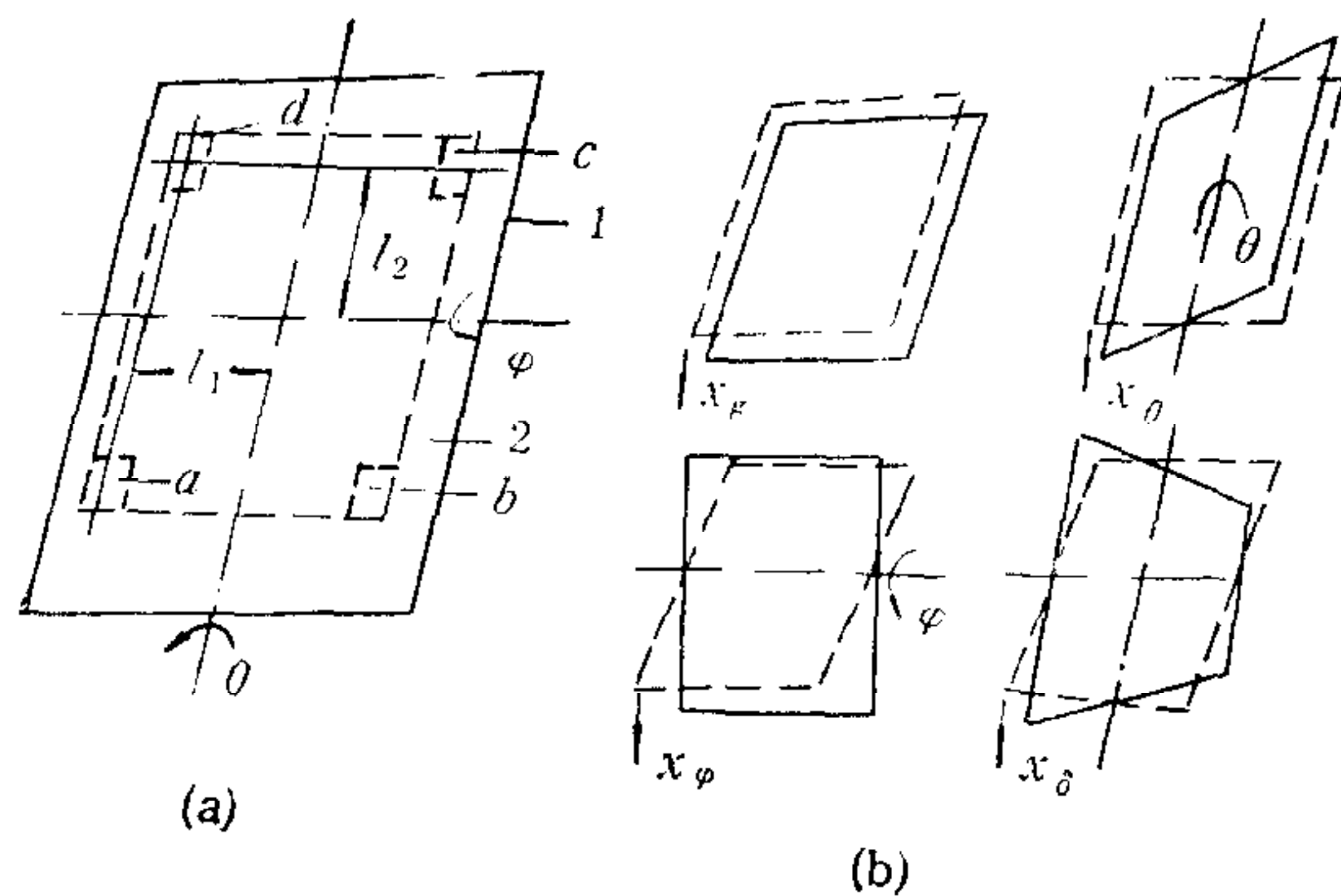


图 1 列车模型运动状态示意图

电磁铁附近的传感器检测。因此,磁悬浮实验列车模型由四铁控制系统将其悬浮起来。

每个磁铁控制系统的动力学模型可以用一组非线性方程描述<sup>[1]</sup>。

$$p = \frac{\mu_0 AN^2}{4} \left( \frac{I}{x} \right)^2, \quad (1)$$

$$U = \frac{\mu_0 AN^2}{2} \left( \frac{\dot{I}}{x} \right) - \frac{\mu_0 AN^2}{2} \left( \frac{I}{x^2} \right) \dot{x} + RI. \quad (2)$$

式中  $p$  表示电磁吸力,  $A$  表示一个磁极的面积,  $N$  表示电磁铁绕组匝数,  $I$  表示电磁铁绕组中的电流,  $x$  表示磁极表面与轨道间的间隙,  $\mu_0$  为空气导磁系数 ( $4\pi \times 10^{-7}$  亨利/米),  $U$  表示电磁铁绕组两端的电压,  $R$  表示电磁铁绕组的电阻.

为了设计控制系统,上述方程必须在平衡工作点附近线性化.

$$\Delta p = p_I \Delta I - p_x \Delta x, \quad (3)$$

$$\Delta u = L_0 \Delta \dot{I} - L_x \Delta \dot{x} + R \Delta I. \quad (4)$$

式中

$$L_0 = \frac{\mu_0 AN^2}{2x_0}, \quad L_x = \frac{\mu_0 AN^2}{2x_0^2} I_0,$$

$$p_I = \frac{\mu_0 AN^2}{2x_0^2} I_0, \quad p_x = \frac{\mu_0 AN^2}{2x_0^3} I_0^2.$$

图 1(b) 分别表示车身的上下、滚动、俯仰和扭转运动. 运动方程由下面一组方程给出<sup>[2]</sup>.

$$M_g \ddot{x}_g = -(p_a + p_b + p_c + p_d) + p_{xg}, \quad (5)$$

$$J_\theta \ddot{\theta} = -(p_a - p_b + p_c - p_d) l_1 + M_{x\theta}, \quad (6)$$

$$J_\varphi \ddot{\varphi} = -(p_a + p_b - p_c - p_d) l_2 + M_{x\varphi}, \quad (7)$$

$$M_\delta \ddot{x}_\delta + C_\delta \dot{x}_\delta + k_\delta x_\delta = -(p_a - p_b - p_c + p_d) + p_{x\delta}. \quad (8)$$

令

$$\frac{J_\theta}{l_1^2} = M_\theta, \quad \frac{M_{x\theta}}{l_1} = p_{x\theta}, \quad l_1 \theta = x_\theta,$$

$$\frac{J_\varphi}{l_2^2} = M_\varphi, \quad \frac{M_{x\varphi}}{l_2} = p_{x\varphi}, \quad l_2 \varphi = x_\varphi,$$

方程(6)、(7)变成:

$$M_\theta \ddot{x}_\theta = -(p_a - p_b + p_c - p_d) + p_{x\theta}, \quad (9)$$

$$M_\varphi \ddot{x}_\varphi = -(p_a + p_b - p_c - p_d) + p_{x\varphi}. \quad (10)$$

这里,  $M_i (i = g, \theta, \varphi, \delta)$  为各运动状态的等效质量,  $x_i$  为车身四种运动状态产生的位移  $p_i (i = a, b, c, d)$  为电磁力,  $p_{xi}$  为外干扰力  $C_\delta$  为摩擦系数,  $k_\delta$  为弹性变形系数.

## 二、控制系统设计

### 1. 解耦方式

根据图 1(b), 传感器检测到的车身位移  $x_j$  与在各运动坐标系内的位移  $x_i$  之间存在下面的关系:

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \\ x_d \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_g \\ x_\theta \\ x_\varphi \\ x_\delta \end{bmatrix}. \quad (11)$$

式中,

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

根据(11)式可以得到其逆变换为

$$\begin{bmatrix} x_g \\ x_\theta \\ x_\varphi \\ x_\delta \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \\ x_d \end{bmatrix} = \frac{1}{4} T \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \\ x_d \end{bmatrix}. \quad (13)$$

由列车动力学方程(5)、(9)、(10)、(8)同样可以得到:

$$\begin{bmatrix} p_g \\ p_\theta \\ p_\varphi \\ p_\delta \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} p_a \\ p_b \\ p_c \\ p_d \end{bmatrix}. \quad (14)$$

由(3)式可知:

$$p_i = T p_j = T(p_l I_j - p_x x_j) = 4p_l(T^{-1}I_j) - 4p_x(T^{-1}x_j). \quad (15)$$

令  $T^{-1}I_j = I_i$ , (15)式变为:

$$p_i = 4p_l I_i - 4p_x x_i. \quad (16)$$

将(4)式两边乘以  $T^{-1}$ , 令  $T^{-1}u_j = u_i$ , 则

$$u_i = L_0 \dot{I}_i - L_x \dot{x}_i + R I_i. \quad (17)$$

由此可以看出, 如果将传感器检测的位移  $x_j$  分别去控制电磁铁, 由于  $x_j$  包含各运动状态产生的位移, 控制系统是耦合系统。但由于列车模型的运动状态是互相独立的, 所以, 如果将传感器检测的位移  $x_j$  按照(13)式的矩阵变换方法变成运动坐标系中的位移  $x_i$ , 按照各运动状态进行控制系统设计, 然后将控制电压  $u_i$  变换成控制电磁铁的实际电压  $u_j$ , 磁悬浮实验列车模型悬浮控制系统各通道间实现了解耦, 此时可以按照垂直、俯仰、滚动和扭转通道的实际参数设计磁悬浮实验列车模型的悬浮控制系统。

## 2. 控制器设计

仅以垂直通道为例, 并假设电流驱动器和电磁铁特性得到改善<sup>[3]</sup>。增益  $K_i = 87.5$ , 等效电阻  $R_i = 32\Omega$ , 时间常数  $T = 1/3620$  秒, 系统参数  $M = 42\text{kg}$ ,  $p_l = 107.5\text{N/A}$ ,  $p_x = 3.58 \times 10^4\text{N/m}$ 。选取状态变量  $X = (x, \dot{x}, I)^T$ , 根据方程(5)、(16)、(17)式并代入已知参数得到状态方程为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{4p_x}{M} & 0 & \frac{-4p_l}{M} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3410 & 0 & -10.24 \\ 0 & 0 & -3620 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_i}{TR_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 9900 \end{bmatrix}, \quad C = (100).$$

### (1) 闭环系统的极点配置

对于磁悬浮列车,要求低频刚度大,使得列车在上坡、下坡或载荷变化时,保证磁铁和轨道间的间隙变化小;其次,系统的频带不能过宽,使得列车高速行驶时,遇到铁轨不规则时不致引起剧烈的振动,保证乘客有舒适之感。这些基本要求都可以体现在闭环系统的极点分布上。为了衰减高频分量,降低带宽,同时考虑到补偿器理论的要求,在控制方程中增加一个惯性环节,将原系统增广为四阶系统,闭环系统的四个极点分别设计为:  $s_1 = -25$ ,  $s_{2,3} = -420 \pm j428.5$ ,  $s_4 = -3750$ , 闭环特征方程为:

$$D(s) = s^4 + 4615s^3 + 3.625 \times 10^6 s^2 + 1.438 \times 10^9 s + 3.375 \times 10^{10} \quad (19)$$

### (2) 反馈阵 $F$ 的确定

根据闭环系统的要求,增广系统为:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ I \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3410 & 0 & -10.24 & 0 \\ 0 & 0 & -3620 & 9900 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ I \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w. \quad (20)$$

系统(20)的开环特征方程为:

$$\left| sI - \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right| = s^4 + 3620s^3 - 3410s^2 - 1.234 \times 10^7 s \quad (21)$$

选择控制规律  $w = \dot{u}$ , 反馈方程为:

$$w = F \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}, \quad (22)$$

式中,  $F = (f_1 f_2 f_3 f_4)$ .

使系统(20)在反馈控制规律(22)控制下具有闭环特征方程(19)的反馈阵  $F$  应满足:

$$F = (-995, -3.628 \times 10^6, -1.45 \times 10^9, -3.375 \times 10^{10}) \alpha^{-1} V^{-1}, \quad (23)$$

式中,

$$\alpha^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3620 & -3410 & -1.234 \times 10^7 \\ 0 & 1 & 3620 & -3410 \\ 0 & 0 & 1 & 3620 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -3620 & 1.311 \times 10^7 & -4.745 \times 10^{10} \\ 0 & 1 & -3620 & 1.311 \times 10^7 \\ 0 & 0 & 1 & -3620 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1.014 \times 10^5 \\ 0 & 0 & -1.014 \times 10^5 & 3.67 \times 10^8 \\ 0 & 9900 & -3.584 \times 10^7 & 1.297 \times 10^{11} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3.571 \times 10^{-2} & 1.01 \times 10^{-4} & 0 \\ -3.571 \times 10^{-2} & -9.864 \times 10^{-6} & 0 & 0 \\ -9.864 \times 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

由此得到反馈阵  $F$  为:

$$F = (454960, 14338, -2.653, -995) \quad (24)$$

### (3) 补偿器设计

在实现上述状态反馈时,由于状态变量不能全部直接测量,只是由位移传感器测量得到  $x$ . 但根据 Pearson 补偿器理论<sup>[4]</sup>,使系统(20)具有任意极点配置的状态反馈

$$w = -(K_{r+1}, K_1) \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}, \quad (25)$$

它等价于输出反馈

$$\dot{u} + \alpha_0 u + \gamma_0 y + \gamma_1 \dot{y} = 0, \quad (26)$$

式中,  $\nu_0 = (\nu_{01}, \nu_{02})$ ,  $\nu_1 = (\nu_{11}, \nu_{12})$ ,

$\nu$  应满足:

$$N \begin{bmatrix} \nu_0^T \\ \nu_1^T \end{bmatrix} = -K_{r+1}^T. \quad (27)$$

式中  $N$  为观测矩阵,考虑到仅将位移量作为输出,可以求得:

$$N = (C^T A^T C^T) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

所以  $\alpha_0, \nu_0, \nu_1$  可以按下法确定:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_0 \\ \nu_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_1 \\ -f_2 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$\alpha_0 = -f_4 - \gamma_1 C A B = -f_4. \quad (30)$$

又由于  $y = Cx = x$ ,  $\dot{y} = C\dot{x} = CAx + CBu = \dot{x}$  因此输出反馈(26)为:

$$\dot{u} - f_4 u - f_1 x - f_2 \dot{x} = 0. \quad (31)$$

将(31)式拉氏变换,并代入已知数,得到补偿器的形式为:

$$U(s) = \frac{K(1 + \tau s)}{1 + Ts} X(s), \quad (32)$$

式中,  $K = 457$ ,  $\tau = 0.0315$ ,  $T = 0.001$ .

## 三、控制系统的实现

磁悬浮实验列车模型悬浮控制系统如图 2. 它由位移传感器、变换放大器、 $T^{-1}$  变换、模拟控制器、 $T$  变换、电流驱动器和电磁铁等主要部件组成。

### 1. 位移传感器

位移传感器由两个带有铁芯的单个线圈接成差动电路。在列车模型上安装四对传感

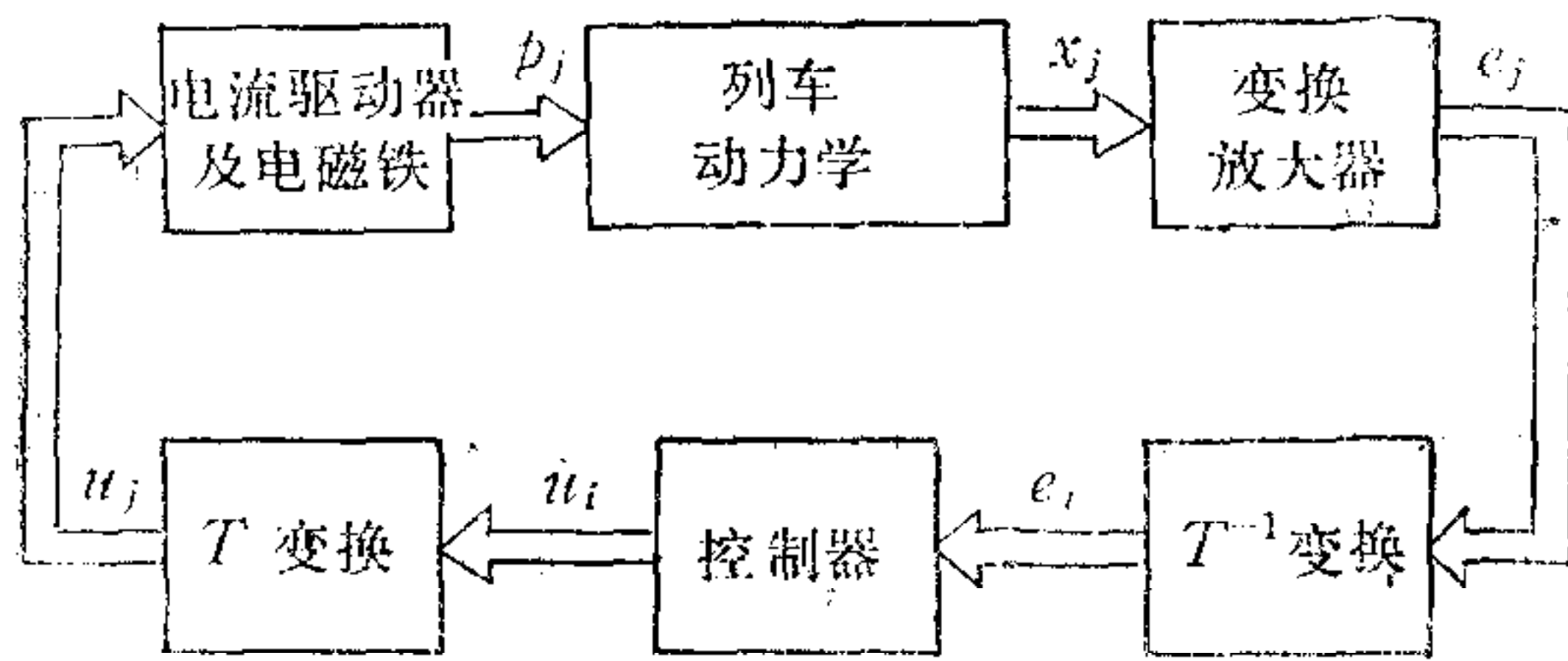
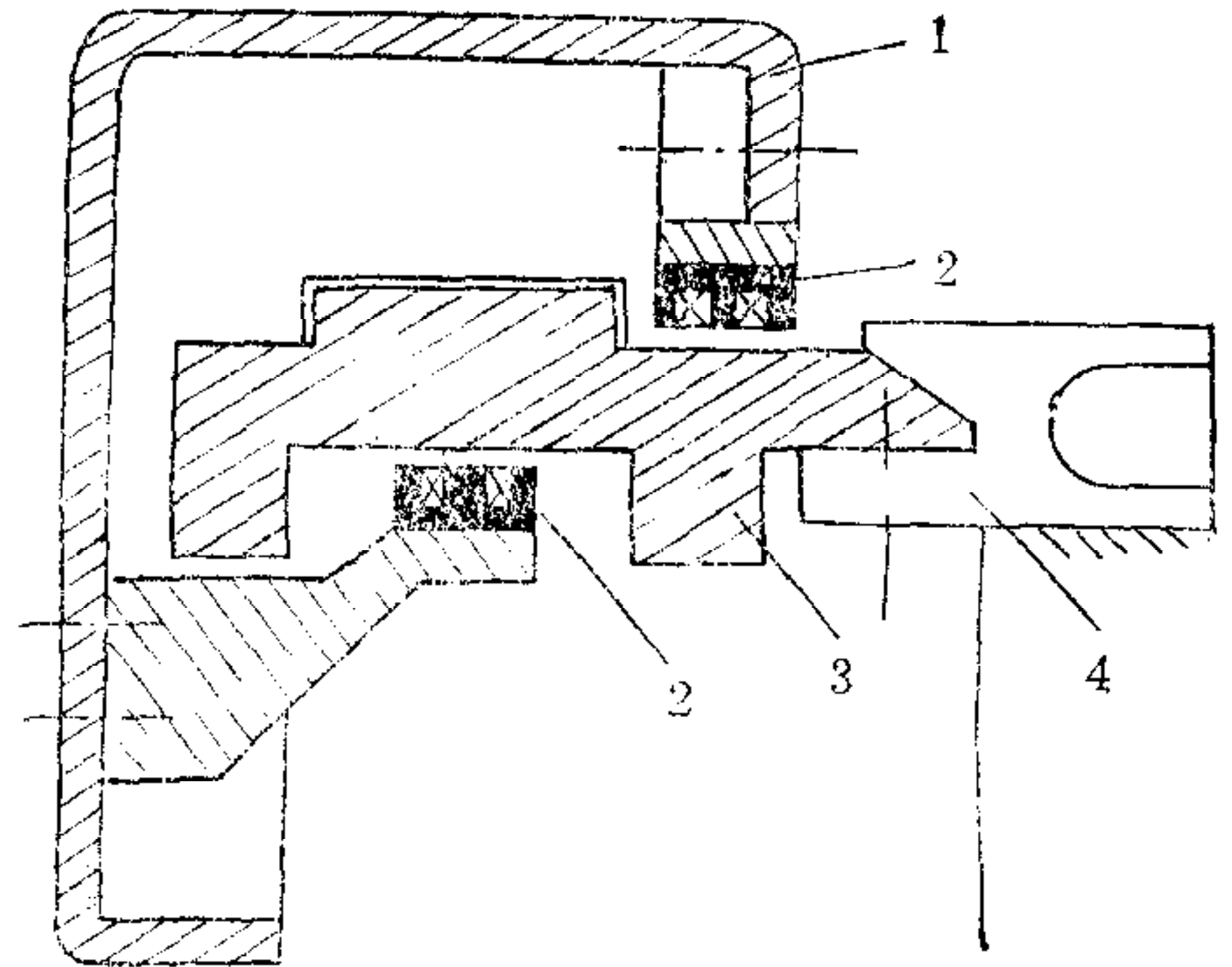


图2 磁悬浮实验列车模型控制系统原理图

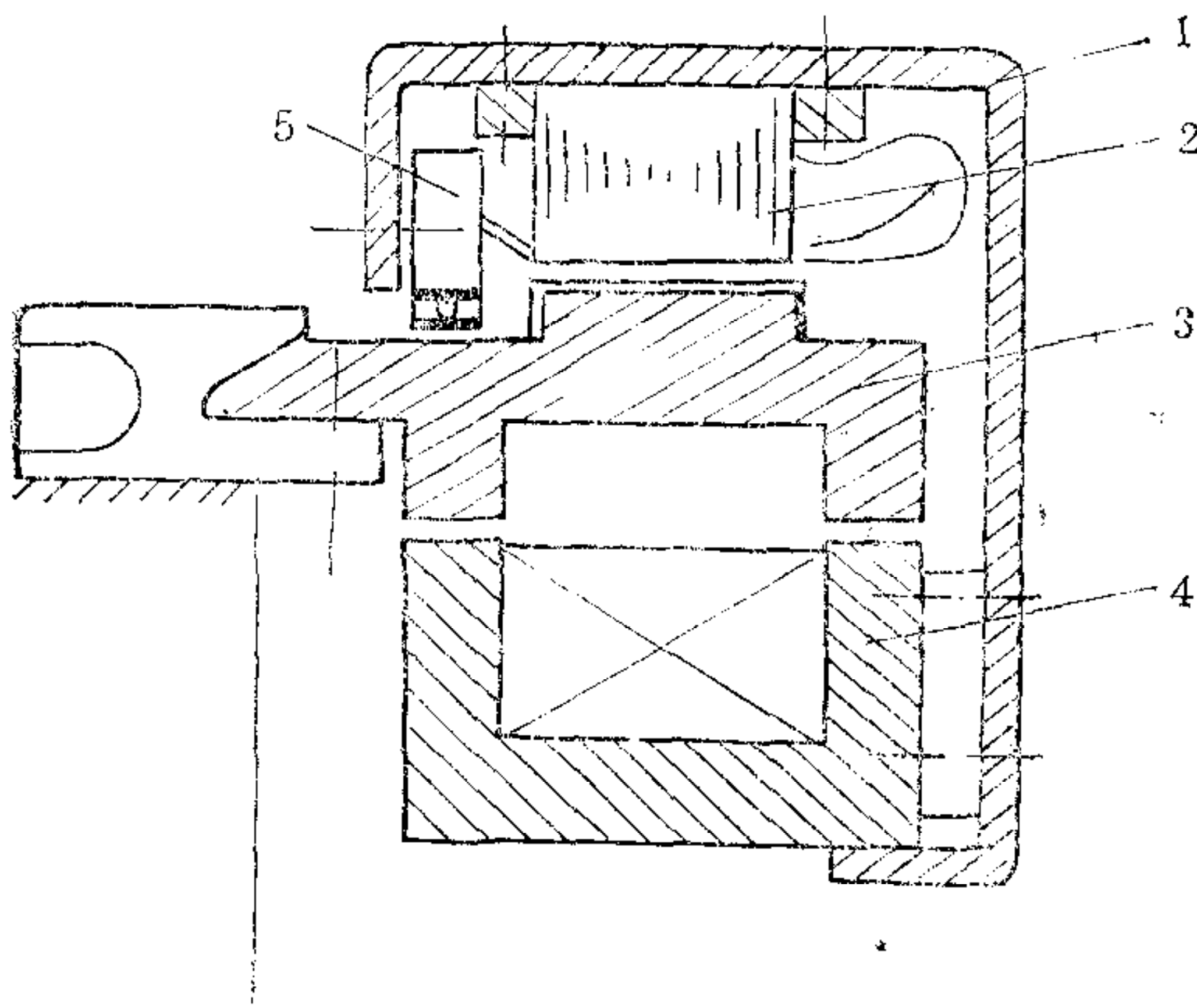


1——车身 2——传感器 3——轨道 4——轨道支架  
图3 磁悬浮列车模型上的传感器

器,如图3所示。它由32千赫的激励电源驱动。

## 2. 变换放大器

变换放大器由前置放大器、带通滤波器、相敏解调器和滤波电路等组成。变换放大器增益调整到  $600V/m$  左右。



1——车身 2——驱动电机 3——轨道  
4——电磁铁 5——保护轮

图4 磁悬浮实验列车模型上的电磁铁

## 3. 模拟控制器

来自变换放大器的电压  $e_j$ ，经过  $T^{-1}$  变换网络(它由四个加法器组成)将信号代数组合成  $e_i$ ，加给各个通道的补偿器。补偿器输出电压  $u_i$  经过  $T$  变换网络(也由四个加法器组成)将信号重新组合形成每个磁铁的控制电压  $u_j$ 。

## 4. 电流驱动器和电磁铁

电流驱动器将控制电压  $u_j$  进行功率放大变换成驱动电磁铁所必须的电流  $I_j$ 。在磁悬浮实验列车模型车身上安装四个支承磁铁，每边两个,如图4所示。每个磁铁磁极面积  $A = 18cm^2$ ，绕组匝

数  $N = 1250$ ，绕组电阻  $r = 6.5\Omega$ ，当电流  $I_0 = 1$  安培，磁铁和轨道间的间隙  $x_0 = 3$  mm 时，每个磁铁产生的吸力  $P_0 = 10kg$ 。磁铁铁芯制成  $U$  型形状。这种  $U$  型磁铁与两根轨道的倒  $U$  型结构保证列车模型横向受到外干扰力时有一定的自稳定能力。

目前,磁悬浮实验列车模型悬浮控制系统的主要性能有:

支承刚度	50kg/mm,
承载能力	50kg,
功率消耗	80W,
控制系统调节时间	0.12 秒。

## 结 束 语

随着工业的发展和科学技术的进步,提高交通运输的效率无疑是急待解决的问题。而现有火车由于轨道和车体接触,速度不可能很快。磁悬浮列车由于它不与轨道接触,无干摩擦,速度可达 500 公里/小时。日本、西德、法国等国家早已开始磁悬浮列车的研究。因此,在我们这样幅员辽阔、人口众多的国家里,开展磁悬浮列车的研究是十分必要的。本文虽然仅讨论了磁悬浮列车模型的悬浮控制问题,但由于所研制的实验列车模型的支承磁铁和轨道都用价格低廉的软铁作为磁性材料,而且加工方便,为进一步开展这方面的研究提供了理论设计基础和工程实践的经验。随着超导技术的发展,更使磁悬浮列车控制技术的研究充满光辉的前景。

## 参 考 文 献

- [1] GOTTZEIN, E. and LANGE, B., Magnetic Suspension Control Systems for the MBB High Speed Train, *Automatica*, Vol. 11 (1975), 271—284.
- [2] 山村,大西,正田,吸引力形常电导磁气浮上台车の制御系理论,电气学会论文志 B, 99, 752 (1979-11).
- [3] 杨泉林,状态反馈去耦原理在磁悬浮轴承设计中的应用,自动化学报, Vol.14, No. 2 (1988), 88—90.
- [4] Katsuhisa Furuta, Multivariable Control System Design, Tokyo Institute of Technology (1986), 65—67.

# THE DECOUPLED CONTROL SYSTEM OF THE MAGNETIC SUSPENSION TEST VEHICLE MODEL

YANG QUANLIN

(National University of Defence Technology)

## ABSTRACT

In this paper, decoupled control problem of the magnetic suspension test vehicle model is discussed. On the basis of analysing the vehicle dynamic model, a decoupled control system is realized with signal transformation technique. The poles of the closed loop system are assigned for the decoupled control system according to the specification requirements. The feedback matrix  $F$  is given by state feedback. Applying theorem of the dynamic compensator proposed by Pearson, the compensator is designed. Practical problems for the realization of magnetic suspension control system are investigated.

**Key words** Vehicle model, Magnetic suspension, Control system, Decoupling, Compensator