第15卷 第2期 1989年3月 | 自动化学报 ACTA AUTOMATICA SINICA | Vol. 15, No. 2 Mar., 1989

一种简单的多变量自校正调节器

王福利　　郎世俊
（东北工学院）

摘　　要

本文提出了一种新的多变量自校正调节方法．该方法的主要特点是需要被控系统较少的验前知识及适用于输入、输出个数不相等的情况．由于导出的控制律具有积分性质，因此本文给出的方法对作用于被控系统的阶跃式负载扰动具有鲁棒的抑制能力．

关键词：多变量系统，自校正调节，关联矩阵．

一、前　　言

基于最小方差思想的自校正控制算法，由于其简单性受到了人们的广泛研究并得到了广泛的应用．对于单变量离散时间系统，这类算法要求系统滞后时间已知．关联矩阵(Interactor Matrix)刻画了离散时间多变量系统的时滞结构[1]，因此，最小方差类型的多变量自校正控制算法需要系统的关联矩阵已知[2,3]．然而，确定未知参数多变量系统的关联矩阵通常是比较困难的，特别是当系统的关联矩阵有一般下三角形式时更是如此，这就给这类算法的实际应用带来了一定的困难．

因此，研究不需要事先已知系统关联矩阵的多变量自校正算法有着重要的实际意义．近几年在这方面一些学者做了许多工作并获得了一些重要结果，其中比较有代表性的是Dugard[4]提出的方法．该方法的基本思想是先导出一个系统输出的向前 d 步预报器，选择 d 为系统关联矩阵 $\xi(q)$ 中 q 的最高阶之上界，结果得到了一种仅需要关联矩阵部分知识的自校正算法．

但是，文献[4]仅处理了系统输入、输出个数相等的情况．在本文中，选择预报步数 d 为被控系统输出可控性指数的上界，从而使本文的算法不仅去掉了对系统关联矩阵事先已知的要求，而且适用于输入输出个数不相等的情况．

二、自校正调节器

设被控系统由下面的差分算子模型描述：

$$A(q^{-1})\boldsymbol{y}(t)=B(q^{-1})\boldsymbol{u}(t)+L(t), \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{u}$ 和 L 分别是 p 维输出，m 维输入和 p 维阶跃式负载扰动向量；$A(q^{-1})$ 和

本文于1987年5月14日收到．

$B(q^{-1})$ 是后移算子 q^{-1} 的多项式矩阵；其阶次分别记为 n_a 和 n_b，且 $A(0)=I$，$B(0)=0$。令

$$\Delta(q^{-1})L(t)=\boldsymbol{e}(t). \tag{2}$$

其中 $\Delta(q^{-1})=(1-q^{-1})I$．根据 Clarke[5]的论述，$\boldsymbol{e}(t)$ 可按零均值的随机噪声处理．

使用多项式矩阵方程

$$I=F(q^{-1})\Delta(q^{-1})A(q^{-1})+q^{-d}G(q^{-1}),\ (d\geqslant 1). \tag{3}$$

其中 $F(q^{-1})$ 和 $G(q^{-1})$ 的阶次分别为 $d-1$ 和 n_a，容易得到 $\boldsymbol{y}(t+d)$ 的最优预报 $\boldsymbol{y}(t+d/t)$ 为

$$\boldsymbol{y}(t+d/t)=G(q^{-1})\boldsymbol{y}(t)+F(q^{-1})B(q^{-1})\Delta\boldsymbol{u}(t+d). \tag{4}$$

其中 $\Delta\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{u}(t)-\boldsymbol{u}(t-1)$．预报误差为

$$\boldsymbol{y}(t+d)-\boldsymbol{y}(t+d/t)=F(q^{-1})\boldsymbol{e}(t+d). \tag{5}$$

将 $F(q^{-1})B(q^{-1})$ 写为

$$F(q^{-1})B(q^{-1})=H(q^{-1})+q^{-d-1}K(q^{-1}). \tag{6}$$

其中 $H(q^{-1})$ 表示 $F(q^{-1})B(q^{-1})$ 的前 d 项，即 $H(q^{-1})$ 有形式

$$H(q^{-1})=H_1q^{-1}+\cdots+H_dq^{-d}.$$

注意到(3)式，有 $G(1)=I$，应用多项式矩阵除法定理[6]，可将 $G(q^{-1})$ 表示成

$$G(q^{-1})=I+\bar{G}(q^{-1})\Delta(q^{-1}). \tag{7}$$

其中 $\bar{G}(q^{-1})$ 的阶次为 n_a-1．由(6)和(7)两式可将(4)式写为

$$\boldsymbol{y}(t+d/t)=\boldsymbol{y}(t)+\bar{G}(q^{-1})\Delta\boldsymbol{y}(t)+H\Delta U(t)+K(q^{-1})\Delta\boldsymbol{u}(t-1). \tag{8}$$

其中

$$H=[H_1,\cdots,H_d],\ \Delta U(t)=[\Delta\boldsymbol{u}(t+d-1)^T,\cdots,\Delta\boldsymbol{u}(t)^T]^T.$$

控制目标是选择 $\Delta U(t)$ 将 $\boldsymbol{y}(t+d/t)$ 驱动到零，并使指标

$$J=\|\Delta U(t)\|^2 \tag{9}$$

极小化．容易导出可取得前述控制目标的控制律为

$$\boldsymbol{u}(t+j)=\boldsymbol{u}(t+j-1)-H_{d-j}^T(HH^T)^{-1}[\boldsymbol{y}(t)+\bar{G}(q^{-1})\Delta\boldsymbol{y}(t)+K(q^{-1})\Delta\boldsymbol{u}(t-1)],$$
$$j=0,1,\cdots,d-1. \tag{10}$$

控制律(10)的一个缺点是 $\boldsymbol{u}(t+1),\cdots,\boldsymbol{u}(t+d-1)$ 的计算没有利用 $\boldsymbol{y}(t+1),\cdots,\boldsymbol{y}(t+d-1)$ 的信息．这一缺点可用与文献[7]类似的方法克服，即在 t 时刻只用 (10)式计算并实现 $\boldsymbol{u}(t)$，下一时刻重复这一做法，于是可得下面的次最优算法：

$$\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{u}(t-1)-H_d^T(HH^T)^{-1}[\boldsymbol{y}(t)+\bar{G}(q^{-1})\Delta\boldsymbol{y}(t)+K(q^{-1})\Delta\boldsymbol{u}(t-1)]. \tag{11}$$

下面证明，通过适当地选择 d，可保证矩阵 HH^T 的逆存在．

定理． 假设系统(1)是输出可控的，其输出可控性指数为 μ，则(8)式中的矩阵H有满行秩 p 的充分必要条件是 $d\geqslant\mu$．

证明．先证充分性． 设 $\{A,B,C\}$ 是传递函数阵 $A(z^{-1})^{-1}B(z^{-1})$ 的一个状态空间实现，其中 A,B,C 是适当维数的常数阵，由输出可控性指数的定义，当 $d\geqslant\mu$ 时有

$$\operatorname{rank}[CB,CAB,\cdots CA^{d-1}B]=p. \tag{12}$$

将 $A(q^{-1})^{-1}B(q^{-1})$ 展成矩阵级数：

$$A(q^{-1})^{-1}B(q^{-1})=M_1(q^{-1})+q^{-d-1}M_2(q^{-1}). \tag{13}$$

其中 $M_1(q^{-1})$ 表示矩阵级数的前 d 项，即

$$M_1(q^{-1}) = M_1 q^{-1} + \cdots + M_d q^{-d}.$$

依次使用(6),(3)及(13)式可得

$$\Delta(q^{-1})H(q^{-1}) + q^{-d-1}\Delta(q^{-1})K(q^{-1}) = M_1(q^{-1}) + q^{-d-1}N(q^{-1}). \tag{14}$$

其中

$$N(q^{-1}) = M_2(q^{-1}) - qG(q^{-1})M_1(q^{-1}) - q^{-d}G(q^{-1})M_2(q^{-1}).$$

比较(14)式两边 q^{-1} 的同次幂系数矩阵可得

$$[H_1, H_2 - H_1, \cdots H_d - H_{d-1}] = [M_1, M_2, \cdots M_d]. \tag{15}$$

或写成

$$[H_1, \cdots, H_d]\begin{bmatrix} I_m & -I_m & & \\ & I_m & \ddots & \\ & & \ddots & -I_m \\ & & & I_m \end{bmatrix} = [M_1, \cdots, M_d]. \tag{16}$$

由于 $M_i = CA^{i-1}B(i = 1, \cdots, d)$，因此,由(12)和(16)两式可知

$$\operatorname{rank} H = p. \tag{17}$$

充分性得证．必要性的证明将上面的证明过程反过来即可．

上面的定理表明,只要选择 d 大于或等于系统的输出可控性指数,便可保证 HH^T 非奇异．

由(5)式和(8)式,可得

$$\boldsymbol{y}(t+d) - \boldsymbol{y}(t) = \bar{G}(q^{-1})\Delta\boldsymbol{y}(t) + H(q^{-1})\Delta\boldsymbol{u}(t+d) + K(q^{-1})\Delta\boldsymbol{u}(t-1) + F(q^{-1})\boldsymbol{e}(t+d). \tag{18}$$

使用递推参数辨识算法按(18)式辨识调节器参数，然后由(11)式求出 $\boldsymbol{u}(t)$，便实现了自校正调节．

三、仿 真 结 果

被控系统为

$$y(t) + \begin{bmatrix} 0.7 & 0.6 \\ 0.5 & -0.2 \end{bmatrix} y(t-1) + \begin{bmatrix} 0.47 & -0.54 \\ 0.7 & 0.18 \end{bmatrix} y(t-2) + \begin{bmatrix} 0.455 & 0.486 \\ 0.155 & -0.162 \end{bmatrix} y(t-3) = \begin{bmatrix} 1.63 \\ 2.25 \end{bmatrix} u(t-1) + \begin{bmatrix} -0.34 \\ -0.26 \end{bmatrix} u(t-2) + \begin{bmatrix} 0.3 \\ -0.4 \end{bmatrix} u(t-3) + L(t).$$

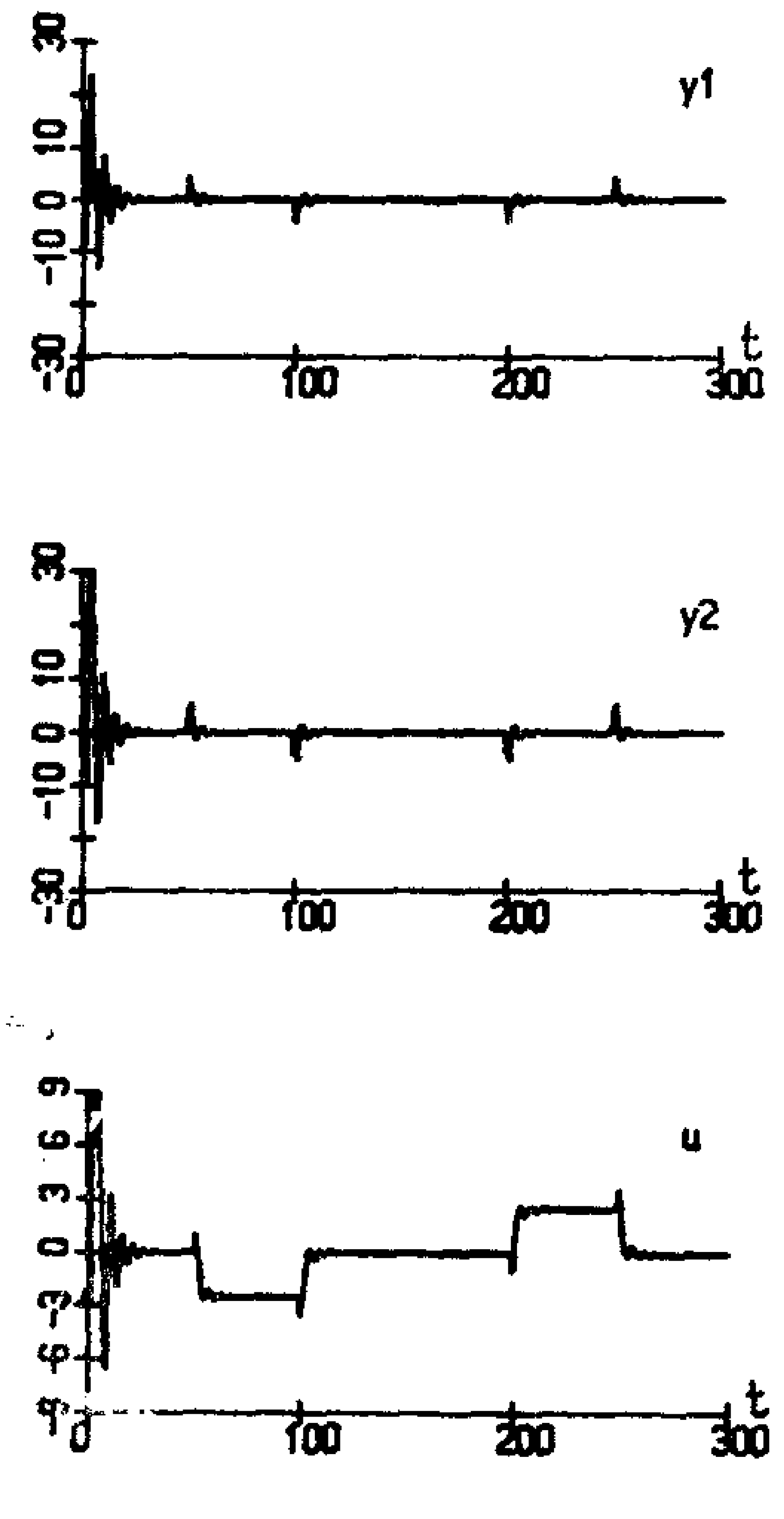

图 1 被控系统的输入输出

扰动 $L(t)$ 的两个分量 $L_1(t)$ 和 $L_2(t)$ 在区间[50, 100]和[200, 250]分别取值 4 和 −4，其它时刻为零．仿真中取 $d = 2$，用递推最小二乘算法辨识调节器参数，调节器参数的初值除 H_1 和 H_2 分别取为 $[1\ 0]^T$ 和 $[0\ 1]^T$ 外,其余全部置为零,仿真结果示于图 1 中．

结 语

本文提出的自校正调节器具有算法简单及需要被控过程较少的验前知识等优点，并适用于输入输出个数不相等的多变量系统．

参 考 文 献

[1] Wolovich, W. A. and Falb, P. L., Invariants and Canonical Forms Under Dynamic Compensation, *SIAM J. Control Optimiz.*, **14**(1976), 996—1008.

[2] Goodwin, G. C. and Long, R. S., Generalization of Results on Multi-variable Adaptive Control. *IEEE Trans. Auto. Contr.*, **AC-25**(1980), 1241—1245.

[3] Bittanti, S. and Scattolini, R., Multivariable Self-tuning Control: A Modelfollowing Approach, *Int. J. Control*, **42** (1985), 1035—1047.

[4] Dugard, L, Goodwin, G. C. and Xianya, X., The Role of the Interactor Matrix in Multivariable Stochastic Adaptive Control, *Automatica*, **20**(1984), 701—709.

[5] Clarke, D. W., Kanjilal, P. P. and Mohtadi, C., A Generalized LQG Approach to Self-tuning Control: Part I. Aspects of design, *Int. J. Control*, **41**(1985), 1509—1523.

[6] Kailath, T., Linear Systems, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall (1980), 389.

[7] Scattolini, R. and Clarke, D. W., Multivariable Model-following Selftuning Control with Offset Rejection, *Int. J. Control*, **42**(1985), 1309—1322.

A SIMPLE MULTIVARIABLE SELF-TUNING REGULATOR

WANG FULI LANG SHIJUN

(*Northeast University of Technology*)

ABSTRACT

This paper presents a novel multivariable self-tuning regulation method. The proposed method requires less prior knowledge regarding the controlled system and is applicable to the case where the number of inputs in not necessarily equal to the number of outputs. It is shown hat the regulator exhibits integrating properties, thus ensuring the robust rejection of stepwise-load-disturbances acting on the system under control.

Key words ——Multivariable system; self-tuning regulation; interactor matrix.