

模板匹配的自适应搜索法

彭嘉雄 张天序

(华中理工大学)

摘 要

本文对于模板匹配中的失配度量作了统计分析,确定了失配度量剖面曲线在正确配准点附近的变化上限,提出了模板匹配的自适应搜索法,导出了所需的阈值公式.对于实际图象的匹配实验结果,证实了方法的正确性和搜索的快速性,为某些在线应用提供了快速的匹配方法.

关键词——模板匹配;失配度量;穷举搜索;自适应搜索.

一、引 言

模板匹配广泛应用于图象处理与识别、特征检测、计算机视觉、飞行器的辅助导航与制导之中^[1-4],它主要用互相关、平均绝对差(MAD)和均方差(MSD)等函数作为相似性度量.本文研究后两种度量,叫做失配度量.这时,模板与图象达到最佳匹配的位置即失配度量达到最小值的位置,叫做配准点,并以无噪声情况下的配准点作为正确配准点.通常,图象和噪声都是随机的,且失配度量是一个多极值的函数,故模板匹配问题是一个搜索多极值函数的最小值问题.现行的搜索法是将模板在图象上作逐个象元的移动和失配度量的计算,需把所有可能的位置都移动和匹配完毕之后才能确定最小值的位置,故叫穷举搜索法. SSDA 匹配法^[4]也是穷举法,不同的是它在失配度量的计算中只用了模板的一部分点而不是全部点.穷举法没有考虑图象在空间的自相关性,是一种盲目搜索法,故计算代价高,搜索速度慢,不能满足在线快速匹配的需要.本文将对失配度量进行统计分析,考虑图象在空间的自相关性^[5],并导出一系列阈值,提出自适应搜索法.目的在于,利用增加对图象预先离线的统计分析和计算时间,以加快在线匹配的搜索速度,适应在线快速匹配的需要.

二、失配度量的统计性质

只要利用行扫描或列扫描方法,或用一个随机不重复的整数序列对模板的象元进行排序,即可把二维模板表示为一维序列,故采用一维表示法.常见的模板匹配方式是要在实测图象上确定一个与参考模板达到最佳匹配的位置.本文研究另一种匹配方式,即要在

参考图象上确定一个与实测模板达到最佳匹配的位置。实测模板中的附加噪声假定是与图象信号独立的方差为 σ_n^2 的零均值高斯白噪声序列 $\{n(i)\}$ 。假定图象信号为齐次,各态历经的零均值和方差为 σ_r^2 的高斯随机场。以正确配准点作为坐标原点,以 x 、 y 表示象元点相对于原点的整数值坐标,记模板的象元数为 I ,则均方差和平均绝对差失配度量^[1,3]可用 $s(x, y)$ 和 $a(x, y)$ 表示为

$$s(x, y) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I [t(i, 0) - r(i + x, y)]^2, \quad (1)$$

$$a(x, y) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I |t(i, 0) - r(i + x, y)|, \quad (2)$$

式中 $\{r(i + x, y)\}$ 是图象上起点在 (x, y) 点的任一 I 点序列; $\{t(i, 0)\}$ 是实测模板,即图象上起点在原点的 I 点序列 $\{r(i, 0)\}$ 附加了噪声后的结果:

$$t(i, 0) = r(i, 0) + n(i, 0), (i = 1, 2, \dots, I). \quad (3)$$

若模板与图象正确配准,则 $x = y = 0$ 。由(1)、(3)式得:

$$\begin{aligned} s(0, 0) &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I n^2(i, 0) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I [n(i, 0) - E\{n\}]^2 \\ &\approx \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I [n(i, 0) - \bar{n}(i, 0)]^2 = Q^2, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $E\{n\} = 0$ 是噪声的数学期望, $\bar{n}(i, 0)$ 和 Q^2 是噪声的子样均值和方差。 Q^2 的数学期望为^[6]

$$E\{s(0, 0)\} = E\{Q^2\} = \frac{I-1}{I} \sigma_n^2, \quad (5)$$

随机变量 $I s(0, 0) / \sigma_n^2$ 服从自由度为 $I - 1$ 的 χ^2 分布,故有

$$P_r \left\{ s(0, 0) > \frac{\sigma_n^2}{I} \chi_a^2(I - 1) \right\} = \alpha. \quad (6)$$

例如,取 $\alpha = 0.005$, 当 $I = 40$ 时,由 χ^2 分布表得 $\chi_a^2(39) = 65.47$, 代入(6)式得:

$$P_r \{s(0, 0) > 1.64 \sigma_n^2\} = 0.005.$$

若模板与图象失配,将(3)式代入(1)式并展开,再两边求数学期望得:

$$E\{s(x, y)\} = 2\sigma_r^2 [1 - \phi(x, y)] + \sigma_n^2, \quad (7)$$

式中 $\phi(x, y)$ 是图象的归一化自相关函数^[5]。

对于 MAD 度量,令 $u_i(x, y) = r(i, 0) + n(i, 0) - r(i + x, y)$ 和 $z_i(x, y) = |u_i(x, y)|$ 。可以证明^[1,7], $z_i(x, y)$ 的数学期望和方差为

$$\begin{aligned} E\{z_i(x, y)\} &= \frac{2\sigma_i(x, y)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\mu_i^2(x, y)}{2\sigma_i^2(x, y)}\right\} \\ &\quad + \mu_i(x, y) \left[2\Phi\left(\frac{\mu_i(x, y)}{\sigma_i(x, y)}\right) - 1\right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D\{z_i(x, y)\} &= E\{u_i^2(x, y)\} - E^2\{z_i(x, y)\} \\ &= \sigma_i^2(x, y) - E^2\{z_i(x, y)\}, \end{aligned}$$

式中 $\Phi(\cdot)$ 是正态分布函数, $\mu_i(x, y)$ 和 $\sigma_i^2(x, y)$ 是 $u_i(x, y)$ 的数学期望和方差. 根据 $u_i(x, y)$ 的定义式得:

$$\mu_i(x, y) = E\{u_i(x, y)\} = 0, \quad (8)$$

$$\sigma_i^2(x, y) = E\{u_i^2(x, y)\} = 2\sigma_r^2[1 - \phi(x, y)] + \sigma_n^2. \quad (9)$$

于是, $z_i(x, y)$ 的数学期望和方差简化为

$$E\{z_i(x, y)\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \{2\sigma_r^2[1 - \phi(x, y)] + \sigma_n^2\}^{\frac{1}{2}}, \quad (10)$$

$$D\{z_i(x, y)\} = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \{2\sigma_r^2[1 - \phi(x, y)] + \sigma_n^2\}. \quad (11)$$

(10)式表明, $E\{z_i(x, y)\}$ 与 i 无关, 故得 $E\{a(x, y)\}$ 为

$$E\{a(x, y)\} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I E\{z_i(x, y)\} = E\{z_i(x, y)\}. \quad (12)$$

若模板与图象正确配准, 则 $x = y = 0$, $\phi(x, y) = 1$, $z_i(0, 0) = |n(i, 0)|$. 假定 $\{z_i(0, 0)\}$ 是独立同分布的序列, 根据 Lindeberg-Lévy 定理^[6], 当 $I \rightarrow \infty$ 时, $a(0, 0)$ 的极限分布是 $N(E\{z_i(0, 0)\}, D\{z_i(0, 0)\}/I)$. 于是, 将 $x = y = 0$ 代入(10)和(11)式, 可得 $a(0, 0)$ 极限分布的数学期望和方差为

$$\mu_a = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_n, \quad \sigma_a^2 = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \frac{\sigma_n^2}{I}. \quad (13)$$

因 I 为有限值, 故用此极限分布进行近似, 于是, 由正态分布的性质得:

$$P_r\{\mu_a - 3\sigma_a \leq a(0, 0) \leq \mu_a + 3\sigma_a\} = 0.9973. \quad (14)$$

例如 $I = 40$ 时, 由(13)、(14)式可得:

$$P_r\{a(0, 0) > 1.085\sigma_n\} = 0.00135.$$

三、搜索步长的确定

设 $e_i(x, y)$ 是 $u_i(x, y)$ 的函数 $e(u_i(x, y))$, 则失配度量的一般形式可表示为

$$f(x, y) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I e_i(x, y). \quad (15)$$

显然, 对于 MSD 度量, $e_i(x, y) = u_i^2(x, y)$; 对于 MAD 度量, $e_i(x, y) = |u_i(x, y)|$. 用

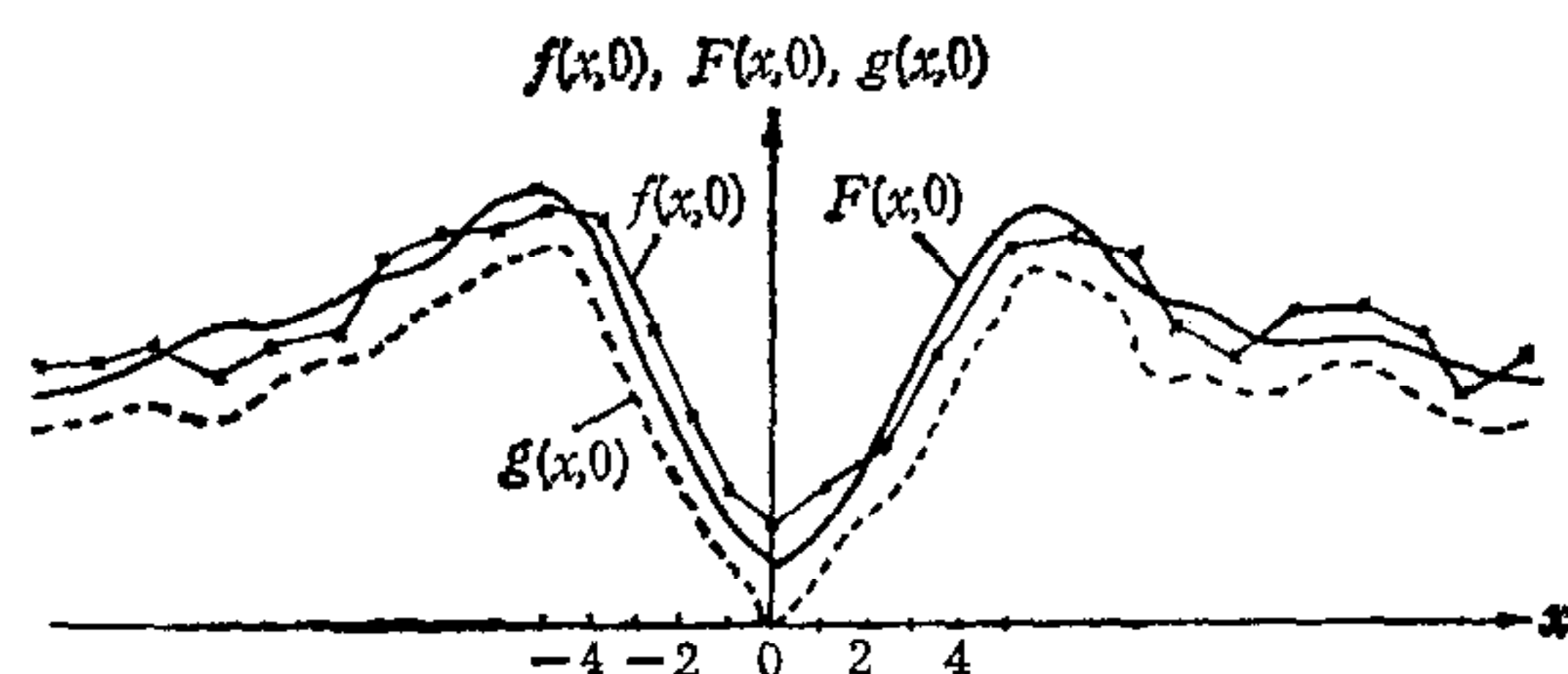


图1 MSD 度量的剖面曲线 $f(x, 0)$

平面 $y = 0$ 切割曲面 $f(x, y)$, 则得剖面曲线 $f(x, 0)$, 如图 1 所示. 图中的 $g(x, 0)$ 是无噪声情况下失配度量的剖面曲线, $F(x, 0) = E\{f(x, 0)\}$ 是期望失配度量的剖面曲线. 由 (7)、(10) 和 (12) 式看到, 期望失配度量在空间的自相关性由图象的自相关函数决定. 因实际的失配度量与期望失配度量有差别, 为了确定实际失配度量剖面曲线在正确配准点附近的分布区间, 可以先确定无噪声情况下实际失配度量剖面曲线在正确配准点附近的分布区间, 然后考虑噪声的影响.

设图象的大小为 $M \times K$, 则正确配准点可能的位置数为 $N = (M - I + 1) \times K^{[4]}$.

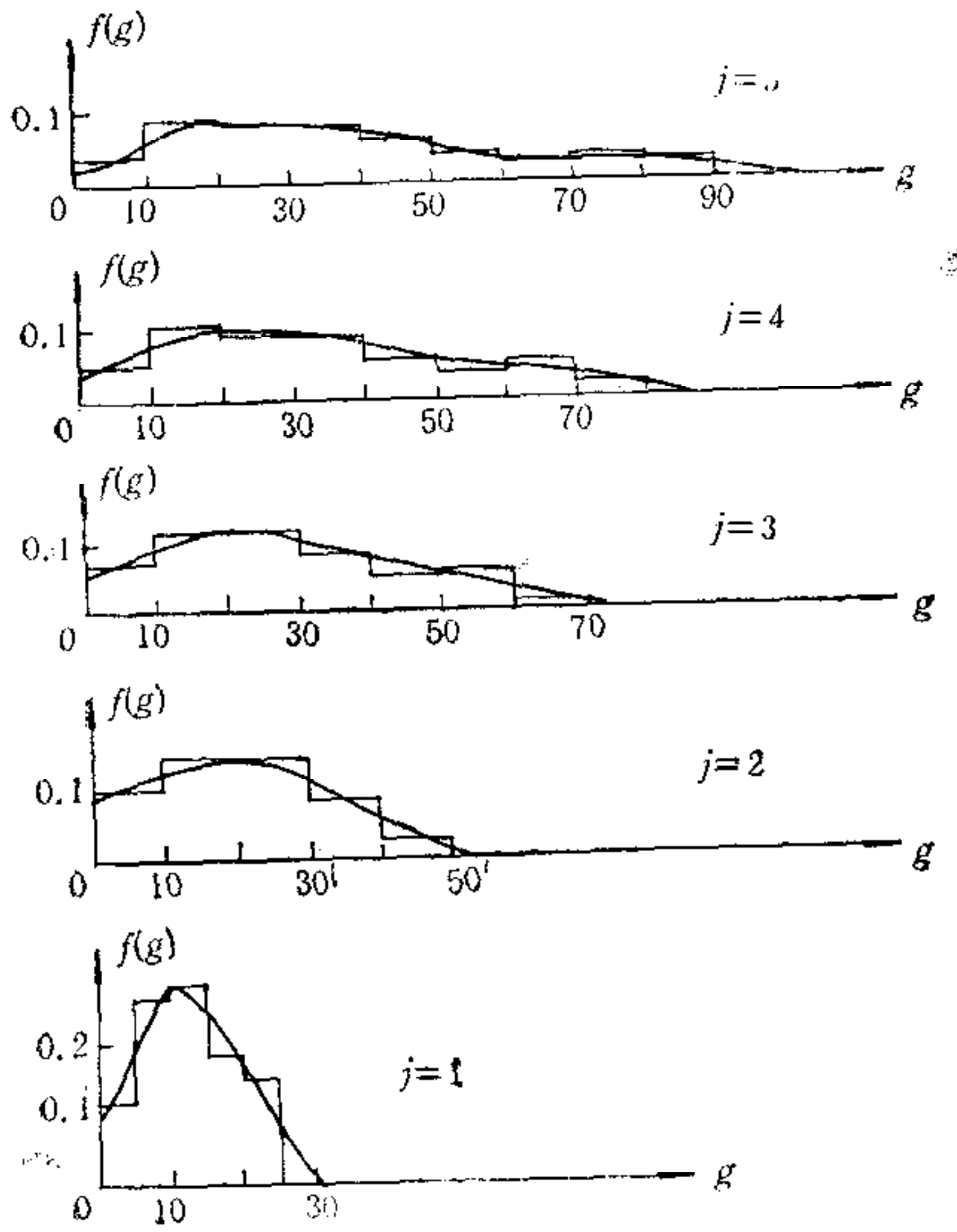


图 2 $g(j, 0)$ 值分布的直方图

在每一个可能的位置上都有一条剖面曲线 $g_l(x, 0) (l = 1, 2, \dots, N)$ 与之对应. 取

$$|x| = j = 1, 2, \dots, J,$$

根据这 N 条剖面曲线, 对于每一个 j 值都可以作出一个 $g(j, 0)$ 值分布的直方图, 如图 2 所示. 图 2 所示是当 $J = 5$ 时对于 MAD 度量的情况. 有时, 在这 N 条剖面曲线中, 可能在极少数几条上获得很大的 $g(j, 0)$ 值, 以致无法包括在这种直方图之中. 这种剖面曲线的数量一般不超过 1%, 它们的原点所对应的正确配准点叫异常点. 异常点可预先记录下来, 在匹配中先对异常点作穷举搜索, 然后对其余的正常点作自适应搜索. 设正常点总数为 N_0 , 对于每一个 j , 从直方图上可以确定一个最大的 $g(j, 0)$ 值如下:

$$G_j = \max_{1 \leq l \leq N_0} \{g_l(j, 0)\}, (j = 1, 2, \dots, J). \quad (16)$$

对于 MSD 度量, (7) 式表明, 噪声对于 $E\{s(x, y)\}$ 的影响是在信号分量 $2\sigma_s^2 [1 - \phi(x, y)]$ 上附加了噪声的方差 σ_n^2 . 因此, 噪声对于序列 $\{G_{sj}\}$ 的平均影响同样可考虑为附加了噪声的方差, 其中下标 s 表示 MSD 度量. 故考虑噪声影响后的 $g(j, 0)$ 变化上限可表示为

$$B_{sj} = G_{sj} + \sigma_n^2, (j = 1, 2, \dots, J). \quad (17)$$

对于 MAD 度量, (12) 和 (10) 式表明, 噪声对于 $E\{a(x, y)\}$ 的影响是在信号分量

$$4\sigma_s^2 [1 - \phi(x, y)] / \pi$$

上附加了 $2\sigma_n^2 / \pi$ 项. 因此, 噪声对于序列 $\{G_{aj}\}$ 的平均影响同样可考虑为附加了这样一项, 其中下标 a 表示 MAD 度量. 故考虑噪声影响后的 $g(j, 0)$ 变化上限可表示为

$$B_{aj} = \left[G_{aj}^2 + \frac{2\sigma_n^2}{\pi} \right]^{\frac{1}{2}}, (j = 1, 2, \dots, J). \quad (18)$$

于是, 对于上述两种失配度量, 考虑噪声影响后实际失配度量剖面曲线 $f(j, 0)$ 在正确配准点附近的变化上限可表示为

$$B_j = \left\{ \begin{array}{ll} B_{sj}, & \text{MSD 度量,} \\ B_{aj}, & \text{MAD 度量.} \end{array} \right\} \quad (19)$$

设对任一剖面曲线 $f(x, y_k)$ 沿 x 方向搜索到第 m 步, 其 x 值为 x_m , 失配度量为 $f_{mk} = f(x_m, y_k)$, 第 m 步上依赖于 f_{mk} 的搜索步长为 Δx_m . 定义 x 方向的变步长搜索法为

$$x_{m+1} = x_m + \Delta x_m, \quad \Delta x_0 = 1, \quad (20)$$

$$\Delta x_m = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & f_{mk} < B_1, \\ 2(j-1) + 1, & B_{j-1} \leq f_{mk} < B_j, (j = 2, 3, \dots, J), \\ 2J + 1, & B_J \leq f_{mk}. \end{array} \right\} \quad (21)$$

沿 y 方向也可以跳行搜索. 设沿 y 方向搜索到第 k 行, 得剖面曲线 $f(x, y_k)$, 在沿 x 方向用变步长搜索法搜索完 $f(x, y_k)$ 后, 得 $f_k = \min_{x_m} \{f_{mk}\}$, 第 k 行上依赖于 f_k 的行增量为 Δy_k . 定义 y 方向的跳行搜索法为

$$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k, \quad \Delta y_0 = 1, \quad (22)$$

$$\Delta y_k = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & f_k < R_1, \\ 2, & R_1 \leq f_k < R_2, \\ 3, & R_2 \leq f_k, \end{array} \right\} \quad (23)$$

式中 $R_j (j = 1, 2)$ 是门限, 确定方法同 B_j .

四、分段匹配的阈值

从(21)式看到, 如果剖面曲线 $f(x, y_k)$ 的大部分值都小于 B_1 或 B_2 , 则变步长搜索成为逐点搜索或隔点搜索, 搜索速度降低. 故用分段匹配法提高匹配速度. 设将 I 元模板分为 $H + 1$ 段, 各段的象元数为 I_h , 则有

$$I = \sum_{h=0}^H I_h, \quad I_0 = 0. \quad (24)$$

各段的累加象元数为

$$L_h = \sum_{q=0}^h I_q, \quad L_H = I. \quad (25)$$

根据(15)式, 各段的失配度量值可递推计算为

$$f_{h+1}(x, y) = f_h(x, y) + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I_{h+1}} e_i(x, y), \quad f_0(x, y) = 0. \quad (26)$$

当模板与图象正确配准时, 得

$$f_{h+1}(0, 0) = \frac{L_{h+1}}{I} \left[\frac{1}{L_{h+1}} \sum_{i=1}^{L_{h+1}} e_i(0, 0) \right]. \quad (27)$$

对于 MSD 度量, 由(6)式和(27)式得:

$$P_r \left\{ s_{h+1}(0, 0) > \frac{\sigma_n^2}{I} \chi_a^2 (L_{h+1} - 1) \right\} = \alpha, \quad (28)$$

故得 $s_{h+1}(0, 0)$ 的阈值为

$$S_{h+1} = \frac{\sigma_n^2}{I} \chi_a^2(L_{h+1} - 1). \quad (29)$$

例如,取 $\alpha = 0.005$, 当 $I = 40$, $H = 3$, $L_1 = 13$, $L_2 = 27$ 时,由 χ^2 分布表得 $\chi_a^2(12) = 28.299$, $\chi_a^2(26) = 48.290$, 代入(29)式得 $S_1 = 0.7\sigma_n^2$ 和 $S_2 = 1.2\sigma_n^2$.

对于 MAD 度量,根据(27)式和(2)式以及 Lindeberg-Lévy 定理, $a_{h+1}(0, 0)$ 近似于 $N(E\{z_i(0, 0)\}L_{h+1}/I, D\{z_i(0, 0)\}L_{h+1}/I^2)$ 分布,故由(13)式得 $a_{h+1}(0, 0)$ 的数学期望和标准差为

$$\mu_{h+1} = \frac{L_{h+1}}{I} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_n, \quad \sigma_{h+1} = \sqrt{\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) L_{h+1}} \frac{\sigma_n}{I}. \quad (30)$$

于是,根据正态分布的性质有:

$$P_r\{a_{h+1}(0, 0) > \mu_{h+1} + 3\sigma_{h+1}\} = 0.00135,$$

故得 $a_{h+1}(0, 0)$ 的阈值为

$$A_{h+1} = \frac{3\sigma_n}{I} \left[\frac{L_{h+1}}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} + \sqrt{\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) L_{h+1}} \right]. \quad (31)$$

例如,当 $I = 40$, $H = 3$, $L_1 = 13$ 和 $L_2 = 27$ 时,由此式求得 $A_1 = 0.42\sigma_n$ 和 $A_2 = 0.77\sigma_n$.

对于上述两种失配度量,在进行第 h 段匹配时,失配度量的阈值为

$$T_h = \begin{cases} S_h, & \text{MSD 度量,} \\ A_h, & \text{MAD 度量.} \end{cases} \quad (32)$$

设在 (x_m, y_k) 点上已进行到第 h ($h = 1, 2, \dots, H$) 段匹配,得 $f_h(x_m, y_k) > T_h$, 则判决该点不是正确配准点,其余的 $H-h$ 段匹配就不进行,节省计算量 $[100(I - L_h)/I]\%$.

五、实 验

设搜索到的配准点为 (x_0, y_0) , 若 $|x_0|$ 和 $|y_0|$ 有大于相关长度者,则出现虚定位^[3]. 否则,它们是 x 、 y 方向的定位误差,并得误差半径为

$$\rho = (x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}}.$$

设对 N_m 块不同的模板匹配后求得 ρ 的均值和标准差为 $\bar{\rho}$ 和 σ_ρ , 则用它们作为定位精度的度量. 在一幅 70×100 的图象上用自适应搜索法和穷举搜索法对 300 块不同的模板进行匹配的结果见表 1, 表中 f_F 是虚定位频率, 作为虚定位概率^[3]的估计. 实验参数是: 信噪比 $\sigma_r/\sigma_n = 6$, $J = 5$, $I = 40$, $H = 3$, 各段的长度如前例, $S_1 = \sigma_n^2$, $S_2 = 4\sigma_n^2$, $A_1 = 0.5\sigma_n$, $A_2 = 1.1\sigma_n$. 表 1 表明,自适应搜索法的匹配性能与穷举法相同. 所以,加快搜索速度并不会降低匹配性能.

穷举法匹配的位置数,即正确配准点可能的位置数 $N = (M - I + 1) \times K$. 设自适应搜索法搜索的位置数为 N_a , 则 $N_a < N$, 且 N_a 中利用分段匹配法一直计算到第 h 段才作出判决的位置数为 N_h , 故自适应搜索法等效的匹配位置数为

$$N_d = N_a - \sum_{h=1}^{H-1} \frac{I - L_h}{I} N_h.$$

表 1 两种搜索法的性能比较

度量 \ 搜索法		性能参数		
		f_F	$\bar{\rho}$	σ_ρ
MAD	穷举搜索	0.0067	0.089	0.744
	自适应搜索	0.0067	0.074	0.578
MSD	穷举搜索	0.0067	0.025	0.198
	自适应搜索	0.0000	0.065	0.289

于是,自适应搜索法的百分计算量为 $C_a = 100N_d/N\%$, 而穷举法的百分计算量为 $C_e = 100\%$.

自适应搜索法已在六幅不同的图象上进行了 12000 次模板匹配, 每幅图象上有 $N = 51 \times 50$ 个可能的配准点位置. 取四个信噪比 SNR 值, 每个 SNR 值下进行 500 次匹配. 图 3 所示是一幅实验用的航空图象, 表 2 所示是在该图象上的实验结果, 表中 \bar{C}_a 、 $C_{a\min}$ 和 $C_{a\max}$ 是 500 次实验中 C_a 的平均值、最小值和最大值. 从表 2 看到, MSD 度量优于 MAD 度量; 对于 MSD 度量, 当 $SNR = 4$ 时, 得 $\bar{C}_a = 27\%$, 故自适应搜索法比穷举法平均提高速度三倍多.

表 2 在一幅图象上的实验结果

性能 \ 度量 \ SNR		f_F		$\bar{\rho}$		σ_ρ		\bar{C}_a		$C_{a\min}$		$C_{a\max}$	
		MAD	MSD	MAD	MSD	MAD	MSD	MAD	MSD	MAD	MSD	MAD	MSD
8	9.2	0	0	0	0.004	0	0.089	26%	26%	8.8%	7%	35%	35%
6	13.2	0.2%	0	0.006	0.006	0.109	0.099	29%	26%	9%	7%	37%	36%
5	14.8	0.2%	0	0.019	0.016	0.194	0.160	32%	26%	10%	7.5%	39%	37%
4	18.5	0.6%	0.2%	0.070	0.063	0.596	0.475	36%	27%	12%	7.5%	45%	38%



图 3 一幅航空图象

六、结 论

期望失配度量的自相关性依赖于图象的自相关函数, 噪声对于期望失配度量的影响是附加了噪声的方差项, 导致期望失配度量增大。变步长搜索法由正确配准点附近失配度量的一系列门限确定, 门限可由无噪声情况下失配度量剖面曲线在正确配准点附近的变化上限附加噪声的方差项确定。在变步长搜索法速度降低时, 改用分段匹配法提高速度, 分段匹配的阈值序列由正确配准点失配度量的概率分布确定。在实际图象上的匹配结果表明, 自适应搜索法能适应随机的环境和正确配准点在图象上的任意变化而自动保持其较高的搜索速度。因此, 虽然增加了对图象的离线分析和计算时间, 但却加快了在线的匹配速度, 适应了快速在线匹配的应用需要。

参 考 文 献

- [1] Vanderbrug, G. J. and Rosenfeld A., Two-Stage Template Matching, *IEEE Trans. Comput.*, C-26(1977), No. 4, 384—393.
- [2] Ramapriyah, H. K., A Multilevel Approach to Sequential Detection of Pictorial Features, *IEEE Trans. Comput.*, C-25(1976), No. 1, 66—78.
- [3] Hinrichs, P. R., Advanced Terrain Correlation Techniques, IEEE 1976 Position Location and Navigation Symp., 89—96.
- [4] Barnea, D. I. and Silverman, H. F., A Class of Algorithms for Fast Digital Image Registration, *IEEE Trans. Comput.*, C-21 (1972), No. 2, 179—186.
- [5] 彭嘉雄, 张天序, 随机离散图象的统计模型研究, *自动化学报*, 10(1984), No. 1, 16—21.
- [6] Cramér H., *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton Univ. Press (1946).
- [7] Papoulis, A., *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill (1965).

AN ADAPTIVE SEARCH METHOD OF TEMPLATE MATCHING

PENG JIAXIONG ZHANG TIANXU

(Huazhong University of Science and Technology)

ABSTRACT

In this paper, a statistic analysis of mismatch measure in template matching is performed. The upper limit of variation in the neighbourhood of correct registration point for the profile curve of mismatch measure is determined. The adaptive search method of template matching is presented. The required threshold formulas are derived. The validity of the method and the fastness of the search are verified by the results concerning the matching experiment of actual images. The fast matching method is provided for some on-line applications.

Key words ——Template matching; mismatch measure; exhaustive search; adaptive search.