第15卷 第2期 自动化学报 Vol. 15, No. 2
1989年3月 ACTA AUTOMATICA SINICA Mar., 1989

价格调整模型及价格系统的控制[1)]

乐伟梁 胡保生
(西安交通大学)

摘 要

本文提出了离散双线性价格改革最优控制模型.并证明为了保证人民生活水平,工资率的控制可用模型中的状态反馈器来实现. 文中还给出了目标价格流形可达并稳定的充要条件,为工资率状态反馈器的参数设计提供了理论依据,也为因国民收入超分而导致的通货膨胀提供了理论说明.

关键词: 系统分析,模型化,最优控制,价格控制.

一、引 言

价格改革是当前经济体制改革的关键,也是举国上下关心瞩目的问题. 文献[1]在分析我国国情和价格系统进行机制的基础上,提出了价格系统是不稳定系统的观点,并提出价格改革应先向目标模式(理论价格)调整,然后将价格逐步放开的政策设想. 本文在此基础上,提出了价格改革离散双线性价格调整模型,其中分析考虑了价格改革中人民生活和财政的承受能力.

二、基本模型及分析

价格改革应采用先调整、后放开的方针,其实质就是先对不合理的部门利润率进行调整,使各部门利润率均达到合理的、大致相同的水平. 在此基础上,可建立描述价格调整的数学模型.

1. 基本模型

从文献[1]可知,我国当前的理论价格从机制上看应为生产价格,但其模式上应为双渠道价格形式. 以下研究针对生产价格进行. 其结果很容易推广到双渠道模式.

生产价格为

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}A + r\boldsymbol{p}K + w\boldsymbol{a}. \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{p}$ 为价格 n 维横向量; A 为投入产出 $n\times n$ 实物阵; r 为资金利润率; K 为资本系数矩阵; w 为工资率; a 为单位劳动时间横向量. 从(1)式可得到不同部门利润率的价格方

本文于1987年3月4日收到.
1) 本工作得到了中国科学院青年奖励基金和西安交通大学青年科学基金的资助.

程

$$p = pA + pK[r] + wa, \text{ 其中 } [r] = \begin{bmatrix} r_1 & & & \\ & r_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & r_n \end{bmatrix}. \tag{2}$$

r_i 为第 i 个部门的利润率。价格改革的目标就是要逐步减少部门利润率的差别，达到合理的平均利润率。这样可得利润率调整模型

$$\eta_{t+1} = u_{t+1} + (I - [u_{t+1}])\eta_t,\ [u_{t+1}] = \begin{bmatrix} u_{t+1}^1 & & & \\ & u_{t+1}^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & u_{t+1}^n \end{bmatrix}. \tag{3}$$

其中 η_t 为部门利润率与平均利润率的 n 维偏差向量；$r_t = \bar{r}\cdot\eta_t$，$\bar{r}$ 为平均利润率；r_t 为 n 维部门利润率向量；u_t 为利润率 n 维偏差控制向量；I 为单位阵。当 $\eta_t = E = [1,1,\cdots,1]^T$ 时，各部门均达到平均利润率。当前各部门利润率不同，低于 $\bar{r}$ 的部门，相应的 η_t^i 就有 $0 < \eta_t^i < 1$；高于 $\bar{r}$ 的部门，就有 $\eta_t^i > 1$. 当 $0 < u_{t+1}^i < 1$ 时就迫使部门利润率向 $\bar{r}$ 靠拢.

进而可推出相应的价格调整模型

$$\left.\begin{aligned} p_{t+1} &= \bar{r}p_tK[\eta_{t+1}](I-A)^{-1} + w_{t+1}a(I-A)^{-1}, \\ \eta_{t+1} &= u_{t+1} + (I - [u_{t+1}])\eta_t. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

其中假定单位产品占用资金的估价 p_tK 采用上一年度价格，这样比较符合实际，也容易做到。

2. 稳定性分析

对于模型 $\eta_{t+1} = u_{t+1} + (I - [u_{t+1}])\eta_t$，由于各部门利润率调整不交联，故可将各部门调整单独考虑。对于部门 i

$$\eta_{t+1}^i = u_{t+1}^i(1 - \eta_t^i) + \eta_t^i. \tag{5}$$

如果考虑 $u_{t+1}^i = u^i$ 不变(定常)，从稳定性理论可知，要使上述系统稳定的条件是 $|1 - u^i| \leqslant 1 \Rightarrow 0 \leqslant u^i \leqslant 2$. 但由于调整中 u_{t+1}^i 一般随时间而变化，因而必须从价格改革的实际背景和需要来研究控制量 u_{t+1}^i 的变化范围，以使调整过程稳定。显然当 $u_{t+1}^i < 0$ 或 $u_{t+1}^i > 2$ 时，会使利润率偏差加大，这是不可取的；当 $1 < u_{t+1}^i \leqslant 2$ 时，调整中会发生振荡，这在价格改革中是不合适的；因此，取 $0 \leqslant u_{t+1}^i \leqslant 1$ 为好。$u_{t+1}^i = 0$ 为该年度该部门不调整；$u_{t+1}^i = 1$，为该部门一步调整到平均利润率。要调整快些，u_{t+1}^i 可在 0—1 中取大些，反之则小些.关于价格模型的稳定性，由于涉及工资率的变化影响，留到下面讨论。

三、价格改革制约因素分析

1. 人民生活承受能力

要研究人民生活问题，首先要提出衡量人民生活的指标。在统计学中有两种生活指数，即拉氏和派氏指数。设 q_t，q_0 分别表示计算期和基期的居民消费向量，这样

拉氏指数　　$k_t^1 = p_t\cdot q_0 / p_0\cdot q_0$,

派氏指数 $k_t^2 = \boldsymbol{p}_t \cdot \boldsymbol{q}_t / \boldsymbol{p}_0 \cdot \boldsymbol{q}_t$.

对于以上模型,如采用指数 k_t^2,就需对计算期中每年的消费结构进行预测,显然十分困难,即便做了,预测的可靠性和精确度很难保证。否则就不得不采用已知的消费结构 $\boldsymbol{q}_0$,用 k_t^1 来衡量整个过程的生活水平变化了,这也是不符合实际的.本文提出了一种新的衡量人民生活水平的标准,即人民收入占国民收入(按一定标准计算的)的份额。当人民收入份额不变时,可认为人民生活水平不变(当然考虑到生产的发展,虽具有相同份额,实际生活水平将得到提高,但提高的程度是可计算出的)。虽然采用这种方法衡量生活水平变化,不能直接反映消费结构的变化,但从收入分配来看,更加符合实际,尤其当 $\boldsymbol{q}_0$ 或 $\boldsymbol{q}_t$ 无法得到或精度很低时,这种指标的优越性就更加明显。我们可采用 $\boldsymbol{c}^*$ (不变价值尺度,A 阵谱半径的特征向量)或 $\bar{\boldsymbol{c}}(K(I-A)^{-1}$ 阵谱半径的特征向量) 作为国民收入的标准[1],这将给计算带来很大方便。

有了上述几种指标(我们用 $\boldsymbol{q}_0$, $\boldsymbol{q}_t$, $\boldsymbol{c}^*$, $\bar{\boldsymbol{c}}$ 来表示),下面研究价格调整中如何调整工资率,以保证人民生活水平在各种指标意义下不下降。我们已有基本模型 (4)

1) 对于 $\boldsymbol{q}_0$ 指标

假定: $\boldsymbol{q}_0$ 已知;改革中工资总额按 k_t^1 提高,即 $W_{t+1} = k_{t+1}^1 W_t$, W_t 为 t 年工资总额; $\boldsymbol{p}_{t+1}\boldsymbol{q}_0 = W_{t+1}$. 这样可推出以下关系:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}_{t+1}\boldsymbol{q}_0 &= W_{t+1} = w_{t+1}\boldsymbol{a}\boldsymbol{y}_{t+1}\\ &= \bar{r}\boldsymbol{p}_t K[\boldsymbol{\eta}_{t+1}](I-A)^{-1}\boldsymbol{q}_0 + w_{t+1}\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}\boldsymbol{q}_0\\ \Rightarrow w_{t+1} &= \bar{r}\boldsymbol{p}_t K[\boldsymbol{\eta}_{t+1}](I-A)^{-1}\boldsymbol{q}_0/\boldsymbol{a}(\boldsymbol{y}_{t+1} - (I-A)^{-1}\boldsymbol{q}_0).\end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{y}_{t+1}$ 为 $t+1$ 年的实际产量向量。

当 w_{t+1} 按(6)式进行变化时,就可使人民生活水平在 $\boldsymbol{q}_0$ 意义下不变。 显然 w_{t+1} 是 $\boldsymbol{p}_t$ 的状态反馈,整个价格方程为

$$\boldsymbol{p}_{t+1} = \bar{r}\boldsymbol{p}_t K[\boldsymbol{\eta}_{t+1}](I-A)^{-1} + \frac{\bar{r}\boldsymbol{p}_t K[\boldsymbol{\eta}_{t+1}](I-A)^{-1}\boldsymbol{q}_0 \cdot \boldsymbol{a}(I-A)^{-1}}{\boldsymbol{a}(\boldsymbol{y}_{t+1} - (I-A)^{-1}\boldsymbol{q}_0)}. \tag{7}$$

对于 $\boldsymbol{q}_t$ 指数,我们也有类似结果,不再列出。

2) 对于 $\boldsymbol{c}^*$ 指标

假定: $\boldsymbol{p}_t\boldsymbol{c}^* = V_t$(国民收入), $\boldsymbol{x}^* = (I-A)^{-1}\boldsymbol{c}^*$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{x}^* = 1$,要保证工资占国民收入份额不变,须有 $w_{t+1} = \beta\boldsymbol{p}_t\boldsymbol{c}^*$,其中 $0<\beta<1$,为工资占国民收入的份额数。(注意:由于通过标么化 $\boldsymbol{a}\boldsymbol{x}^* = 1$,这时工资率即为工资额)。因此有:

$$\frac{1}{\beta}w_{t+1} = \boldsymbol{p}_{t+1}\boldsymbol{c}^* = \bar{r}\boldsymbol{p}_t K[\boldsymbol{\eta}_{t+1}](I-A)^{-1}\boldsymbol{c}^* + w_{t+1}\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}\boldsymbol{c}^*,$$

$$\Rightarrow w_{t+1} = \frac{\beta}{1-\beta}\bar{r}\boldsymbol{p}_t K[\boldsymbol{\eta}_{t+1}](I-A)^{-1}\boldsymbol{c}^*, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{p}_{t+1} = \bar{r}\boldsymbol{p}_t K[\boldsymbol{\eta}_{t+1}](I-A)^{-1}\left(I + \frac{\beta}{1-\beta}\boldsymbol{c}^*\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}\right). \tag{9}$$

同样,在 $\boldsymbol{c}^*$ 指标下,要保证工资占国民收入份额不变,w_{t+1} 是 $\boldsymbol{p}_t$ 的状态反馈。在 $\boldsymbol{c}^*$ 指标

1) 乐伟梁、胡保生,价格尺度与价格调整模型,中国系统工程学会第五届年会论文集, 1987.

下，还可通过设计 β，在价格调整中改变工资份额。对于 $\bar{c}$ 指标，也有类似结果。

从以上分析可见，在价格调整模型中，工资率可做为价格的状态反馈，通过适当选取状态反馈器的参数，就可使工资的变化满足一定的要求，从而保证人民生活在价格改革中不受影响或少受影响。这实际上也就是在某种意义下价格调整与工资挂钩的方式。以上四种生活水平指标可根据实际条件选取，或通过计算比较，找出较好的一种。

2. 国家财政承受能力

在模型中还必须反映出价格调整中，国家财政的变化情况以及各种调整方案所需的财政支持。我们可为模型提出以下方程：

$\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{c}=V$ 国民收入 (10)

$R=V-W$ 利润＝国民收入－企业工资总额 (11)

$F=f(R,T)$ 财政收入为利润与税收的函数 (12)

$F'=f(R,T)-g(\boldsymbol{u},\boldsymbol{p})-\Delta W$ 实际财政收入＝财政收入－调整方案 $\boldsymbol{u}$ 所需资金－非企业劳动者提高的工资额 (13)

如果有了 $f(R,T)$ 和 $g(\boldsymbol{u},\boldsymbol{p})$ 的函数表示，财政承受能力的估计就可解决。

四、价格调整最优控制模型

价格调整的目标是向理论价格靠拢。这样可提出上述模型的调整终端流形。设 T 为调整终时，$\boldsymbol{p}_T$ 要达到由式(1)决定的终端流形，终端利润率偏差向量 $\boldsymbol{\eta}_T=[1,1,\cdots,1]^T$。

在调整过程中，要求价格水平上升最少和控制代价最小，这样可提出以下目标函数

$$\min\sum_{t=1}^{T-1}(\boldsymbol{p}_tQ\boldsymbol{p}_t^T+g(\boldsymbol{u}_t,\boldsymbol{p}_t)). \tag{14}$$

其中 Q 为权矩阵。这样综合式(4),(7),(9),(13),(14)，可得以下价格调整最优控制模型：

$$\begin{cases}\min\left\{\theta(\boldsymbol{p}(T))+\sum_{t=1}^{T-1}(\boldsymbol{p}_tQ\boldsymbol{p}_t^T+g(\boldsymbol{u}_t,\boldsymbol{p}_t))\right\}\\ \text{s.t. } \boldsymbol{p}_{t+1}=\bar{r}\boldsymbol{p}_tK[\boldsymbol{\eta}_{t+1}](I-A)^{-1}+\boldsymbol{p}_t\boldsymbol{h}_t\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}\\ \quad \boldsymbol{\eta}_{t+1}=(I-[\boldsymbol{u}_{t+1}])\boldsymbol{\eta}_t+\boldsymbol{u}_{t+1}\\ \quad f(R_t,T_t)-g(\boldsymbol{u}_t,\boldsymbol{p}_t)-\Delta W_t\geqslant\phi_t\\ \quad \boldsymbol{w}_{t+1}\geqslant\boldsymbol{w}_t\\ \quad \boldsymbol{p}_0=\boldsymbol{p}(0),\ \boldsymbol{\eta}_0=\boldsymbol{\eta}(0),\ \boldsymbol{\eta}_T=[1,1,\cdots,1]^T.\end{cases} \tag{15}$$

其中 $\boldsymbol{h}_t$ 为人民生活水平状态反馈向量，$\theta(\boldsymbol{p}(T))$ 为终端流形，ϕ_t 为外生给定。

以上价格调整最优控制模型是一个离散带约束的双线性优化控制模型，一般是存在最优解的，可采用数学规划方法或其它方法求解

五、终端流形的可达性和稳定性

先研究用 $\bar{c}$($K(I-A)^{-1}$ 的谱半径对应的特征向量)做为人民生活指标的系统。在 $\bar{c}$ 为标准，标么化后的生产价格系统中，利润率与工资率有关系 $r=R(1-w)$，从式(9)可得

$$\boldsymbol{p}_{t+1}=\bar{r}\boldsymbol{p}_tK[\boldsymbol{\eta}_{t+1}](I-A)^{-1}\left(I+\frac{\beta_t}{1-\beta_t}\bar{\boldsymbol{c}}\cdot\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}\right). \tag{16}$$

其中假定在价格调整过程中工资份额 β_t 也在进行调整，对于这样的系统有以下定理:

定理。式(16)系统可达到終端流形且稳定的充要条件是 $\bar{r}$ 与 β_T 满足以下关系：$\bar{r}=R(1-\beta_T)$ (其中 R 为 $K(I-A)^{-1}$ 的谱半径的倒数).

证明。当 $t=T$ 时，$\eta_t=[1,1,\cdots,1]^T$，如达到终端流形并稳定有

$$\boldsymbol{p}_T=\boldsymbol{p}_{T+1}=\bar{r}\boldsymbol{p}_TK(I-A)^{-1}\left(I+\frac{\beta_T}{1-\beta_T}\bar{\boldsymbol{c}}\cdot\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}\right)$$

$$=\bar{r}\boldsymbol{p}_TK(I-A)^{-1}+\frac{\beta_T}{1-\beta_T}\bar{r}\lambda_{\max}\cdot\boldsymbol{p}_T\bar{\boldsymbol{c}}\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}.$$

这是因为 $\bar{c}$ 为 $K(I-A)^{-1}$ 的谱半径 $\lambda_{\max}$ 所对应的特征向量

$\because\ \boldsymbol{p}_T=\bar{r}\boldsymbol{p}_TK(I-A)^{-1}+w_T\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}$，且 $w_T=\boldsymbol{p}_T\cdot\bar{\boldsymbol{c}}\cdot\beta_T$

$$\Rightarrow\frac{\bar{r}}{(1-\beta_T)R}=1\Rightarrow\bar{r}=R(1-\beta_T).$$

相反，当 $\bar{r}=R(1-\beta_T)$ 时，由于 $w_T=\boldsymbol{p}_T\cdot\bar{\boldsymbol{c}}\cdot\beta_T$，
可推出

$$\boldsymbol{p}_{T+1}=\bar{r}\boldsymbol{p}_TK(I-A)^{-1}\left(I+\frac{\beta_T}{1-\beta_T}\bar{\boldsymbol{c}}\cdot\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}\right)$$

$$=\bar{r}\boldsymbol{p}_TK(I-A)^{-1}+\frac{\beta_T}{1-\beta_T}\lambda_{\max}\bar{r}\cdot\boldsymbol{p}_T\cdot\bar{\boldsymbol{c}}\cdot\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}$$

$$=\bar{r}\boldsymbol{p}_TK(I-A)^{-1}+\frac{\bar{r}}{(1-\beta_T)R}\cdot\beta_T\cdot\boldsymbol{p}_T\cdot\bar{\boldsymbol{c}}\cdot\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}$$

$$=\bar{r}\boldsymbol{p}_TK(I-A)^{-1}+w_T\boldsymbol{a}(I-A)^{-1}=\boldsymbol{p}_T.$$

对于其它指标，由于它们没有象 $\bar{c}$ 那样有简单的关系式，所以没有象上述定理那么好的结果。但是采用任何一个指标的系统均有以下性质:

定理。采用任何一种生活水平指标进行状态反馈的价格调整系统，能够达到终端流形且稳定的充要条件是：$\bar{r}$ 为 $(K+\boldsymbol{h}_T\boldsymbol{a})(I-A)^{-1}$ 的谱半径的倒数，并且 $\boldsymbol{p}_T$ 为 $(K+\boldsymbol{h}_T\boldsymbol{a})(I-A)^{-1}$ 的谱半径所对应的特征向量。

证明。当 $\boldsymbol{p}_T$ 和 $\bar{r}$ 满足定理中的条件

$$\boldsymbol{p}_{T+1}=\bar{r}\boldsymbol{p}_T(K(I-A)^{-1}+\boldsymbol{h}_T\cdot\boldsymbol{a}(I-A)^{-1})=\bar{r}\cdot\lambda_{\max}\boldsymbol{p}_T=\boldsymbol{p}_T.$$

当 $\boldsymbol{p}_T=\boldsymbol{p}_{T+1}$ 时，显然 $\boldsymbol{p}_T$ 和 $\bar{r}$ 必须满足上述条件。

从上述两个定理可得出以下结论:

(1) 以上定理为价格调整中利润率和工资率的控制提供了理论依据，给出了价格系统通过调整达到并稳定于理论价格的条件；为模型中状态反馈器参数 $\bar{r}$,β_T 等的设计提供了理论依据。在以 $\bar{\boldsymbol{c}}$ 为标准的系统中 $\bar{r}$ 的设计依赖于 β_T, $\bar{r}=R(1-\beta_T)$；对于采用其它指标的系统，$\bar{r}$ 的大小就取决于 $\boldsymbol{h}_T$ 中的参数，如 β_T, $\boldsymbol{q}_T$, $\boldsymbol{y}_T$ 等的设计和预测了。

(2) 如果 $\bar{r}>1/\lambda_{\max}$，则说明利润率和工资率的设计使国民收入超分。显然可以看出，这时的价格系统方程是不稳定而发散的，价格水平将越来越高。这为国民收入超分导致通货膨胀提供了理论说明。

六、结 束 语

本文基于国情和价格系统运行机制，提出了调整不合理部门利润率的价格调整最优控制模型。本模型将整个价格调整过程统一建模，因而所得优化结果将是整个调整过程的最优方案。通过模型计算，可以得出主要产品在满足约束条件下，在价格调整过程中的最佳调整量。模型中将人民需求和产品产量做为外生变量，引入价格模型，为将来生产模型中引入价格量，进而建立价格-生产整体闭环模型提供了可能。

目前我们正据此模型对价格改革方案进行优化和仿真计算。由于模型中包含大量产品，使模型变量很多，这给计算带来很大困难。我们正在研究相应的分解算法，以节省计算量，待计算完成后，将能给出本模型的精度检验，及与其它模型的比较。

参 考 文 献

[1] 乐伟樑，胡保生，价格系统的分析与控制，西安交通大学学报，No. 4，1987.
[2] 贺菊煌，取消价格补贴对价格系统影响的定量分析，数量经济技术经济研究，No. 2，1985.
[3] 周方，价格变动平衡系统和最优价格调整，数量经济技术经济研究，No. 7，1985.

PRICE REFORMS MODEL AND PRICE SYSTEM CONTROL

Le Weiliang　　Hu Baosheng

(Xian Jiaotong University)

Abstract

In this paper, a discrete bilinear optimal control model for price reforms is developed. It is proved that, in order to keep the people's living level, the control of the wage rate can be achieved by price state feedback controllor in the model. The necessary and sufficient conditions for the terminal manifold reachable and stable are given in the paper, which provide the theoretical base for the design of the parameters in the living level feedback controllor, and the theoretical explanation for the inflation caused by the overdivide of national income.

Key words—— Systems analysis; modelling; optimal control; price control.