

一类微处理机控制最优自适应转台伺服系统

冯国楠 于睿

(北京工业大学)

摘要

针对存在干摩擦和负载转动惯量不固定的微处理机控制转台伺服系统,提出一种离散最优自适应控制综合方法.实际系统运行结果表明:用此方法综合的系统优于线性最优伺服系统.

关键词——自适应控制,伺服系统,微机应用

如何克服干摩擦^[1]及负载转动惯量变化造成的不利影响,是伺服系统设计人员十分关心的问题.本文针对微处理机控制转台伺服系统,提出一种离散最优自适应控制综合方法.把速度环设计成模型跟踪系统,用波波夫超稳定判据确定自适应律,然后通过数学上的处理,把带自适应回路的速度环等价成带附加输入的线性时不变系统;再用线性最优控制理论综合位置环.实际系统运行结果表明:用它综合的伺服系统优于线性最优伺服系统.

同文献[2]相比,本系统对于克服干摩擦造成的低速跳动效果显著.过渡过程时间(0.18s)同[2](0.15s)相接近.由于采用了数字式位置检测元件,静态精度接近检测元件量化单位,约80'',优于[2](0.15°).

一、控制对象离散数学模型

控制对象是一台带负载的直流力矩电机(包括功率放大器),电枢电感可以忽略不计,因此有:

$$K_a u = K_e y + R i, \quad (1)$$

$$J \frac{dy}{dt} = K_m i - M \text{Sgn}[y], \quad (2)$$

$$\frac{dx}{dt} = y. \quad (3)$$

式中 u 、 K_a 是功率放大器输入和放大倍数, K_e 、 K_m 是电机常数, R 、 i 是电枢回路电阻和电流, y 、 x 是电机角速度和角位置, J 是电机轴上转动惯量, $M \text{Sgn}[y]$ 是摩擦力

矩。

由式(1)、(2),可得:

$$\dot{y} + a_1 y = b_1 u - c_1 \text{Sgn}[y], \quad (4)$$

式中, $a_1 = 1/\tau$, $b_1 = K_a/K_c \tau$, $c_1 = M/J$, $\tau = RJ/K_c K_m$.

在系统工作过程中, J 、 M 、 K_a 是慢时变的,因此,系数 a_1 、 b_1 、 c_1 是慢时变的。

控制信号 u 是微处理器经零阶保持器 (D/A 转换器) 的输出,为分段恒值函数。取采样周期为 T ,把系统(4)离散化,对(3)取差分近似,可建立控制对象离散模型:

$$y(k) = ay(k-1) + bu(k-1) - c \text{Sgn}[y(k-1)], \quad (5)$$

$$x(k) = x(k-1) + Ty(k-1). \quad (6)$$

其中, $a = e^{-a_1 T}$, $b = \frac{b_1}{a_1} (1 - e^{-a_1 T})$, $c = \frac{c_1}{a_1} (1 - e^{-a_1 T})$, 控制信号的一拍延迟是零阶保持器引起的。

二、速度环自适应控制的设计

引入一阶差分算子“ ∇ ”,把速度环控制对象(5)改写成:

$$y(k) = ay(k-1) + bu(k) - b\nabla u(k) - c \text{Sgn}[y(k-1)]. \quad (7)$$

假设参考模型为

$$y_m(k) = a_m y_m(k-1) + b_m z(k). \quad (8)$$

要使系统(7)跟踪模型(8),自适应回路必须包含四个独立的可调参数,两个用来补偿 a 、 b 的变化,一个补偿 $c \text{Sgn}[y(k-1)]$,另一个补偿零阶保持器引入的 $b\nabla u(k)$ 。因此,选择自适应律

$$u(k) = K_1 z(k) + K_2 y(k-1) + K_3 \text{sgn}[y(k-1)] + K_4 \nabla u(k-1), \quad (9)$$

K_1 、 K_2 、 K_3 、 K_4 是自适应回路中的四个可调参数。令

$$b\nabla u(k) = b'\nabla u(k-1), \quad (10)$$

则意味着将 $\nabla u(k)$ 相对于 $\nabla u(k-1)$ 的变化,等效成 $\nabla u(k-1)$ 前面系数的变化。

由式(7)、(9)、(10),可得:

$$y(k) = [a + bK_2(k)]y(k-1) + bK_1(k)z(k) + [bK_3(k) - c] \times \text{Sgn}[y(k-1)] + [bK_4(k) - b']\nabla u(k-1). \quad (11)$$

定义广义偏差为

$$e(k) = y_m(k) - y(k), \quad (12)$$

令

$$w(k) = [a_m - a - bK_2(k)]y(k-1) + [b_m - bK_1(k)]z(k) + [c - bK_3(k)]\text{Sgn}[y(k-1)] + [b' - bK_4(k)]\nabla u(k-1). \quad (13)$$

由式(8)减(11),可得

$$e(k) = a_m e(k-1) + w(k). \quad (14)$$

选择一线性补偿器 D , 令

$$\left. \begin{aligned} v(k) &= D e(k), \\ w_1(k) &= -w(k), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

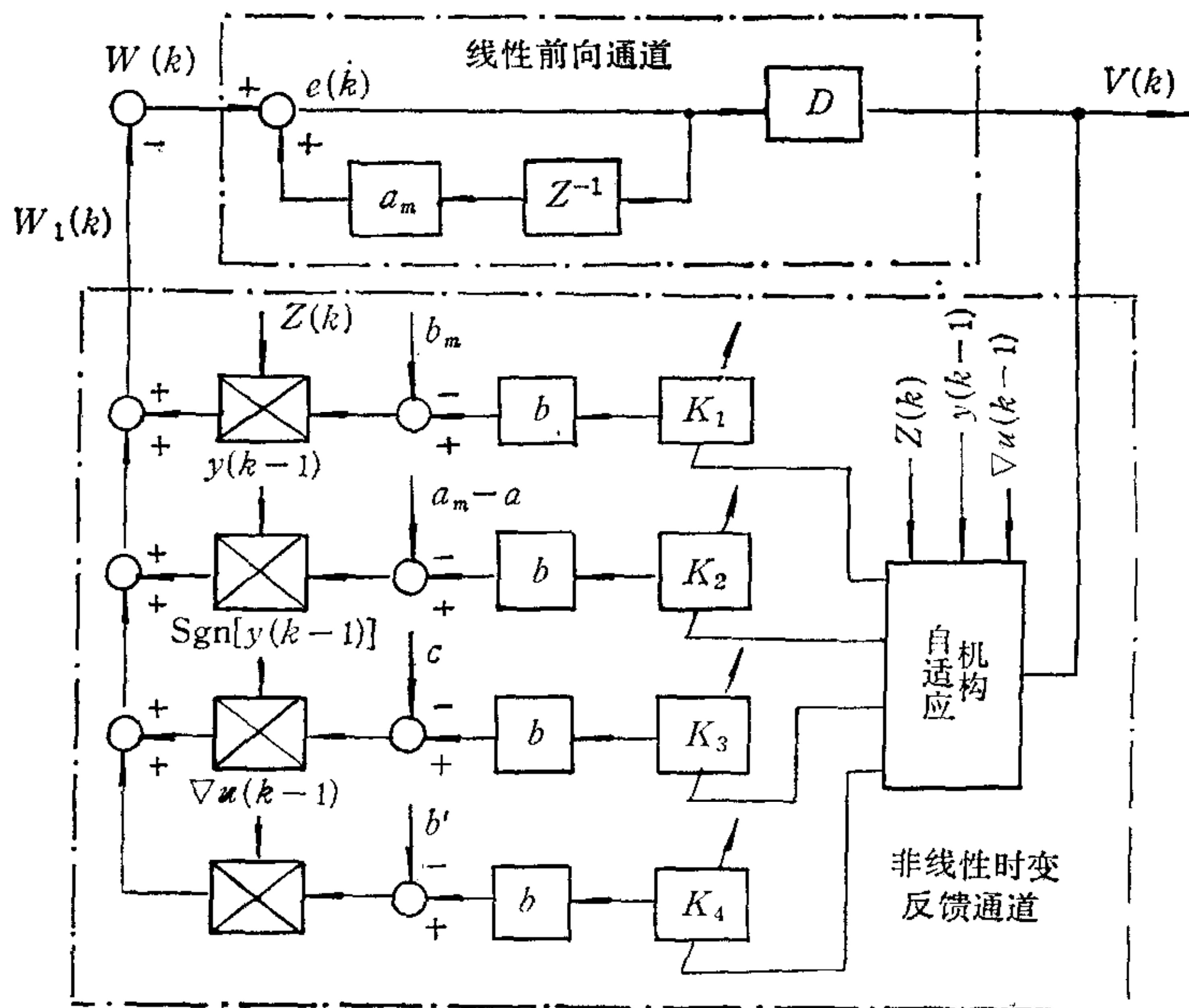


图 1 非线性时变反馈系统

则式(13)一(15)构成一个如图 1 所示的非线性时变反馈系统。

根据波波夫超稳定性定理,要保证这个系统渐近稳定,必须满足^[3]:

- (1) 前向通道严格证实;
- (2) 反馈通道满足波波夫积分不等式

$$\eta(0, k_1) = \sum_{k=0}^{k_1} w_1(k)v(k) \geq -r_0^2 \tag{16}$$

式中 r_0^2 为任意有界正数。

已知前向通道脉冲传递函数为

$$G(z) = \frac{v(z)}{w(z)} = \frac{D}{1 - a_m z^{-1}}, \tag{17}$$

容易验证,当 $D = 1$ 时, $G(z)$ 严格证实。

选择可调参数的自适应律分别为

$$\left. \begin{aligned} K_1(k) &= \sum_{i=0}^k \alpha_1 v(i)z(i), \\ K_2(k) &= \sum_{i=0}^k \alpha_2 v(i)y(i-1), \\ K_3(k) &= \sum_{i=0}^k \alpha_3 v(i)\text{Sgn}[y(i-1)], \\ K_4(k) &= \sum_{i=0}^k \alpha_4 v(i)\nabla u(i-1). \end{aligned} \right\} \tag{18}$$

式中 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 均为正常数。由式(13)、(15)、(16)、(18),并利用关系^[3]:

$$\sum_{k=0}^{k_1} x(k) \left[\sum_{i=0}^k x(i) + c \right] = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=0}^k x(k) + c \right]^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{k_1} x^2(k) - \frac{c^2}{2} \geq -\frac{c^2}{2}, \quad (19)$$

可得

$$\begin{aligned} \eta(0, k_1) &= b\alpha_1 \sum_{k=0}^{k_1} \left[\sum_{i=0}^k v(i)z(i) - \frac{b_m}{b\alpha_1} \right] v(k)z(k) \\ &+ b\alpha_2 \sum_{k=0}^{k_1} \left[\sum_{i=0}^k v(i)y(i-1) + \frac{a-a_m}{b\alpha_2} \right] v(k)y(k-1) \\ &+ b\alpha_3 \sum_{k=0}^{k_1} \left[\sum_{i=0}^k v(i)\text{Sgn}[y(i-1)] - \frac{c}{b\alpha_3} \right] v(k)\text{Sgn}[y(k-1)] \\ &+ b\alpha_4 \sum_{k=0}^{k_1} \left[\sum_{i=0}^k v(i)\nabla u(i-1) - \frac{b'}{b\alpha_4} \right] v(k)\nabla u(k-1) \\ &\geq -\gamma_0^2. \end{aligned}$$

其中,

$$\gamma_0^2 = \frac{b_m^2}{2b\alpha_1} + \frac{(a-a_m)^2}{2b\alpha_2} + \frac{c^2}{2b\alpha_3} + \frac{b'^2}{2b\alpha_4}.$$

由此可以得出结论: 按式(18)确定自适应律, 并取 $D=1$, 则图 1 所示的系统是渐近超稳定的.

为了便于计算机运算, 并注意到 $v(k) = e(k)$, 可将式(18)改写成以下递推形式:

$$\left. \begin{aligned} K_1(k) &= K_1(k-1) + \alpha_1 e(k)z(k), \\ K_2(k) &= K_2(k-1) + \alpha_2 e(k)y(k-1), \\ K_3(k) &= K_3(k-1) + \alpha_3 e(k)\text{Sgn}[y(k-1)], \\ K_4(k) &= K_4(k-1) + \alpha_4 e(k)\nabla u(k-1). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

三、综合位置环最优控制

将式(12)代入(8), 并令

$$\xi(k) = e(k) - a_m e(k-1), \quad (21)$$

可得:

$$y(k) = a_m y(k-1) + b_m z(k) - \xi(k). \quad (22)$$

式中 $\xi(k)$ 是由于速度环内参数变化引起的模型误差, 在实际系统中是可以测量的, 且当 $k \rightarrow \infty$ 时, $\xi(k) \rightarrow 0$. 这样一来, 把带有自适应回路的速度环等价成一个以 $z(k)$ 作控制输入并带有附加输入 $\xi(k)$ 的一阶线性时不变系统.

将式(22)代入式(6), 消去 $y(k)$ 和 $y(k-1)$, 得到位置环控制对象:

$$x(k) = (a_m + 1)x(k-1) - a_m x(k-2) + T b_m z(k) - T \xi(k). \quad (23)$$

下面综合位置环最优控制. 首先把关于位置输出的伺服问题化成关于误差的调节器问题, 再用离散线性二次型问题综合方法综合最优控制. 这样可以达到对于给定类型的

参考输入稳态跟踪误差为零^[4]。

假设参考输入 $y_r(k)$ 为斜坡函数, 则

$$y_r(k) = 2y_r(k-1) - y_r(k-2). \quad (24)$$

用式(24)减(23), 整理后得:

$$\varepsilon(k) = (a_m + 1)\varepsilon(k-1) - a_m\varepsilon(k-2) + r(k). \quad (25)$$

式中,

$$r(k) = -(a_m - 1)[y_r(k-1) - y_r(k-2)] - b_m z(k) + T\xi(k) \quad (26)$$

为广义输入变量,

$$\varepsilon(k) = y_r(k) - x(k) \quad (27)$$

为位置误差。

选择 $z_1(k) = z_2(k-1)$ 和 $z_2(k) = \varepsilon(k-1)$ 作为一组状态变量, 由式(25)可建立状态方程:

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}r(k). \quad (28)$$

$$\text{其中, } \mathbf{z}(k) = \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_m & a_m - 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

给出性能泛函

$$J = \lim_{N \rightarrow \infty} [\mathbf{z}^T(k)\mathbf{Q}\mathbf{z}(k) + Rr^2(k-1)], \quad (29)$$

式中 \mathbf{Q} 是 2×2 阶半正定对称矩阵, R 为正常数。

注意到系统(28)完全能控, 即:

$$\text{Rank}[\mathbf{B}:\mathbf{A}\mathbf{B}] = \text{Rank} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & a_m + 1 \end{bmatrix} = 2.$$

因此, 这个问题的最优控制存在, 且唯一, 其最优控制律为

$$\begin{aligned} r(k) &= -\mathbf{K}_0\mathbf{z}(k) \\ &= -K_{01}z_1(k) - K_{02}z_2(k) \\ &= -K_{01}\varepsilon(k-2) - K_{02}\varepsilon(k-1). \end{aligned} \quad (30)$$

其中, $\mathbf{K}_0 = [K_{01} \ K_{02}]$ 为增益矩阵, 可用标准的离散线性二次型问题综合方法来确定。

将式(26)代入(30), 可求出位置环最优控制:

$$\begin{aligned} z(k) &= \frac{1-a_m}{Tb_m} [y_r(k-1) - y_r(k-2)] + \frac{K_{01}}{Tb_m} \varepsilon(k-2) \\ &\quad + \frac{K_{02}}{Tb_m} \varepsilon(k-1) + \frac{1}{b_m} \xi(k). \end{aligned} \quad (31)$$

式中, $\xi(k)/b_m = [e(k) - a_me(k-1)]/b_m$ 是对模型偏差的补偿, 这一项将随着时间的增长而趋近于零。

应当指出的是, 在实际系统中, 信号 $e(k)$ 产生于 $z(k)$ 之后, 因此, 在计算 $z(k)$ 时不能得到 $e(k)$ 。在这里采用线性一步外推的方法来预估, 即令:

$$e(k) = 2e(k-1) - e(k-2).$$

这样, $\xi(k)$ 可表示为

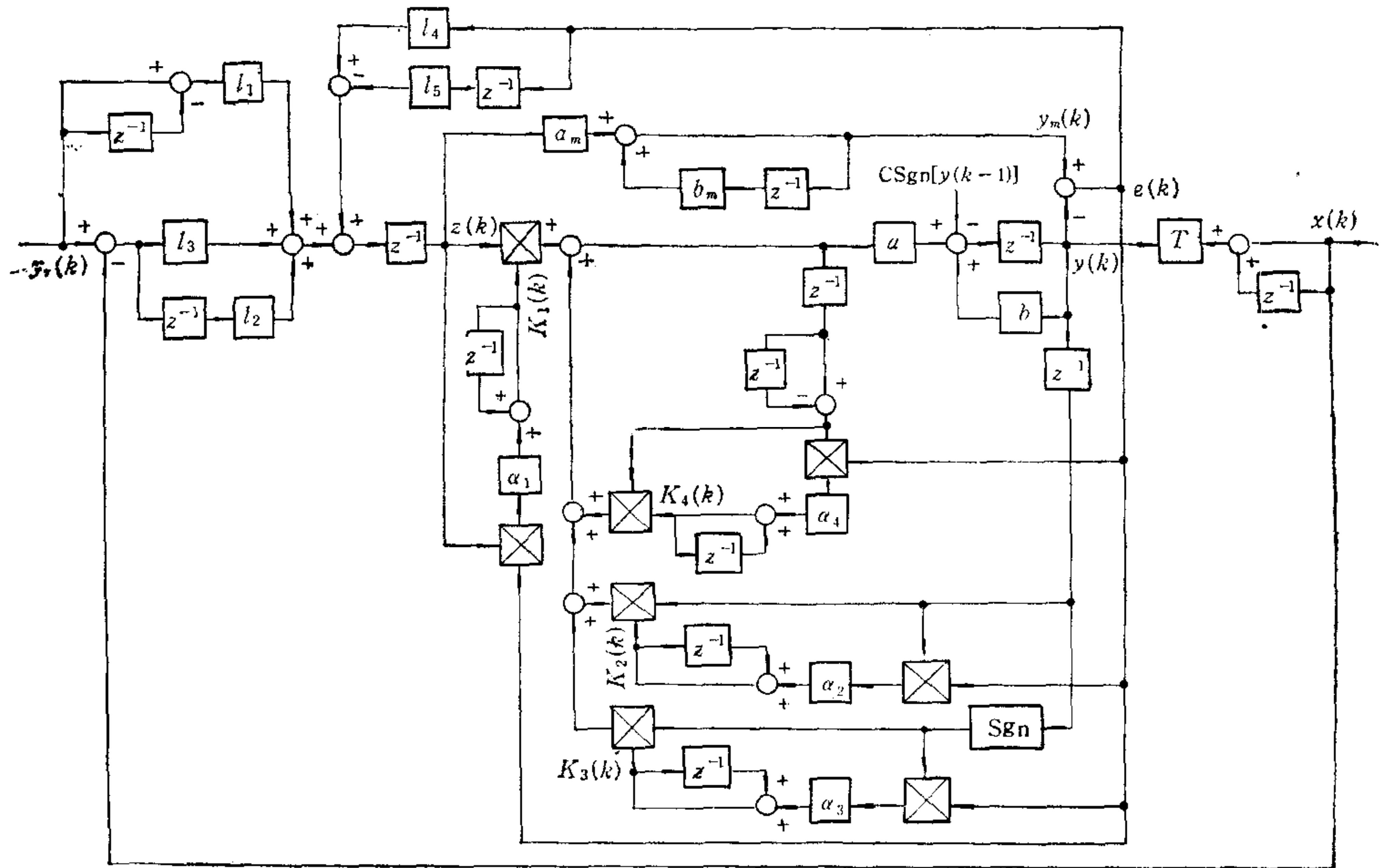


图2 离散最优自适应伺服系统结构图

$$\xi(k) = (2 - a_m)e(k - 1) - e(k - 2).$$

把上式代入式(31),得到:

$$z(k) = l_1[y_r(k - 1) - y_r(k - 2)] + l_2e(k - 2) + l_3e(k - 1) + l_4e(k - 1) - l_5e(k - 2). \tag{32}$$

其中,

$$l_1 = \frac{1 - a_m}{Tb_m}, \quad l_2 = \frac{K_{01}}{Tb_m}, \quad l_3 = \frac{K_{02}}{Tb_m},$$

$$l_4 = \frac{2 - a_m}{b_m}, \quad l_5 = \frac{1}{b_m}.$$

由式(5)、(6)、(9)、(12)、(20)、(31), 可构成离散最优自适应转台伺服系统结构图如图2所示。

四、实 例

利用前面提出的综合方法, 设计一种微型计算机控制最优自适应转台伺服系统。该系统以 MC-68000 微型计算机作控制器, 一台 2kg·m 直流力矩电机作执行元件, P、W、M 晶体管放大器作功率放大器, 14 位光电编码器作位置检测元件, 带 A/D 转换器的直流测速机作速度检测元件。根据控制对象的固有特性, 参考模型选为:

$$y_m(k) = 0.85y_m(k - 1) + 0.06z(k)$$

速度环自适应机构和位置环最优控制器都通过软件编程, 由微型计算机实现。

实际系统运行结果表明: 该系统对于克服干摩擦和负载转动惯量变化造成的不良影响有明显效果。

系统不带自适应回路时, 在加负载前, 过渡过程时间为 0.32s (见图 3(a)), 加 0.0319

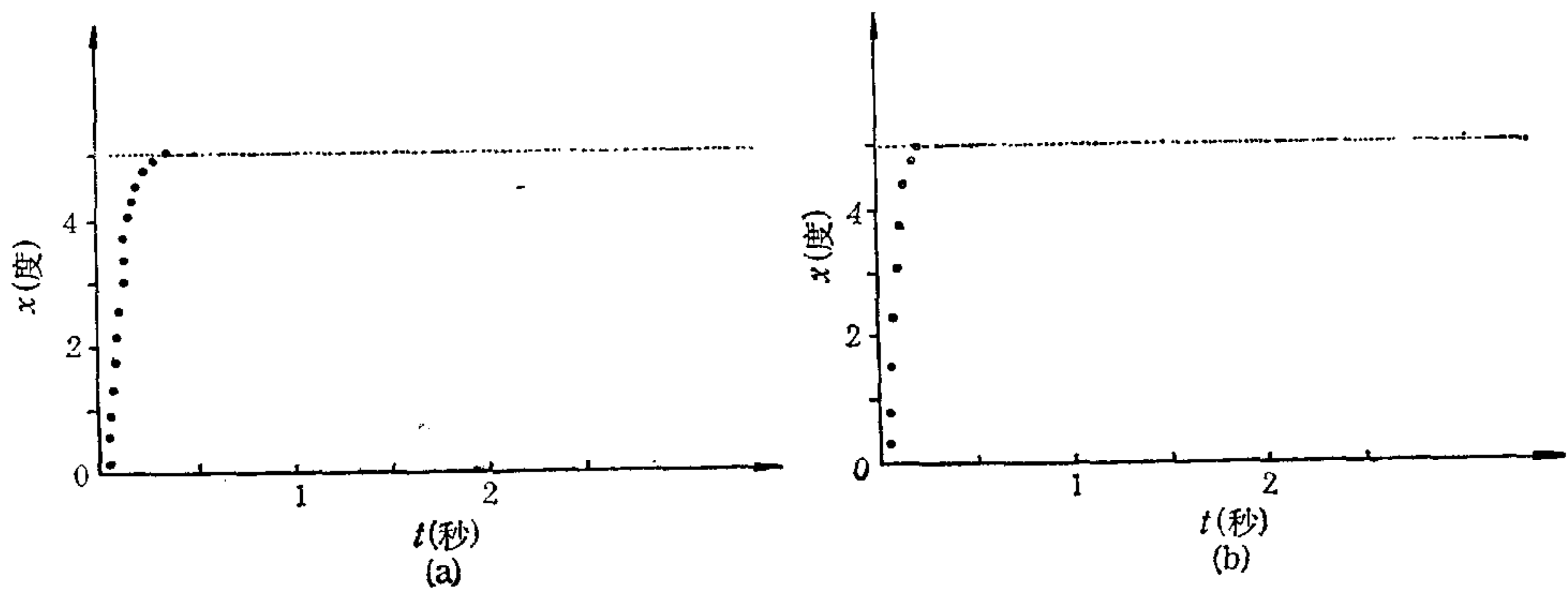


图3 未带惯性负载时的阶跃响应
 (a) 未带自适应回路时的阶跃响应 (b) 带自适应回路后的阶跃响应

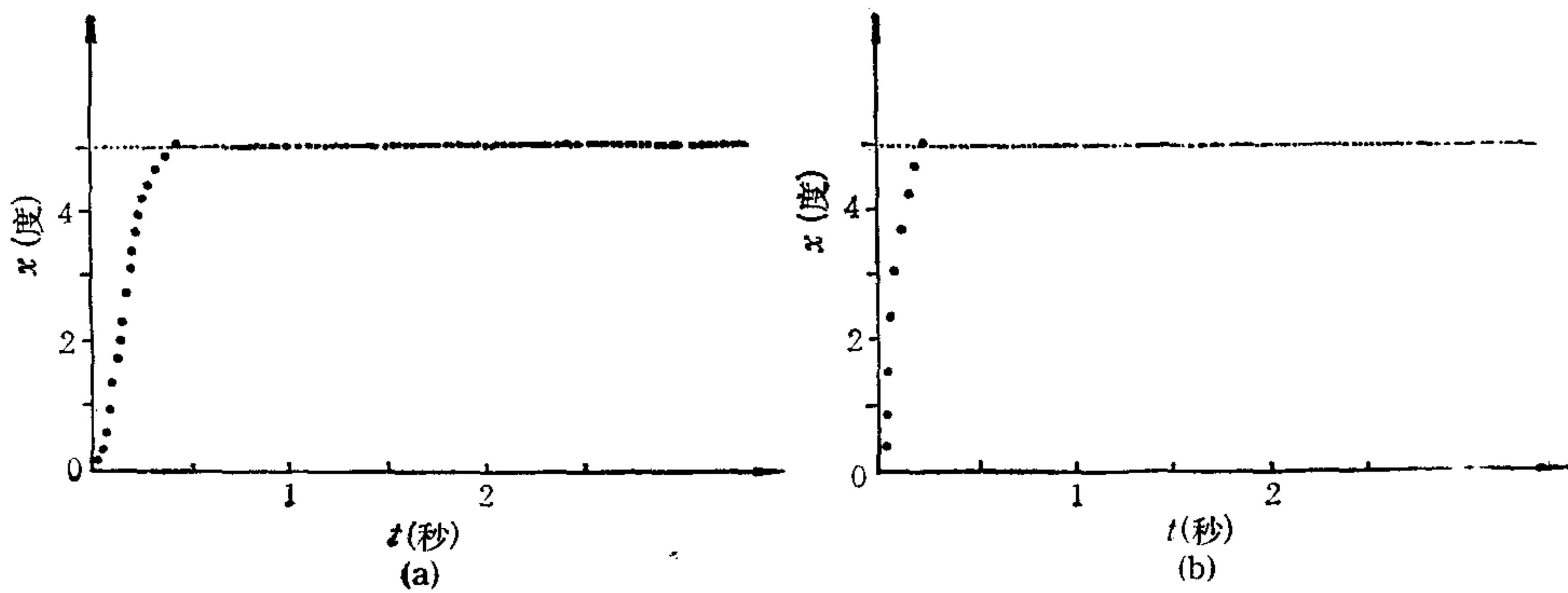


图4 带惯性负载后的阶跃响应
 (a) 未带自适应回路时的阶跃响应 (b) 带自适应回路后的阶跃响应

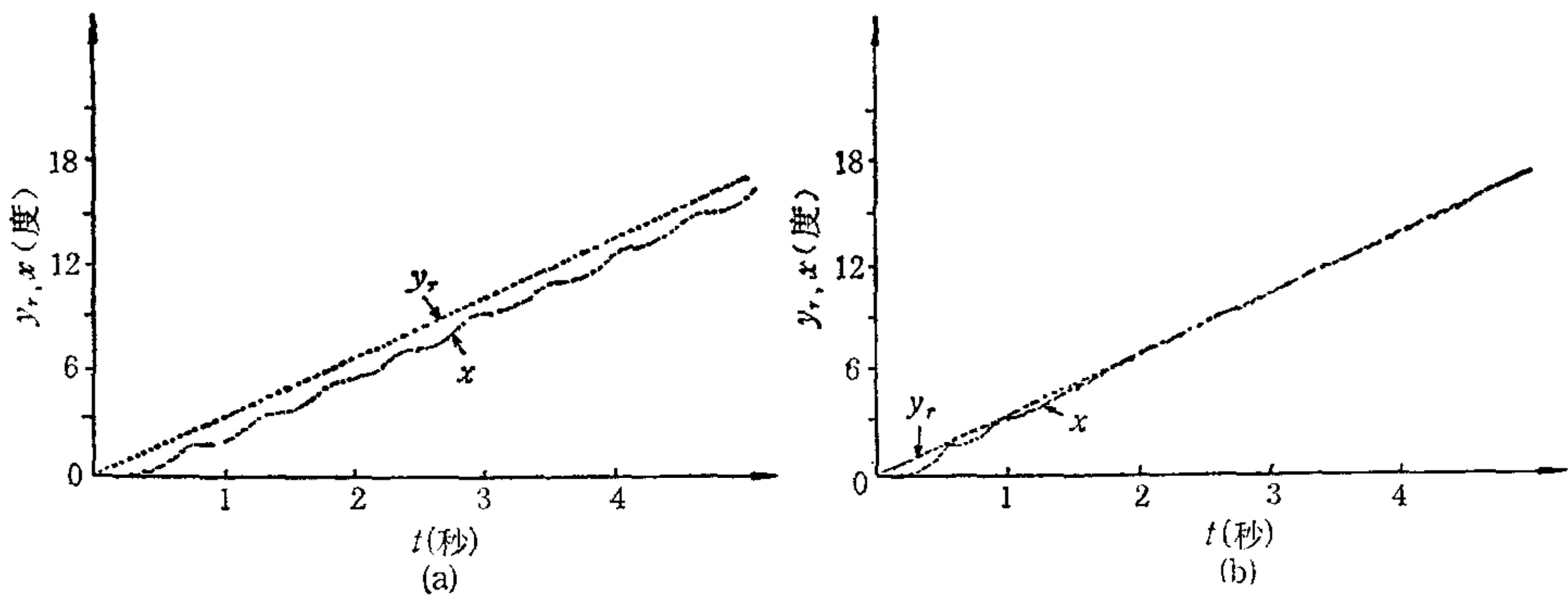


图5 低速跟踪特性
 (a) 未带自适应回路时的低速跟踪特性 (b) 带自适应回路后的低速跟踪特性

$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ 的惯性负载后变为 0.36s (见图 4(a)), 低速跟踪时有明显跳动现象和稳态误差(见图 5(a)).

带自适应回路后, 在加负载前过渡过程时间为 0.18s (见图 3(b)), 加同样惯性负载后为 0.20s (见图 4(b)), 低速跟踪时明显地消除了跳动现象和稳态误差(见图 5(b)).

参 考 文 献

- [1] 冯国楠,干摩擦对随动系统低速特性影响的分析,仪器仪表学报,2,3(1981),50—57.
[2] 刘伯春,线性二次型伺服系统最优自适应控制,控制与决策,2(1986),17—22.
[3] Landau, I. D., Adaptive Control—the Model Reference Approach, Marcel-Dekker, 1979.
[4] 冯国楠,陈建国,一种微处理机控制次优直流伺服系统,自动化学报,10,3(1984),254—261.

A MICROCOMPUTER CONTROLLED OPTIMAL ADAPTIVE FLIGHT SIMULATOR SERVO SYSTEM

FENG GUONAN YU RUI

(Beijing Polytechnic University)

ABSTRACT

The dry friction and the inertia of load referred to output shaft are variable in the flight simulator servo system. To compensate these factors, a synthesis method of the optimal adaptive control system is presented.

The operation of the servo system shows that the performances of our system are obviously better than that of the linear optimal servo system.

Key words—Adaptive control, Servo system, Microcomputer application