第 15 卷 第 2 期 自动化学报 Vol. 15, No. 2
1989 年 3 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Mar., 1989

多指标动态规划的人机交互式满意权衡法

胡乐群 吴沧浦
(北京理工大学自动控制系)

摘 要

1984 年, Nakayama 和 Sawaragi 提出了一种求解静态多目标决策问题的人机交互式满意权衡方法. 本文结合动态规划的结构特点,进一步发展了 Nakayama 方法的基本思想,表明该方法可以推广到用来求解多指标动态规划问题,而且通过对原方法的改进,消除了其存在的一些不足之处. 本文所提方法,在较弱的限制条件下,针对一类普遍使用的多指标动态规划模型,可以获得决策者充分满意的解.

关键词: 多指标数学规划,多目标决策,人机交互式方法,满意决策.

人机交互式满意决策方法是多目标决策中新近发展起来的一种重要方法, 其中的一项重要成果是文献 [1] 提出的求解多指标静态规划的人机交互式满意权衡法. 它的基本思想是,在人机的每次交互作用中,先由决策者根据上次交互作用中分析计算的结果, 提出其期求水平,然后, 根据此期求水平求解一相应的单指标非线性规划问题. 可以证明,由此获得的解为原问题的弱 Pareto 解. 于是在人机交互作用过程中,决策者可通过逐次的分析计算结果,逐步调整期求水平,而由与此相应的分析计算, 生成一 Pareto 解序列,逼近决策者最为满意的解.

本文的目的是将该方法推广为能够处理多指标动态规划问题. 由于直接将原方法进行推广,只能获得多指标动态规划的弱 Pareto 解, 而且带来了模型转换和附加状态变量处理上的困难,同时在人机交互过程中还须逐次繁琐地计算各阶段状态变量的可达集.为了克服这些困难,本文利用动态规划本身的特点,提出了一种专门适用于多指标动态规划的人机交互式满意权衡方法. 该法的优点是: 在人机交互过程中对决策者的要求较低,可以较为迅速地求得决策者充分满意的解,并在较弱的限制条件下,可以适用于一类常见的多指标动态规划模型.

一、基本理论

设多指标动态规划模型为

$$\text{(VDP)}\quad \max f_1 = \sum_{k=0}^{n-1} V_k^1(x_k, u_k) + V_n^1(x_n),$$

本文于 1986 年 10 月 17 日收到.

$$\vdots$$

$$\max f_m = \sum_{k=0}^{n-1} V_k^m(x_k, u_k) + V_n^m(x_n),$$
$$u_k \in D(x_k),\ k = 0, \cdots, n-1,$$
$$x_k \in X,\ k = 0, \cdots, n,$$
$$x_{k+1} = T_k(x_k, u_k),\ k = 0, \cdots, n-1.$$

其中 $m > 1$, $\forall k = 0, \cdots, n-1$, u_k 为决策变量, $\forall k = 0, \cdots, n$, x_k 为状态变量, $D(x_k) \subset R^r$ 为第 k 阶段对应于 x_k 的决策约束集, $X \subset R^\beta$ 为状态约束集.

我们把某一可行的初始状态 x_0 及相应的可行策略 $P_{0,n-1} \triangleq (u_0, \cdots, u_{n-1})$ 称为单指标或多指标动态规划问题的可行解,记为 $(x_0, P_{0,n-1})$. 若 $(x_0, P_{0,n-1})$ 使某单指标动态规划问题的指标函数达到最大值,则称之为该单指标动态规划问题的最优解. 令 $F = (f_1, \cdots, f_m)$.

定义 1. 称 $\bar{F} = (\bar{f}_1, \cdots, \bar{f}_m)$ 为决策者的期求水平,若 $\forall i = 1, \cdots, m$, $\bar{f}_i$ 为决策者所能接受的第 i 个指标函数的最小值.

定义 2. 称 $(x_0^*, P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP) 的 Pareto 解, 若不存在可行的 $(x_0, P_{0,n-1})$, 使 $F(x_0, P_{0,n-1}) \geqslant F(x_0^*, P_{0,n-1}^*)$. 若不存在可行的 $(x_0, P_{0,n-1})$, 使 $F(x_0, P_{0,n-1}) > F(x_0^*, P_{0,n-1}^*)$, 则称 $(x_0^*, P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP) 的弱 Pareto 解.

定义 3. 称 $(x_0^*, P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP) 的满意(弱) Pareto 解, 若 $(x_0^*, P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP) 的(弱) Pareto 解,且对于某一给定的期求水平 $\bar{F}$, $F(x_0^*, P_{0,n-1}^*) \geqq \bar{F}$.

假设 $\forall i = 1, \cdots, m$,

$$\text{(DP)} \quad \max f_i = \sum_{k=0}^{n-1} V_k^i(x_k, u_k) + V_n^i(x_n),$$
$$u_k \in D(x_k),\ k = 0, \cdots, n-1,$$
$$x_k \in X,\ k = 0, \cdots, n,$$
$$x_{k+1} = T_k(x_k, u_k),\ k = 0, \cdots, n-1$$

的最优解 $(x_0^i, P_{0,n-1}^i)$ 存在, f_i^* 为对应于 $(x_0^i, P_{0,n-1}^i)$ 的指标值, 显然 $(x_0^i, P_{0,n-1}^i)$, $i = 1, \cdots, m$ 是 (VDP) 的弱 Pareto 解. 设置期求水平 $\bar{f}_i < f_i^*, i = 1, \cdots, m$, 令

$$\begin{aligned} G &= f_1/(f_1^* - \bar{f}_1) + \cdots + f_m/(f_m^* - \bar{f}_m) \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \left(\sum_{i=1}^{m} V_k^i(x_k, u_k)/(f_i^* - \bar{f}_i) \right) + \sum_{i=1}^{m} V_n^i(x_n)/(f_i^* - \bar{f}_i). \end{aligned}$$

$$g_k(x_k, u_k) = \sum_{i=1}^{m} V_k^i(x_k, u_k)/(f_i^* - \bar{f}_i),\ k = 0, \cdots, n-1.$$

$$g_n(x_n) = \sum_{i=1}^{m} V_n^i(x_n)/(f_i^* - \bar{f}_i).$$

则有 $G = \sum_{k=0}^{n-1} g_k(x_k, u_k) + g_n(x_n)$. 作模型

$$(\text{VDPI})\quad \max G=\sum_{k=0}^{n-1} g_k(x_k,u_k)+g_n(x_n),$$

$$u_k\in D(x_k),\ k=0,\cdots,n-1,$$
$$x_k\in X,\ k=0,\cdots,n,$$
$$f_i\geqq \bar f_i,\ i=1,\cdots,m,$$
$$x_{k+1}=T_k(x_k,u_k),\ k=0,\cdots,n-1.$$

定理 1. 对于某一期求水平 $\bar F$, 若 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP1) 的最优解,则$(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$是 (VDP) 的满意 Pareto 解.

证. 显然有 $F(x_0^*,P_{0,n-1}^*)\geqq \bar F$, 故只需证 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP) 的 Pareto 解.

若不然, 则存在着 (VDP) 的某一可行解 $(x_0,P_{0,n-1})$, 使得 $F(x_0,P_{0,n-1})\geqslant F(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$, 因此 $(x_0,P_{0,n-1})$ 是 (VDP1) 的可行解,且 $\exists i\in\{1,\cdots,m\}$, 使

$$f_i(x_0,P_{0,n-1})/(f_i^*-\bar f_i)>f_i(x_0^*,P_{0,n-1}^*)/(f_i^*-\bar f_i).$$

故

$$f_1(x_0,P_{0,n-1})/(f_1^*-\bar f_1)+\cdots+f_m(x_0,P_{0,n-1})/(f_m^*-\bar f_m)$$
$$>f_1(x_0^*,P_{0,n-1}^*)/(f_1^*-\bar f_1)+\cdots+f_m(x_0^*,P_{0,m-1}^*)/(f_m^*-\bar f_m).$$

这与 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDPI) 的最优解相矛盾,证毕.

令

$$D\triangleq D(x_0)\times\cdots\times D(x_{n-1}),\ \forall k=0,\cdots,n-1,x_k\in X,$$
$$Y\triangleq\{(x_0,P_{0,n-1})\,|\,x_0\in X,P_{0,n-1}\in D,\ \forall k=0,\cdots,n-1,$$
$$x_{k+1}=T_k(x_k,u_k),\ x_{k+1}\in X,\ \forall i=1,\cdots,m,f_i(x_0,P_{0,n-1})\geqq\bar f_i\},$$
$$I\triangleq\{1,\cdots,m\},$$
$$\Delta\triangleq\{(x_0,P_{0,n-1})\,|\,\exists i\in I,f_i(x_0,P_{0,n-1})=f_i^*\}.$$

定理 2. 若 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)\notin\Delta$ 是 (VDP) 的 Pareto 解,则存在着某一可行的期求水平 $\bar F$, 使 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDPI) 的最优解.

证. 取 $\bar f_i=f_i(x_0^*,P_{0,n-1}^*),i=1,\cdots,m$, 显然有

$$(x_0^*,P_{0,n-1}^*)\in Y.$$

所以 $Y\neq\phi$, $\bar F$ 是可行的. 由于 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP) 的 Pareto 解, $\forall(x_0,P_{0,n-1})\in Y$, 必有 $f_i(x_0,P_{0,n-1})=\bar f_i=f_i(x_0^*,P_{0,n-1}^*)i=1,\cdots,m$, 因此 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDPI) 的最优解,证毕.

$\forall i=1,\cdots,m$, 取状态变量

$$x_0^{\beta+i}\geqq\bar f_i,$$
$$x_1^{\beta+i}=x_0^{\beta+i}-V_0^i(x_0,u_0),$$
$$\vdots$$
$$x_n^{\beta+i}=x_{n-1}^{\beta+i}-V_{n-1}^i(x_{n-1},u_{n-1}),$$

并取

$$x_n^{\beta+i}=V_n^i(x_n).$$

将上面的诸式相加得

$$f_i = \sum_{k=0}^{n-1} V_k^i(x_k, u_k) + V_n^i(x_n) \geqq \bar{f}_i.$$

于是得到了一个与 (VDP1) 完全等价的模型

$$(\text{VDP2}) \quad \max G = \sum_{k=0}^{n-1} g_k(x_k, u_k) + g_n(x_n),$$

$$u_k \in D(x_k), \quad k = 0, \cdots, n-1,$$
$$x_k \in X, \quad k = 0, \cdots, n,$$
$$x_0^{\beta+i} \geqq \bar{f}_i, \quad i = 1, \cdots, m,$$
$$x_n^{\beta+i} = V_n^i(x_n), \quad i = 1, \cdots, m,$$
$$x_{k+1} = T_k(x_k, u_k), \quad k = 0, \cdots, n-1$$
$$x_{k+1}^{\beta+i} = x_k^{\beta+i} - V_k^i(x_k, u_k), \quad i = 1, \cdots, m, k = 0, \cdots, n-1.$$

令

$$y_k = (x_k, x_k^{\beta+1}, \cdots, x_k^{\beta+m}), \quad k = 0, \cdots, n,$$
$$P_{k,n-1} = (u_k, \cdots, u_{n-1}), \quad k = 0, \cdots, n-1,$$
$$\Phi_{k,n}(y_k) = \max_{P_{k,n-1}} \left\{ \sum_{j=k}^{n-1} g_j(x_j, u_j) + g_n(x_n) \right\}, \quad k = 0, \cdots, n-1,$$
$$\Phi_{k,n}(y_n) = g_n(x_n).$$

从而得到 (VDP2) 的逆向动态规划基本方程

$$\begin{cases} \Phi_{k,n}(y_k) = \max\limits_{u_k} \{g_k(x_k, u_k) + \Phi_{k+1,n}(y_{k+1})\}, \\ \Phi_{n,n}(y_n) = g_n(x_n). \end{cases}$$

其中 y_{k+1}, y_k, u_k 满足 (VDP2) 中的诸项约束及状态转移方程.

令 $Y_n = \{y_n | x_n \in X, \forall i = 1, \cdots, m, x_n^{\beta+i} = V_n^i(x_n)\}$,

$$Y_k = \{y_k | \forall x_k \in X, u_k \in D(x_k), x_{k+1} = T_k(x_k, u_k), \forall i = 1, \cdots, m,$$
$$x_{k+1}^{\beta+i} = x_k^{\beta+i} - V_k^i(x_k, u_k), y_{k+1} \in Y_{k+1}\}, k = n-1, \cdots, 1,$$
$$Y_0 = \{y_0 | \forall x_0 \in X, u_0 \in D(x_0), x_1 = T_0(x_0, u_0), \forall i = 1, \cdots, m,$$
$$x_1^{\beta+i} = x_0^{\beta+i} - V_0^i(x_0, u_0), y_1 \in Y_1, x_0^{\beta+i} \geqq \bar{f}_i\}.$$

有了 Y_k, $k = 0, \cdots, n$ 之后,即可求解 (VDP2), 但这种构造 Y_k 的方式是逆序的,有可能在 $Y_k, k = 1, \cdots, n$ 中存在着不满足 $x_0^{\beta+i} \geqq \bar{f}_i, i = 1, \cdots, m$ 的元素,令

$$\widetilde{Y}_0 = Y_0,$$
$$\widetilde{Y}_k = \{y_k | \forall y_{k-1} \in \widetilde{Y}_{k-1}, u_{k-1} \in D(x_{k-1}), x_k = T_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}),$$
$$\forall i = 1, \cdots, m, x_k^{\beta+i} = x_{k-1}^{\beta+i} - V_{k-1}^i(x_{k-1}, u_{k-1}), y_k \in Y_k\},$$
$$k = 1, \cdots, n.$$

此时, $\forall y_k \in \widetilde{Y}_k, k = 0, \cdots, n$, 满足 (VDP2) 中的诸约束和状态转移方程,且有

$$x_k^{\beta+i} \geqq \bar{f}_i - \sum_{j=0}^{k-1} V_j^i(x_j, u_j), \quad i = 1, \cdots, m,$$

以及

$$x_k^{\beta+i}=\sum_{j=k}^{n-1}V_j^i(x_j,u_j)+V_n^i(x_n),\quad i=1,\cdots,m.$$

$\forall x_k\in X$, $\forall i=1,\cdots,m$, 对于任意给定 u_k, 令

$$a_k^i(x_k)=\min\{x_k^{\beta+i}|(x_k,x_k^{\beta+1},\cdots,x_k^{\beta+m})\in\tilde{Y}_k\},$$
$$\varphi_{k,n}^i(x_k)=V_k^i(x_k,u_k)+\varphi_{k+1,n}^i(T_k(x_k,u_k)),$$
$$\varphi_{n,n}^i(x_n)=V_n^i(x_n),$$
$$z_k^i(x_k)=a_k^i(x_k)-\varphi_{k+1,n}^i(T_k(x_k,u_k)),$$
$$z_n^i(x_n)=V_n^i(x_n)$$

$k=0,\cdots,n-1$. 对应于 (VDP2) 有

$$\text{(VDP3)}\quad \Phi_{k,n}(x_k)=\max_{u_k}\{g_k(x_k,u_k)+\Phi_{k+1,n}(T_k(x_k,u_k))\},\quad k=0,\cdots,n-1,$$
$$\Phi_{n,n}(x_n)=g_n(x_n),$$
$$u_k\in\tilde{D}(x_k),\quad k=0,\cdots,n-1,$$
$$x_k\in X,\quad k=0,\cdots,n,$$
$$x_{k+1}=T_k(x_k,u_k),\quad k=0,\cdots,n-1.$$

其中 $\tilde{D}(x_k)=D(x_k)\cap\{u_k|\forall i=1,\cdots,m,V_k^i(x_k,u_k)\geqq z_k^i(x_k)\}$.

定理 3. 若 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP3) 的最优解，则 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP1) 的最优解，反之亦然.

证. 因为 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP3) 的最优解,故 $\forall i=1,\cdots,m$, 有

$$V_0^i(x_0^*,u_0^*)\geqq z_0^i(x_0^*)=a_0^i(x_0^*)-\varphi_{1,n}^i(T_0(x_0^*,u_0^*))\geqq\bar{f}_i-\varphi_{1,n}^i(T_0(x_0^*,u_0^*))$$

所以

$$\sum_{k=0}^{n-1}V_k^i(x_0^*,u_0^*)+V_n^i(x_n^*)\geqq\bar{f}_i.$$

故 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP1) 的可行解.

若 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 不是 (VDP1) 的最优解，设 $(\hat{y}_0,\hat{P}_{0,n-1})$ 是 (VDP2) 的最优解，由 (VDP1) 与 (VDP2) 的等价性，$(\hat{x}_0,\hat{P}_{0,n-1})$ 是 (VDP1) 的最优解,因而

$$G(\hat{x}_0,\hat{P}_{0,n-1})>G(x_0^*,P_{0,n-1}^*).$$

因为 $\hat{y}_k\in\tilde{Y}_k$, $k=0,\cdots,n$, $\forall i=1,\cdots,m$,

$$\hat{x}_k^{\beta+i}\geqq a_k^i(\hat{x}_k),$$
$$\hat{x}_k^{\beta+i}-\varphi_{k+1,n}^i(T_k(\hat{x}_k,\hat{u}_k))\geqq a_k^i(\hat{x}_k)-\varphi_{k+1,n}^i(T_k(\hat{x}_k,\hat{u}_k)).$$

但

$$\hat{x}_k^{\beta+i}=V_k^i(\hat{x}_k,\hat{u}_k)+\varphi_{k+1,n}^i(T_k(\hat{x}_k,\hat{u}_k)),$$
$$z_k^i(\hat{x}_k)=a_k^i(\hat{x}_k)-\varphi_{k+1,n}^i(T_k(\hat{x}_k,\hat{u}_k)),$$

所以

$$V_k^i(\hat{x}_k,\hat{u}_k)\geqq z_k^i(\hat{x}_k).$$

故 $(\hat{x}_0,\hat{P}_{0,n-1})$ 是 (VDP3) 的可行解,应有

$$G(\hat{x}_0,\hat{P}_{0,n-1})\leqq G(x_0^*,P_{0,n-1}^*).$$

引出矛盾，因此 $(x_0^*,P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP1) 的最优解.　采用与上面完全类似的证明过程即

知,若 $(x_0^*, P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP1) 的最优解, 则 $(x_0^*, P_{0,n-1}^*)$ 是 (VDP3) 的最优解这一结论为真,证毕.

二、算 法

下面给出算法的具体步骤:

1° $\forall i=1,\cdots,m$, 由 (DP) 求 f_i 的最大值 f_i^*, 相应的最优解为 $(x_0^i, P_{0,n-1}^i)$, 指标函数向量为 F^i, 将 $(F^i, x_0^i, P_{0,n-1}^i)$, $i=1,\cdots,m$ 送给决策者评价, 若决策者对某 $(F^l, x_0^l, P_{0,n-1}^l)$, $l\in\{1,\cdots,m\}$ 满意,则得最终解 $(x_0^l, P_{0,n-1}^l)$, 反之,转到 2°.

2° 请决策者设置期求水平 $\bar{f}_i < f_i^*, i=1,\cdots,m$, 令 $l=m+1$.

3° 由 (VDP2) 或 (VDP3) 求最优解 $(x_0^l, P_{0,n-1}^l)$, 相应的指标函数向量为 F^l, 将 $(F^l, x_0^l, P_{0,n-1}^l)$ 送给决策者评价,若决策者对 $(F^l, x_0^l, P_{0,n-1}^l)$ 表示满意, 则得最终解 $(x_0^l, P_{0,n-1}^l)$, 否则转到 4°.

4° 请决策者根据 $f_i(x_0^l, P_{0,n-1}^l), i=1,\cdots,m$ 的值将所有的指标函数分为两组,第一组是决策者认为需要进一步改善或可以接受的指标函数, 设其下标集为 I_1, 第二组是决策者认为可以降低要求的指标函数, 设其下标集为 I_2, $\forall i\in I_1$, 令 $\bar{f}_i = f_i(x_0^l, P_{0,n-1}^l)+\delta_i$, $\delta_i\geqq 0$, 其值由决策者确定; $\forall i\in I_2$, 请决策者重新确定 $\bar{f}_i \leqq f_i(x_0^l, P_{0,n-1}^l)$, $l=l+1$, 转到 3°.

三、对算法的几点说明

1° 算法基本内容的特征是依靠期求水平的设置,给出决策者的满意限度,通过不断地调整期求水平来获得一系列的满意 Pareto 解,从而逼近决策者最为满意的解.

2° 算法对决策者的要求是对分析者提交的当前解进行评价, 决策者根据其对所研究系统构成机制的认识, 对 (VDP) Pareto 解集轮廓的了解及对已知的满意 Pareto 解的分析比较,确定出新的期求水平,从而控制决策过程进行的方向、获得所希望的解.

3° 如果决策者给出的期求水平不含有足够的余量, 由 (VDP2) 或 (VDP3) 不能得到新的结果,这将表现在 (VDP2) 或 (VDP3) 的某个阶段的可达状态集为空集上,此时应请决策者重新设置期求水平.

4° 由于 (VDP3) 与 (VDP1) 是等价的, 故在算法中可使用 (VDP2), 也可使用 (VDP3), 但 (VDP3) 要优越一些.

四、算 例

下面用一个具有应用背景的算例来进一步说明并验证算法,本算例取自文献[4].

某地区拥有两座建在同一条河流上不同位置的梯级水电站和两座火力发电厂, 按水电站所处的上游位置分别称为电站 1 和电站 2, 各电站和电厂拥有的发电机组容量如表 1 所示.

表 1

	电 站 1	电 站 2	电 厂 1	电 厂 2
机组数目	2	2	1	1
容量(万瓩)	1, 2	2, 3	1.5	2.3

电厂生产每万度电的成本为 2000 元，而电站生产每万度电的成本要低得多．各电站都拥有一个水库，电站 1 及 2 的水库许用容积各为 2300 万立方米和 3000 万立方米，当水库的蓄水量超过表 2 中各值时，可供不同容量的机组正常工作一周．

表 2

机组容量(万瓩)	1	2	3	1, 2	2, 3
需水量(万立方米)	1000	1500	2000	2100	2700

功率为 1 万瓩，2 万瓩和 3 万瓩的水利发电机组周耗水量分别为 500 万立方米，1000 万立方米和 1500 万立方米．水库周围地区的用水均需从水库中抽取，计划周用水量(万立方米)如表 3 所示，要求至少满足最低用水需求量．未来 8 周的用电量(万度)如表 4 所示．

表 3

周	1	2	3	4	5	6	7	8
水 库 1	500,400	700,650	940,810	950,770	910,730	890,770	740,650	750,630
水 库 2	600,490	800,480	930,760	770,630	900,700	890,780	530,400	870,630

表 4

周	1	2	3	4	5	6	7	8
用 电 量	1300	1250	1380	1520	1310	1490	1680	1380

从下游航运等方面考虑，允许水库 1 及 2 每周从河流中抽取 2100 万立方米的水和 1800 万立方米的水，除此之外，水库 2 还可以获得电站 1 所消耗的全部水量，水从水库 1 流到水库 2 的时滞可略去不计．

水库 1 和水库 2 的初始蓄水量各为 1500 万立方米和 2000 万立方米，要求制定未来 8 周的发电供水计划，在满足电力需求的前题下，尽量供电平衡，发电成本最低及满足最大水需求量．

设 E_k^i 为第 k 周电站 i 的发电量，S_k^i 为第 k 周电厂 i 的发电量，M_k 为第 k 周的电力需求量；u_{1k}^i 为第 k 周电站 i 因为发电消耗的水量，u_{2k}^i 为第 k 周从水库 i 抽取的水量，$\hat{u}_k^i$ 为第 k 周的最大水需求量．取每周开始时水库 i 的蓄水量 x_k^i 为状态变量，可建立如下模型

$$\min f_1 = \sum_{k=1}^{8} \left| \sum_{i=1}^{2} E_k^i + \sum_{i=1}^{2} S_k^i - M_k \right|,$$

$$\min f_2 = \sum_{k=1}^{8}\sum_{i=1}^{2} 2000S_k^i/1000,$$

$$\min f_3 = \sum_{k=1}^{8}\sum_{i=1}^{2} |u_{2k}^i - \hat{u}_k^i|.$$

状态转移方程为

$$x_{k+1}^1 = x_k^1 + 2100 - u_{1k}^1 - u_{2k}^1,\quad k = 1,\cdots,7,$$
$$x_{k+1}^2 = x_k^2 + 1800 - u_{1k}^2 - u_{2k}^2 + u_{1k}^1,\quad k = 1,\cdots,7.$$

其中发电量、成本及供水量分别以万度、千元以及万立方米为单位.

解 (1) 由 (DP) 求各指标函数的最小值得

$$f_1^* = 870,\ f_2^* = 5611.2,\ f_3^* = 440.$$

相应的指标函数向量分别为

$$F^1 = (870,5880,1190),\ F^2 = (903.6,5611.2,1190),\ F^3 = (1710,7896,440).$$

将上面的三个解及相应的指标函数向量送给决策者评价,假设决策者均不满意.

(2) 请决策者设置初始期求水平,假设为 $\bar{F} = (1000,7000,500)$.

(3) 由 (VDP2) 或 (VDP3) 求最优解,相应的指标函数向量值为 $F^4 = (954,6384,440)$,将该解连同 F^4 一起送给决策者评价,假设决策者不满意.

(4) 假设决策者认为 f_1, f_2 的值应再低些, f_3 的值可高些, 并给出新的期求水平 $\bar{F} = (900,6000,850)$.

(5) 由 (VDP2) 或 (VDP3) 求最优解, 相应的指标函数向量为 $\bar{F}^5 = (903,6, 5611.2,740)$, 将该解及 F^5 送给决策者评价,假设决策者仍不满意.

(6) 按照算法的步骤依次进行下去,当决策者给出期求水平 $\bar{F} = (880,5900,760)$ 时,可得 $F = (870,5880,740)$,将 F 及相应的解送给决策者评价,若决策者表示满意,则该解即为最终解.

参 考 文 献

[1] Nakayama, H. and Sawaragi, Y., Satisficing Trade-off Method for Multiobjective Programming and Its Applications, Proceedings of 9th IFAC Congress, 1984, 247—252.

[2] Wierzbicki, A., A Mathematical Basis for Satisficing Decision Making, in Morse, J. (ed.) Organizations: Multiple Agents with Multiple Criteria, Springer, 1980, 465—485.

[3] Gomide, F. and Hamies, Y., The Multiobjective Multistage Impact Analysis Method: Theoretical Basis, *IEEE Trans. Sys. Man Cyber.*, **SMC-14**(1984), 88—98.

[4] Baptistella, L. and Ollero, A., Fuzzy Methodologies for Interactive Multicriteria Optimization, *IEEE Trans. Sys. Man Cyber.*, **SMC-10**(1980), 355—365.

AN INTERACTIVE SATISFICING TRADE-OFF METHOD FOR SOLVING MULTICRITERIA DYNAMIC PROGRAMMING

HU LEQUN　　WU CANGPU

(*Beijing Institute of Technology*)

ABSTRACT

In 1984, Nakayama and Sawaragi proposed an interactive satisficing trade-off method for solving static multiobjective decision making problems. In this paper, by developing the idea of Nakayama's method and combining it with the structural characteristics of dynamic programming, we show that Nakayama's method can be extended so as to deal with multicriteria dynamic programming problems as well. Moreover,some inadequacy of the original method can be removed by a modification of the method. Our method, under weaker restrictions, can be used to obtain the sclution which is most satisfyactory to a decision maker for a class of quite general multicriteria dynamic programming models.

Key words ——Multicriteria mathematical programming; multiobjective decision making; interactive method; satisficing decision making.