

# 非均匀反投影重建方法

刘政凯

(中国科学技术大学)

## 摘 要

本文提出了一种新的计算机断层象(CT)的重建方法——非均匀反投影重建法。该方法是根据射线上各象元灰度的大小对投影差值进行非均匀加权分配的,而不是采用传统重建方法中的均匀分配。这种重建方法较好地消除了重建图象中普遍存在的干涉条纹,可明显改善图象质量。特别是在只有少数几个投影方向数据的非完全投影情况下,该方法效果更好。

**关键词**——计算机断层技术;图象重建;图象处理。

## 一、前 言

计算机断层技术 CT 的发明是生物医学探测上的一次伟大革命。利用 CT 技术,毋需手术,便可获得人体内部的断层象。CT 技术也广泛地应用在地球物理、天体物理、物质结构、地质结构等许多研究领域。

CT 重建方法很多,主要分频域重建法和代数重建法两大类<sup>[1]</sup>。不论频域重建法还是代数重建法,它们都涉及均匀反投影问题,即把投影差值均匀地反投影到该射线上的各个象元上。通常,位于该射线上的各个象元的灰度有些为零,有些不为零。不管象元灰度大小如何,都均匀地进行反投影的作法显然是不合理的,因此,本文提出一种非均匀反投影方法。该方法的思想是,首先利用通常的重建方法得到重建图象的初始估值,然后计算该初值图象在各个方向上的投影差值,即初值图象在各个射线上的投影值与该射线的原始投影值之差。最后把投影差值按照该射线上各个象元的灰度值进行加权反投影。如果某些象元灰度值大,则分配较多的差值;如果象元灰度值为零,则不分配投影差值。

## 二、非均匀反投影重建方法

现以代数重建方法中投影迭代法为例,介绍非均匀反投影重建方法。

代数重建方法的原理如图 1 所示<sup>[2,3]</sup>。把图象  $f(x, y)$  分成许多网格,每一网格代表一个象元,把网格按行排列,其灰度值用  $f_1, f_2, \dots, f_N$  表示,其中  $N$  为网格总数。第  $i$  条射线的投影值  $P_i$  为

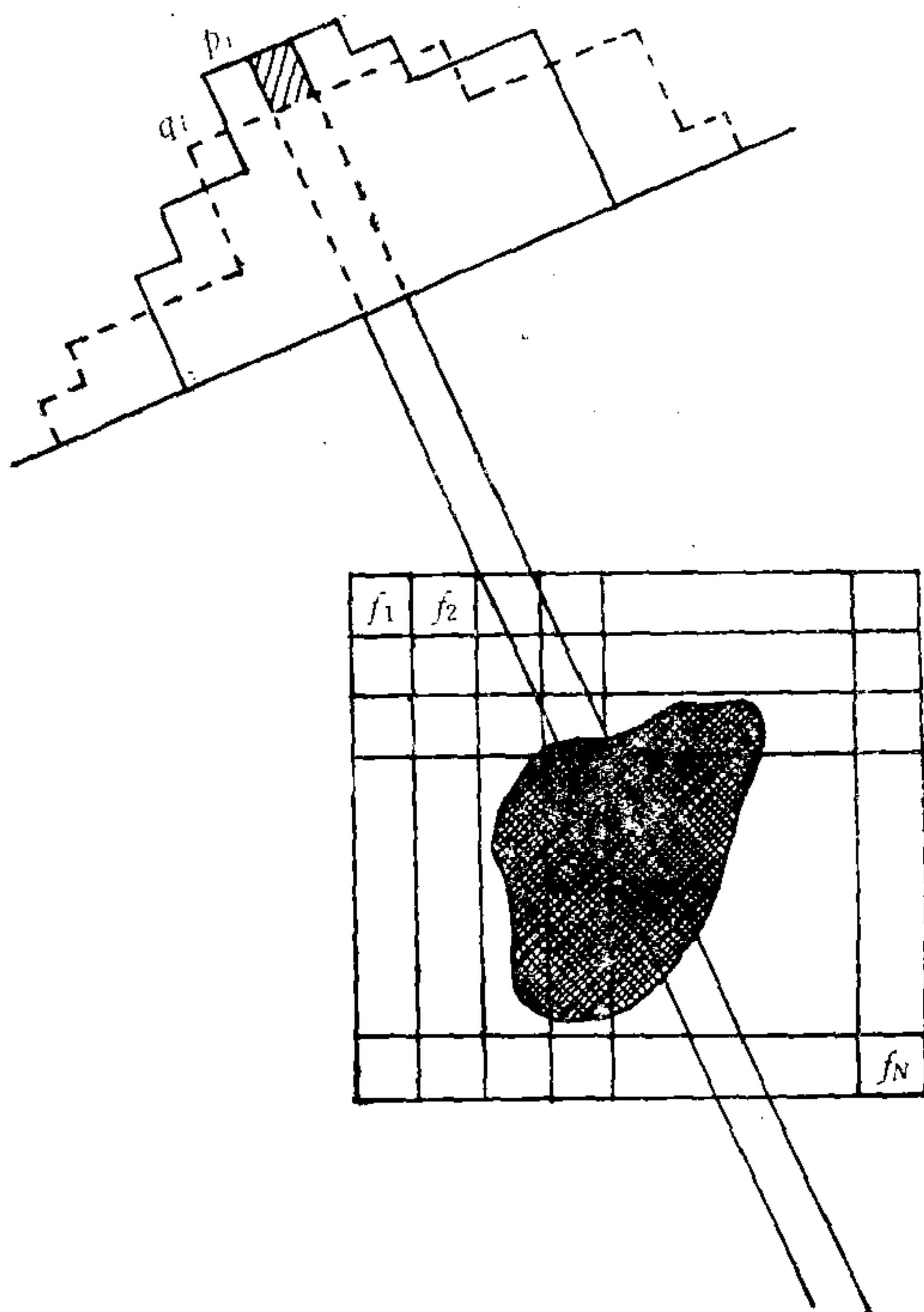


图1 代数重建方法的原理

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} f_j = P_i, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (1)$$

其中  $a_{ij}$  代表第  $j$  网格对第  $i$  条射线投影和的贡献,  $0 \leq a_{ij} \leq 1$ .  $a_{ij} = 1$  代表该网格位于该射线上;  $a_{ij} = 0$  代表该网格不位于该射线上. 如果该网格中只有一部分位于该射线上, 则  $a_{ij}$  可取位于该射线上的网格部分面积, 与网格面积之比. 公式 (1) 中的  $M$  代表各个方向投影的射线总数.

采用投影迭代法时, 首先需要设定某一初始值, 然后按下式进行迭代:

$$f_m^{(k)} = f_m^{(k-1)} + \left[ \frac{P_i - q_i}{\sum_{j=1}^N a_{ij}^2} \right] a_{im}, \quad (2)$$

其中,

$$q_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} f_j^{(k-1)}$$

这里,  $P_i$  代表第  $i$  条射线的投影值,  $q_i$  代表根据第  $k-1$  次迭代结果而算出的第  $i$  条射线投影的计算值.  $P_i - q_i$  称为投影差值. 公式 (2) 中投影差值的分配没有考虑该射线上各象元的灰度值, 因此, 称这种差值分配为均匀反投影. 这种均匀反投影, 对于灰度值为零的网格分配给投影差值, 对灰度值比较大的网格并不分配较多的投影差值, 这显然是不合理的. 因此, 本文提出一种非均匀反投影重建法, 它是把投影差值  $P_i - q_i$  按射线上各

象元灰度值的大小进行非均匀加权分配的。这时公式(2)变为

$$f_m^{(k)} = f_m^{(k-1)} + \left[ \frac{P_i - q_i}{\sum_{j=1}^N a_{ij}^2} \right] a_{im} \cdot \frac{f_m^{(k-1)}}{q_i} \quad (3)$$

### 三、实验结果

利用非均匀反投影重建方法,笔者进行了计算机模拟实验。

图 2 为计算机产生的原图,图象尺寸为  $128 \times 128$ 。图中包括不同灰度值的椭圆及圆。根据这幅原图,可在  $180^\circ$  内对不同投影方向计算其投影值。在每个投影方向上取 128 条射线,这样便可得到投影数据。

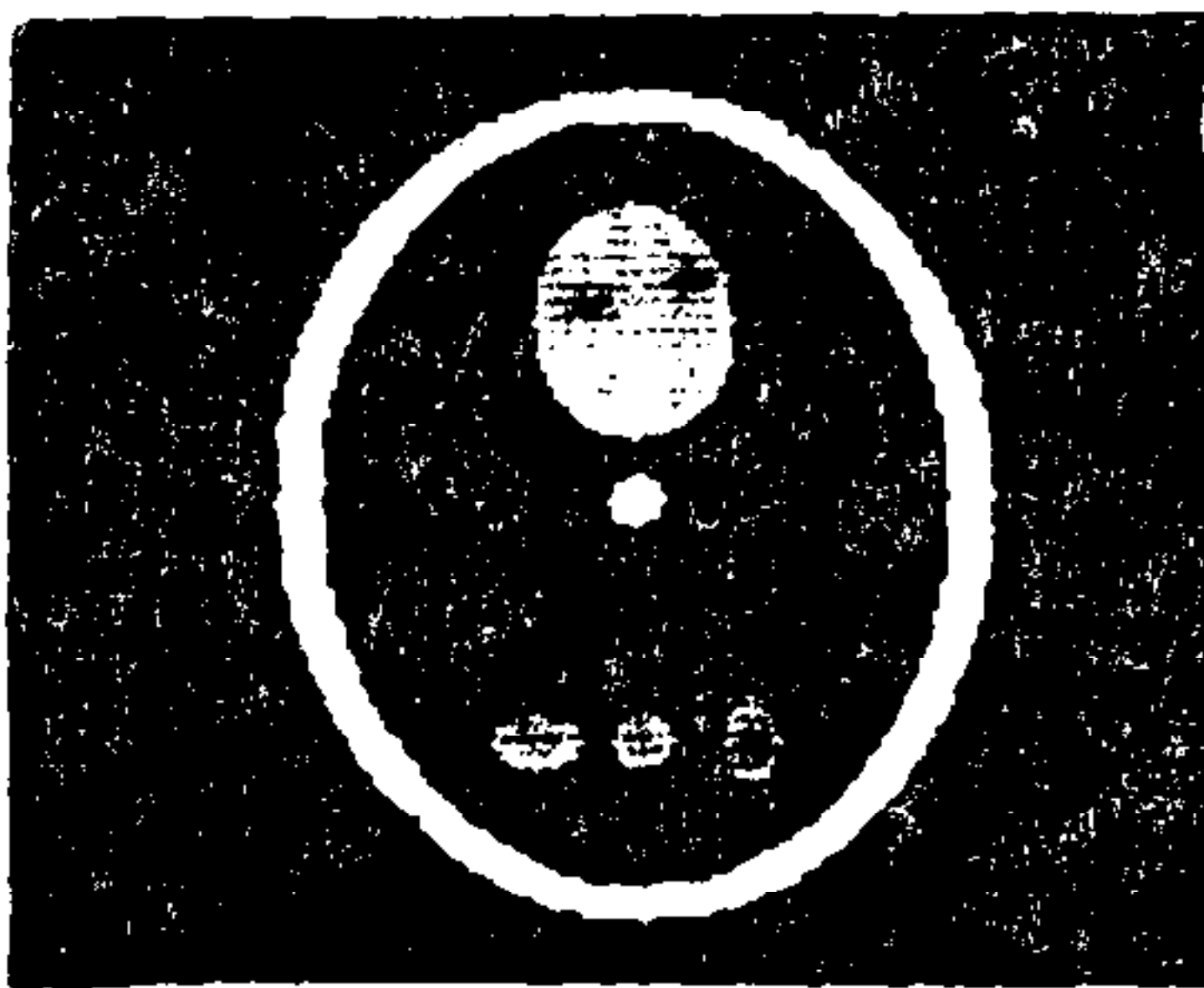


图 2 原图

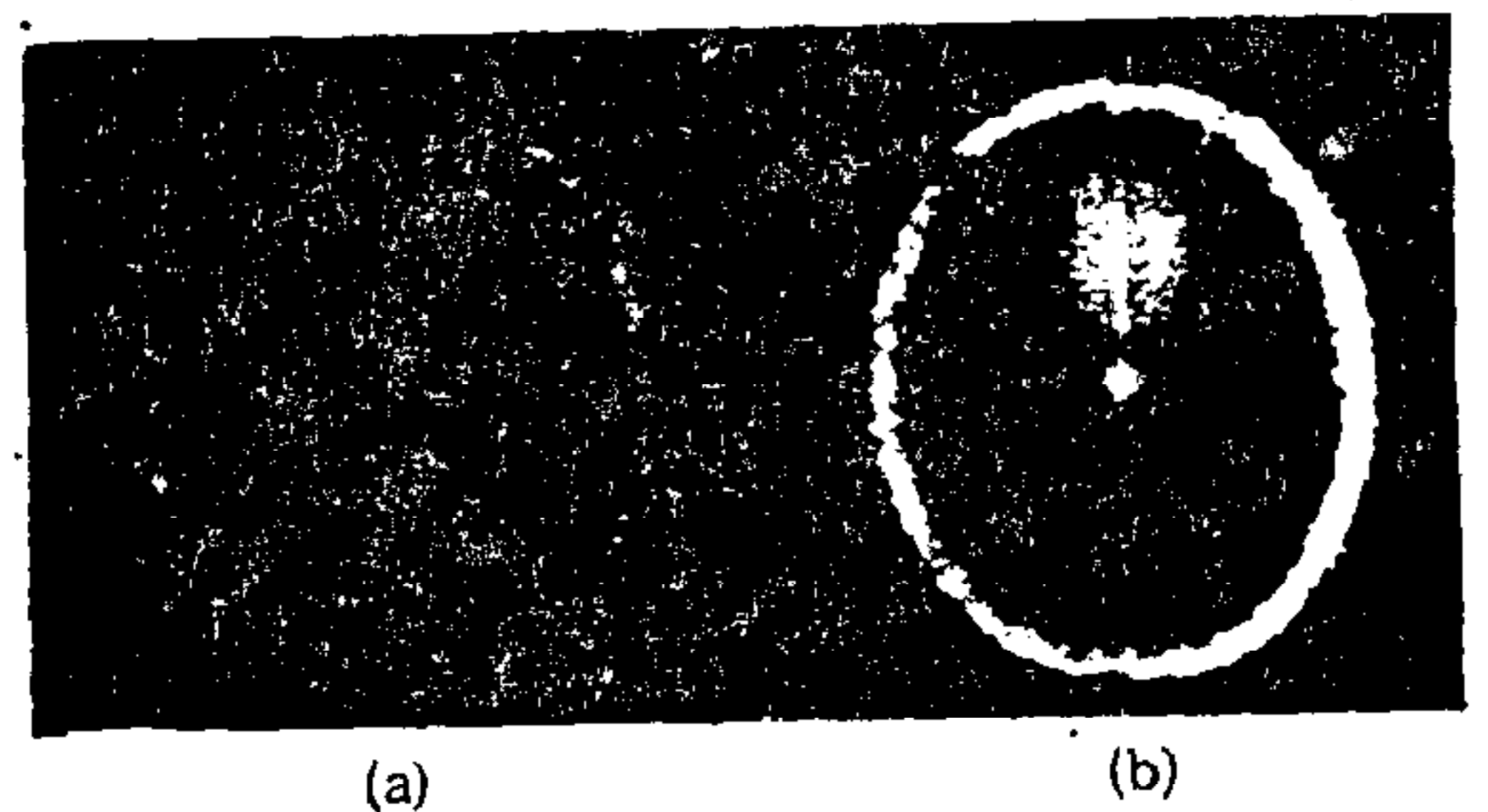


图 3 9 个投影方向的重建象

图 3(a) 是 9 个投影方向,利用均匀反投影方法重建出的图象,迭代 2 次。图 3(b) 是 9 个投影方向,利用非均匀反投影方法重建出的图象,迭代 2 次。第一次迭代按照均匀反投影法,第二次迭代按照非均匀反投影法。从图 3(a) 与图 3(b) 的对比中明显可见,图 3(a) 中由于投影数不足,因而存在严重的干涉条纹,特别是在图象四周更为严重。在图 3(b) 中,这种干涉条纹明显减小。

图 4(a) 为 18 个投影方向利用均匀反投影法获得的重建象,迭代 2 次。图 4(b) 为利用非均匀反投影法获得的重建象,显然图 4(b) 的效果有明显改善。

图 5 为 90 个投影方向时均匀反投影和非均匀反投影两种重建方法的比较。

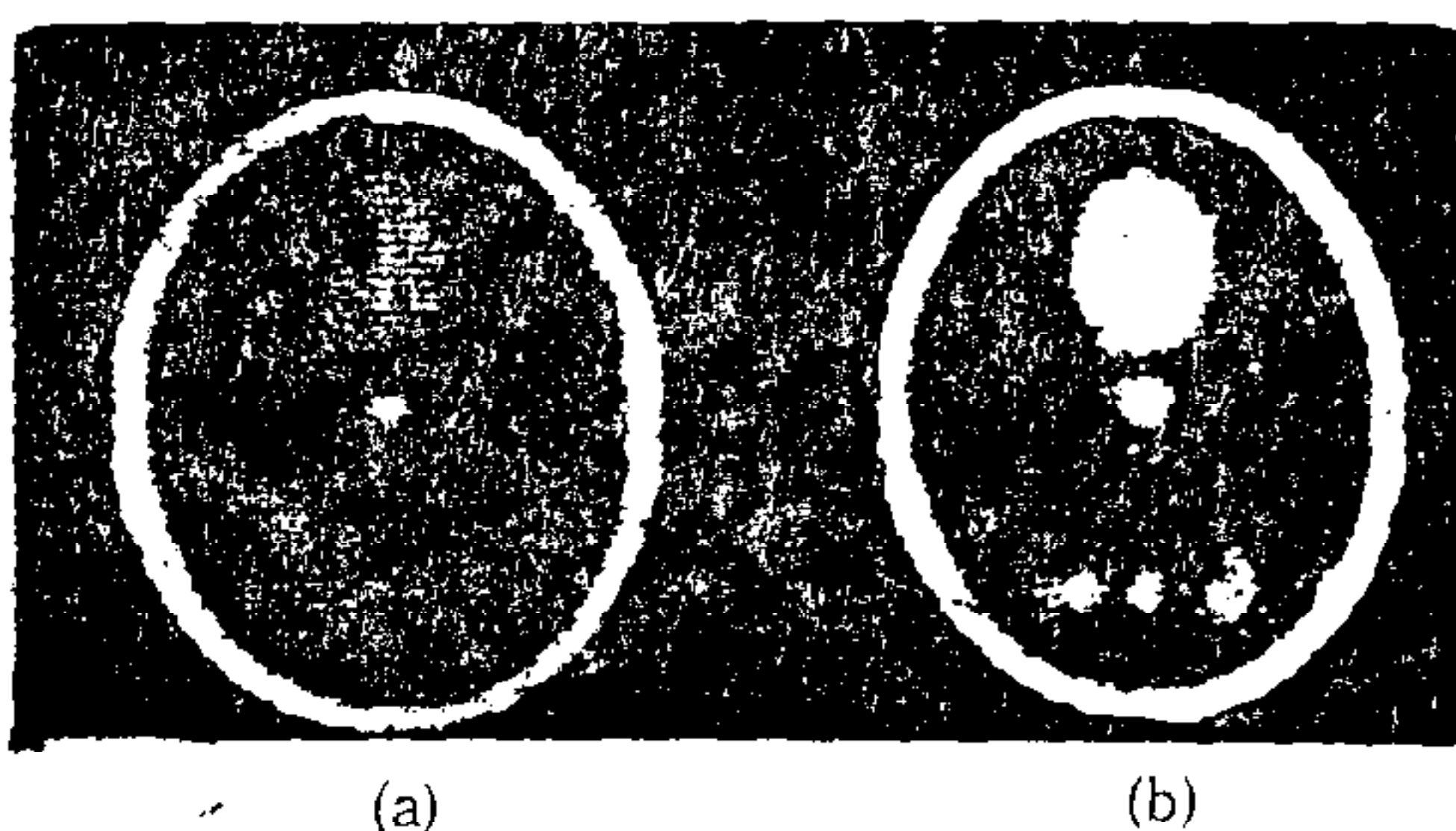


图 4 18 个投影方向的重建象

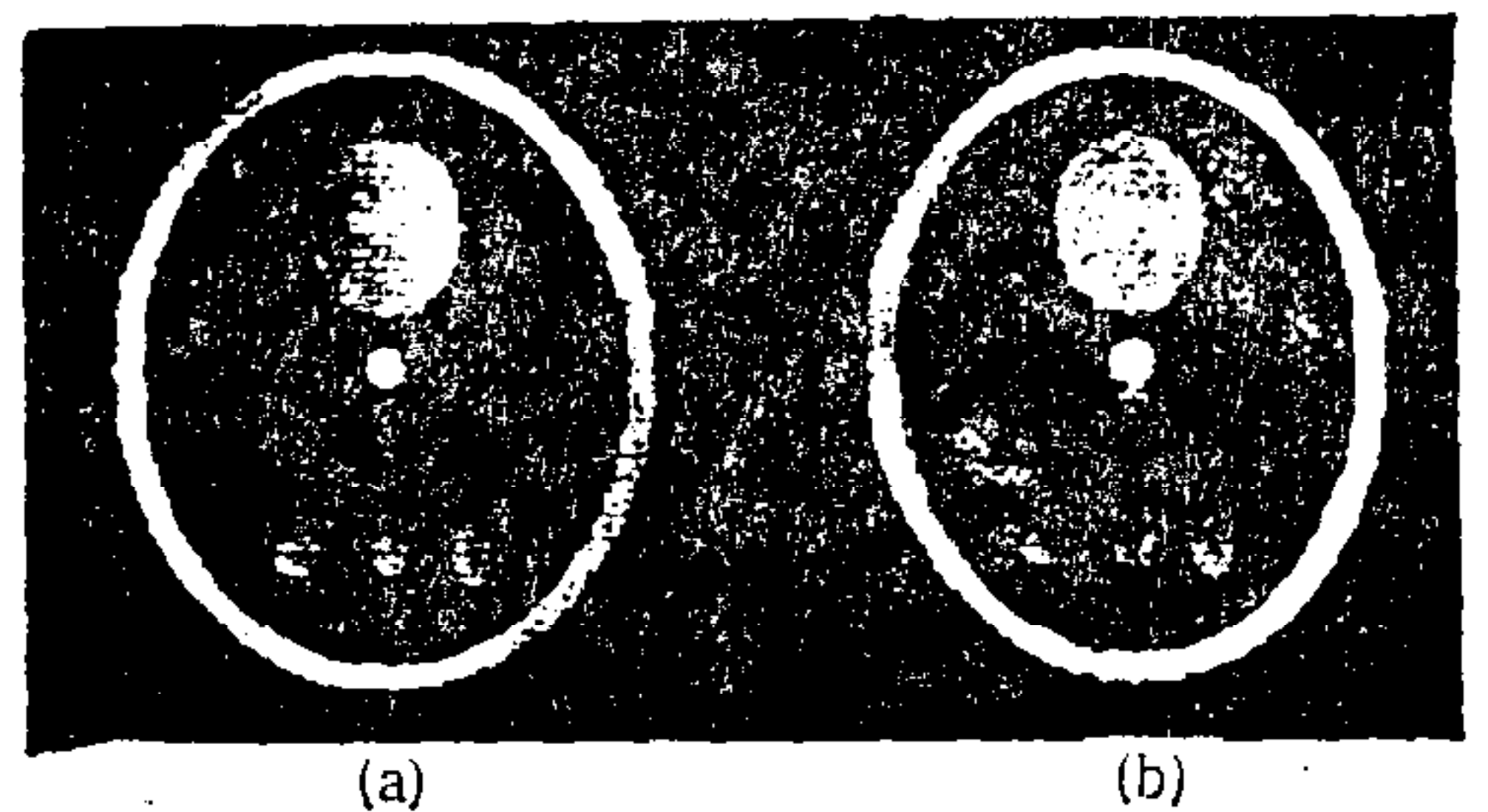


图 5 90 个投影方向的重建象

由图 5(b) 可见, 非均匀反投影方法也会造成一些虚假的干扰条纹. 这是因为本文提出的非均匀反投影法是按照灰度值进行加权反投影的, 在反投影的同时也具有对比度增强的作用. 因而当在某象元处造成误差时, 在非均匀反投影时会将该象元的误差加大. 在投影方向数较多时这种干扰条纹便表现出来.

为了进行定量的对比, 定义一个重建误差量  $E$ :

$$E = \frac{1}{N^2 \bar{f}} \sum_{I=1}^N \sum_{J=1}^N |f(I, J) - f_0(I, J)|. \quad (4)$$

其中,  $f_0(I, J)$  代表原图(图 2)的灰度值,  $f(I, J)$  为重建图象的灰度值,  $\bar{f}$  为原图象的均值. 这里  $\bar{f} = 128$ . 根据公式(4)对图 3 至图 5 的重建象进行误差计算, 其结果如表 1 所示.

表 1 误差的比较

重建方法 \ 投影方向个数	9	18	90
均匀反投影	0.2217	0.1771	0.1814
非均匀反投影	0.1208	0.0788	0.0889

由表 1 可见, 非均匀反投影重建法的误差比均匀反投影法的误差减小一半左右.

非均匀反投影重建方法的缺点是需要选定较好的初值. 为此, 在实际应用时, 建议首先采用频域重建法或代数重建法获得的重建图象作为初值, 然后再采用非均匀投影重建法. 当然, 由此会增加一些运算量.

### 参 考 文 献

- [1] Ekstrom, M. P., *Digital Image Processing Techniques*, Academic Press, INC., 1984.
- [2] Gordon, R., A Tutorial on ART (Algebraic Reconstruction Techniques), *IEEE Trans. Nucl. Sci.* NS-21(1974), 78—93.
- [3] Gordon, R., Bender, R., and Herman, G. T., Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for Three Dimensional Electron Microscopy and X-ray Photography, *J. Thero. Biol.*, 29 (1971), 470—481.

## A NONUNIFORM BACK-PROJECTION RECONSTRUCTION METHOD

LIU ZHENGKAI

(University of Science and Technology of China)

### ABSTRACT

A new nonuniform back-projection reconstruction method for Computerized Tomography is presented. The method means that the projection differences on a ray will make nonuniform distribution to the cells on the ray weighted by the gray levels of the cells, instead of the uniform distribution in the general reconstruction method. The new reconstruction method strongly reduces the Moire artifacts and improves the quality of the reconstructed images, especially in the case in which there are few projection direction data called incomplete projection.

**Key words** —Computerized tomography(CT); image reconstruction; image processing.