第15卷 第3期 自 动 化 学 报 Vol. 15, No. 3
1989 年 5 月 ACTA AUTOMATICA SINICA May, 1989

按条件更新参数的自校正控制器

顾兴源 邵 诚
(东北工学院)

摘 要

本文对具有有界扰动的线性时不变系统提出了一种新的按条件更新参数的自校正控制算法. 算法的特点是它的计算量与典型的自校正调节器不相上下,但却具有跟随的能力,同时还能保证闭环系统的稳定性. 文章对采用此法后的系统稳定性、跟随误差的上限和参数估计的有界性等问题作了详细的理论分析,最后给出了与其它几种方法对比的仿真结果.

关键词——自适应控制;自校正控制;有界扰动;稳定性;跟随误差.

一、引 言

自五十年代提出自适应控制理论至今已有了相当大的发展, 出现了许多依据各种理论和策略的自适应控制方法,其中自校正控制是人们研究和应用得最多的方法之一.

许多实际系统不得不在各种不同形式的扰动下工作. 对于这些扰动通常很难预先知道它们的统计特性, 而它们的变化范围则往往是较易确定的. 1980 年 Egardt[1] 首先对这种具有有界扰动的系统提出了自校正控制算法并进行了稳定性分析. 随后 1983 年 Samson[2] 也考虑了同一问题. 但文献[1]中未研究在有噪声情况下采用所提出方法时的跟随误差上限问题. 文献[2]中虽研究了有噪声时的调节误差上限,但未给出跟随误差上限. 此外, 文[1]和文[2]中所给出的方法都有收敛较慢及稳定性条件比较苛刻的问题.

二、按条件更新参数的自校正控制算法

考虑如下的离散时间线性时不变系统:

$$A(q^{-1})y_t = q^{-\kappa}B(q^{-1})u_t + \zeta_t, \tag{2.1}$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \cdots + a_nq^{-n},\quad B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \cdots + b_mq^{-m}. \tag{2.2}$$

其中 $b_0 \neq 0$; q^{-1} 是位移算子; $q^{-1}y_t = y_{t-1}$; ζ_t 是对时间一致有界的扰动; u_t, y_t 分别表示系统在时刻 t 的输入和输出; κ 为正整数,表示系统的延迟. 对系统 (2.1) 作如下基本假设:

1. 延迟 κ 是已知的;

2. $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 的系数未知、时不变,但上界 n 和 m 已知,即系统模型结构是确定

本文于 1987 年 2 月 3 日收到.

的；

3. $B(Z)$ 的零点全部在单位圆外；即系统是最小相位的.

注意到对扰动 $\{\zeta_t\}$ 除已知一致有界外未作任何统计假设，这就使所考虑的问题更加广泛，更合于实际. 另外也使模型简单，便于进行快速控制.

经过简单的运算，不难将(2.1)式写成：

$$y_{t+\kappa} = \alpha(q^{-1})y_t + \beta(q^{-1})u_t + \nu_{t+\kappa}, \tag{2.3}$$

其中 $\alpha(q^{-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 q^{-1} + \cdots + \alpha_{n-1}q^{-n+1}$; $\beta(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \cdots + \beta_{m+\kappa-1}q^{-m-\kappa+1}$; $\beta_0 \neq 0$. $\nu_{t+\kappa}$ 仍然是一致有界的扰动. 设M是 ν_t 的一个已知的上界；即：

$$|\nu_t| \leqslant M, \ \forall t \geqslant 0. \tag{2.4}$$

令 $\theta^T = (\alpha_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_{n-1}, \beta_0, \cdots, \beta_{m+\kappa-1})$,

$$\varphi(t)^T = (y_t, y_{t-1}, \cdots, y_{t-n+1}, u_t, \cdots, u_{t-\kappa-m+1}),$$

那么(2.3)式又可简写成：

$$y_{t+\kappa} = \theta^T\varphi(t) + \nu_{t+\kappa}. \tag{2.5}$$

自校正控制的目的是在参数 θ 未知时设计反馈控制 u_t，使闭环系统 BIBO 稳定[3]，并使输出 y_t 去跟随已知的任意参考信号 y_t^*. 假定 y_t^* 对时间 t 是一致有界的.

自校正控制算法：

$$\theta_t = \theta_{t-1} + L_t[y_t - \varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}], \tag{2.6}$$

$$L_t = \lambda_t P_{t-2}\varphi(t-\kappa)/[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)], \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned} P_t = P_{t-1} - \lambda_{t+1}P_{t-1}\varphi(t-\kappa+1)\varphi(t-\kappa+1)^T P_{t-1}/ \\ [\mu_{t+1} + \varphi(t-\kappa+1)^T P_{t-1}\varphi(t-\kappa+1)], \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\varphi(t)^T\theta_t = y_{t+\kappa}^*. \tag{2.9}$$

其中 $0 < \mu_t \leqslant M_\mu$; M_μ 为任意确定的正数；初始矩阵 P_{-1} 为任意正定矩阵；

$$\lambda_t = \begin{cases} 0, & |y_t - \varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}| < 2M, \\ r, & 否则. \quad \left(r \in \left[\varepsilon, \frac{3}{4}(1-\varepsilon)\right]; \ 0 < \varepsilon < \frac{3}{7}\right). \end{cases} \tag{2.10}$$

注 1. 由 $y_t - \varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1} = \varphi(t-\kappa)^T(\theta - \theta_{t-1}) + \nu_t$ 可以看到，在 $y_t - \varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}$ 中同时包含了扰动的影响和参数估计不准的影响. 因此可以根据它的大小来作为是否应该修正 θ_{t-1} 的判断. 当

$$|y_t - \varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}| < 2M$$

时，因其中有幅值为M的扰动 ν_t 的影响，表明扰动 ν_t 的影响比较参数估计不准的影响来说很可能是主要的. 若用 $[y_t - \varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}]$ 去修改 θ_{t-1} 时将把扰动的因素引入 θ_t 中去，而使估计值变坏，故此时应不作修改，即令 $\lambda_t = 0$ $(\theta_t = \theta_{t-1})$. 而当 $|y_t - \varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}| \geqslant 2M$ 时，参数估计不准的影响就肯定是主要的；因而此时对 θ_{t-1} 作修改是完全必要和可信的.

注 2. $r \in \left[\varepsilon, \frac{3}{4}(1-\varepsilon)\right]$, $0 < \varepsilon < \frac{3}{7}$ 是为了保证(2.9)式对 u_t 始终有解，并使闭环系统 BIBO 稳定.

注 3. μ_t 可以任意选取. 可从参数估计收敛快慢的角度对其进行调整. 本文对此不作深入的讨论. 但从后面的证明易见，它的选取对闭环稳定性没有影响.

注 4. 参数估计 (2.6)—(2.8) 式是由一般最小二乘法修改而来，因而可能具有鲁棒性好、收敛快的特点.

三、性 能 分 析

由于自适应控制本身时变和非线性的特点给稳定性分析带来了很多困难. 本文拟就

所提出的算法直接进行分析，相信所提出的分析方法及有关结论对处理类似问题是有参考意义的.

引理 1. 算法(2.6)—(2.9)式被用来控制系统(2.1)具有如下性质:

1) 若 $V_t=\tilde{\theta}_t^T P_{t-1}^{-1}\tilde{\theta}_t$，则 $V_t-V_{t-1}\leqslant 0$. (3.1)

2) $\lim\limits_{t\to\infty}\lambda_t^{1/2}e_t/[\mu_t+\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]^{1/2}=0$. (3.2)

其中 $\tilde{\theta}_t=\theta_t-\theta$; $e_t=y_t-y_t^*$.

证明: 利用(2.6)—(2.8)式及(2.5)式易见:

$$\tilde{\theta}_t=\tilde{\theta}_{t-1}+L_t[\nu_t-\varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1}], \tag{3.3}$$

$$P_{t-1}^{-1}\tilde{\theta}_t=P_{t-2}^{-1}\tilde{\theta}_{t-1}+P_{t-1}^{-1}L_t\nu_t, \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}&P_{t-2}P_{t-1}^{-1}P_{t-2}\varphi(t-\kappa)/[\mu_t+\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]\\&\quad=P_{t-2}\varphi(t-\kappa)/[\mu_t+(1-\lambda_t)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)].\end{aligned} \tag{3.5}$$

于是，
$$\begin{aligned}V_t-V_{t-1}&=\tilde{\theta}_t^T P_{t-1}^{-1}\tilde{\theta}_t-\tilde{\theta}_{t-1}^T P_{t-2}^{-1}\tilde{\theta}_{t-1}=(\tilde{\theta}_t-\tilde{\theta}_{t-1})^T P_{t-2}^{-1}\tilde{\theta}_{t-1}+\tilde{\theta}_t^T P_{t-1}^{-1}L_t\nu_t\\&=L_t^T P_{t-2}^{-1}\tilde{\theta}_{t-1}(\nu_t-\varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1})+(\tilde{\theta}_{t-1}^T P_{t-2}^{-1}+L_t^T P_{t-1}^{-1}\nu_t)L_t\nu_t\\&=\lambda_t\varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1}(2\nu_t-\varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1})/[\mu_t\\&\quad+\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]+\lambda_t^2\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}P_{t-1}^{-1}P_{t-2}\varphi(t-\kappa)\nu_t^2/\\&\quad[\mu_t+\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]^2\\&=-\frac{3}{4}\lambda_t\left[\mu_t+\left(1-\frac{4}{3}\lambda_t\right)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)\right]\\&\quad\times(\varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1}-\nu_t)^2/[\mu_t+\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]\\&\quad\times[\mu_t+(1-\lambda_t)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]\\&\quad-\lambda_t\left[\frac{1}{4}(\varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1}-\nu_t)^2-\nu_t^2\right]\Big/\\&\quad[\mu_t+(1-\lambda_t)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)],\end{aligned} \tag{3.6}$$

当 $|y_t-\varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}|<2M$ 时: $\lambda_t=0$, $V_t-V_{t-1}=0$.

当 $|y_t-\varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}|\geqslant 2M$ 时: $\frac{1}{4}(\varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1}-\nu_t)^2\geqslant M^2\geqslant\nu_t^2$，且 $1-\frac{4}{3}\lambda_t\geqslant\varepsilon>0$ (见(2.10)式); 所以由(3.6)式知恒有: $V_t-V_{t-1}\leqslant 0$，即(3.1)式成立.

进一步，对参数的估计值序列 $\{\theta_t\}$ 来说，V_t 是非负递减有界序列，据单调有界原理: $\lim\limits_{t\to\infty}V_t$ 存在，从而(3.6)式趋于零 $(t\to\infty)$. 但由于(3.6)式右端两项均非正，故有:

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty}\lambda_t\left[\mu_t+\left(1-\frac{4}{3}\lambda_t\right)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)\right](\varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1}-\nu_t)^2/\\&\quad[\mu_t+\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)][\mu_t+(1-\lambda_t)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]\\&=0.\end{aligned} \tag{3.7}$$

易证:

$$0<\varepsilon/(1-\varepsilon)\leqslant\left(1-\frac{4}{3}\lambda_t\right)\Big/(1-\lambda_t)$$

$$\leqslant \left[\mu_t + \left(1 - \frac{4}{3}\lambda_t\right)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)\right] \Big/$$

$$[\mu_t + (1-\lambda_t)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)] \leqslant 1.$$

故由(3.7)式易见：

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_t^{1/2}(\varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1} - \nu_t)/[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]^{1/2} = 0. \tag{3.8}$$

反复利用(2.6)、(2.7)和(2.5)式有：

$$\theta_{t-1} = \theta_{t-\kappa} + \sum_{i=1}^{k-1}\lambda_{t-i}P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)(\nu_{t-i} - \varphi(t-\kappa-i)^T\tilde{\theta}_{t-\ -i})/$$
$$[\mu_{t-i} + \varphi(t-\kappa-i)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)]. \tag{3.9}$$

由此式及(2.9)式有：

$$\lambda_t^{1/2}e_t/[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]^{1/2} = \lambda_t^{1/2}(\nu_t - \varphi(t-\kappa)^T\tilde{\theta}_{t-1})/$$
$$[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]^{1/2}$$
$$+ \sum_{i=1}^{k-1}\lambda_t^{1/2}\lambda_{t-i}\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)(\nu_{t-i} - \varphi(t-\kappa$$
$$-i)^T\tilde{\theta}_{t-1-i})/[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]^{1/2}[\mu_{t-i}$$
$$+ \varphi(t-\kappa-i)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)]. \tag{3.10}$$

因对任意 $\boldsymbol{x}\in \boldsymbol{R}^n$，利用(2.8)式易证：

$$\boldsymbol{x}^T P_{t-1}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^T P_{t-2}\boldsymbol{x} - \lambda_t(\boldsymbol{x}^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa))^2/[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]$$
$$\geqslant \boldsymbol{x}^T P_{t-2}\boldsymbol{x}[\mu_t + (1-\lambda_t)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]/$$
$$[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]$$
$$\geqslant (1-\lambda_t)\boldsymbol{x}^T P_{t-2}\boldsymbol{x} \geqslant \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\varepsilon\right)\boldsymbol{x}^T P_{t-2}\boldsymbol{x},$$

令 $\sigma^{-1} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}\varepsilon > 0$，知：$\sigma\boldsymbol{x}^T P_{t-1}\boldsymbol{x} \geqslant \boldsymbol{x}^T P_{t-2}\boldsymbol{x}$.

于是，

$$0 \leqslant |\lambda_t^{1/2}\lambda_{t-i}\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)(\nu_{t-i} - \varphi(t-\kappa-i)^T\tilde{\theta}_{t-1-i})/$$
$$[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]^{1/2}[\mu_{t-i} + \varphi(t-\kappa-i)^T$$
$$\times P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)]|$$
$$\leqslant |\lambda_t^{1/2}\lambda_{t-i}(\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa))^{1/2}(\varphi(t-\kappa-i)^T P_{t-2-i}$$
$$\times\varphi(t-\kappa-i))^{1/2}(\nu_{t-i} - \varphi(t-\kappa-i)^T\tilde{\theta}_{t-1-i})/$$
$$[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]^{1/2}[\mu_{t-i} + \varphi(t-\kappa-i)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)]|$$
$$\leqslant \frac{3}{4}(1-\varepsilon)\sigma^{i/2}|\lambda_{t-i}^{1/2}(\nu_{t-i} - \varphi(t-\kappa-i)^T\tilde{\theta}_{t-1-i})/[\mu_{t-i}$$
$$+ \varphi(t-\kappa-i)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)]^{1/2}|,$$

据(3.8)式，上式当 $t\to\infty$ 时趋于零，故由(3.10)式及(3.8)式知(3.2)式成立.　　证毕.

推论 1. 对于系统(2.1)，由算法(2.6)—(2.10)式所确定的参数估计对时间 t 一致有界.

证明. 利用(2.8)式不难得到：

$$P_{t-1}^{-1} = P_{t-2}^{-1} + \lambda_t\varphi(t-\kappa)\varphi(t-\kappa)^T/[\mu_t + (1-\lambda_t)\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)],$$

知对任意 $x \in R^n$：$x^T P_{t-1}^{-1} x \geqslant x^T P_{t-2}^{-1} x$.

从而：$\lambda_{\min}(P_{-1}^{-1})\tilde{\theta}_t^T\tilde{\theta}_t \leqslant \tilde{\theta}_t^T P_{-1}^{-1}\tilde{\theta}_t \leqslant \tilde{\theta}_t^T P_{t-1}^{-1}\tilde{\theta}_t = V_t$.

其中 $\lambda_{\min}(P_{-1}^{-1})$ 表示 P_{-1}^{-1} 的最小特征值．由于初始矩阵 P_{-1} 为正定矩阵，则有：

$$\lambda_{\min}(P_{-1}^{-1}) > 0.$$

由引理 1 知 V_t 一致有界，故 $\|\tilde{\theta}_t\|$ 从而 $\|\theta_t\|$ 亦一致有界．　　证毕．

推论 2． 对于系统(2.1)，算法(2.6)—(2.10)式满足：

$$|(\theta_{t-1} - \theta_{t-\kappa})^T\varphi(t-\kappa)| \leqslant \beta_t\|\varphi(t-\kappa)\|. \tag{3.11}$$

其中 $\beta_t \to 0 (t \to \infty)$.

证明．利用(3.9)式有：

$$|(\theta_{t-1} - \theta_{t-\kappa})^T\varphi(t-\kappa)| \leqslant \sum_{i=1}^{k-1} |\lambda_{t-i}(\nu_{t-i} - \varphi(t-\kappa-i)^T\tilde{\theta}_{t-1-i})(\varphi(t-\kappa)^T$$
$$\times P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa))^{1/2}/[\mu_{t-i} + \varphi(t-\kappa-i)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)]^{1/2}|.$$

对任意 $x \in R^n$，由(2.8)式有：

$$x^T P_{t-1} x = x^T P_{t-2} x - \lambda_t (x^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa))^2/[\mu_t + \varphi(t-\kappa)^T P_{t-2}\varphi(t-\kappa)]$$
$$\leqslant x^T P_{t-2} x. \tag{3.12}$$

所以，$\varphi(t-\kappa)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa) \leqslant \varphi(t-\kappa)^T P_{-1}\varphi(t-\kappa) \leqslant \lambda_{\max}(P_{-1})\|\varphi(t-\kappa)\|^2$.

故 $$|(\theta_{t-1} - \theta_{t-\kappa})^T\varphi(t-\kappa)| \leqslant \left\{\sum_{i=1}^{\kappa-1} |\lambda_{t-i}^{1/2}\lambda_{\max}^{1/2}(P_{-1})\lambda_{t-i}^{1/2}(\nu_{t-i} - \varphi(t-\kappa-i)^T\tilde{\theta}_{t-1-i})\Big/\right.$$
$$\left.[\mu_{t-i} + \varphi(t-\kappa-i)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)]^{1/2}|\right\}\|\varphi(t-\kappa)\|.$$

由(3.8)式易知：

$$\beta_t = \sum_{i=1}^{k-1} |\lambda_{t-i}^{1/2}\lambda_{\max}^{1/2}(P_{-1})\lambda_{t-i}^{1/2}(\nu_{t-i} - \varphi(t-\kappa-i)^T\tilde{\theta}_{t-1-i})\Big/$$
$$[\mu_{t-i} + \varphi(t-\kappa-i)^T P_{t-2-i}\varphi(t-\kappa-i)]^{1/2}| \to 0 (t \to \infty).$$　　证毕．

引理 2． 在基本假设 1—3 下，系统(2.1)的输入输出向量 $\varphi(t)$ 满足

$$\varphi(t) = F\varphi(t-1) + R_t, \tag{3.13}$$

其中 F 是稳定的常数矩阵；R_t 满足：存在非负常数 C_1，C_2 使

$$\|R_t\| \leqslant C_1 \max_{t \leqslant j \leqslant t+\kappa} \{|e_j|\} + C_2. \tag{3.14}$$

证明．不失一般性假定 $n > \kappa$，由(2.1)式有：

$$u_t = [y_{t+\kappa} + a_1 y_{t+\kappa-1} + \cdots + a_\kappa y_t + a_{\kappa+1} y_{t-1} + \cdots + a_n y_{t-n+\kappa}$$
$$- b_1 u_{t-1} - \cdots - b_m u_{t-m} - \zeta_{t+\kappa}]/b_0$$
$$= [(a_{\kappa+1}, \cdots, a_n, 0, \cdots, 0)(y_{t-1}, \cdots, y_{t-n+\kappa}, y_{t-n+\kappa-1}, \cdots, y_{t-n})^T$$
$$+ (-b_1, \cdots, -b_m, 0, \cdots, 0)$$
$$(u_{t-1}, \cdots, u_{t-m}, u_{t-m-1}, \cdots, u_{t-m-\kappa})^T + y_{t+\kappa} + a_1 y_{t+\kappa-1} + \cdots$$
$$+ a_\kappa y_t - \zeta_{t+\kappa}]/b_0 = (L_1, L_2)\varphi(t-1) + (y_{t+\kappa} + a_1 y_{t+\kappa-1} + \cdots$$
$$+ a_\kappa y_t - \zeta_{t+\kappa})/b_0$$

其中 $L_1=(a_{\kappa+1},\cdots,a_n,0,\cdots,0)/b_0;L_2=(-b_1,\cdots,-b_m,0,\cdots,0)/b_0$.
取

$$F=\begin{array}{c}\left[\begin{array}{cc}0, & 0\\(I_{n-1},0), & 0\\L_1, & L_2\\0, & (I_{m+\kappa-1},0)\end{array}\right]\end{array}\begin{array}{l}1\\n-1\\1\\m+\kappa-1,\end{array}$$

$$R_t=\begin{array}{c}\left[\begin{array}{c}y_t\\0\\(y_{t+\kappa}+a_1y_{t+\kappa-1}+\cdots+a_\kappa y_t-\zeta_{t+\kappa})/b_0\\0\end{array}\right]\end{array}\begin{array}{l}1\\n-1\\1\\m+\kappa-1,\end{array}$$

即有(3.13)式成立．直接计算有 $\det[\lambda I-F]=\lambda^{m+n+\kappa}B(\lambda^{-1})/b_0$，据基本假设 3 知 F 是稳定的．再由 ζ_t、y_t^* 的一致有界性及 R_t 的形式知必有(3.14)式成立． 证毕．

引理 3. 在基本假设 1—3 下，系统(2.1)的输入输出向量 $\varphi(t)$ 满足：存在非负常数 K_1，K_2 使

$$\|\varphi(t-\kappa)\|\leqslant K_1+K_2\max_{1\leqslant s\leqslant t}\{|e_s|\}. \tag{3.15}$$

证明．反复利用(3.13)式有：

$$\varphi(t-\kappa)=F^{t-\kappa}\varphi(0)+\sum_{j=0}^{t-\kappa-1}F^jR_{t-\kappa-j}.$$

由 F 的稳定性知存在 $L>0$ 及 $0<\mu<1$，使对于任意正整数 j：$\|F^j\|\leqslant L\mu^j$.

于是由(3.14)式有：

$$\begin{aligned}\|\varphi(t-\kappa)\|&\leqslant\|F^{t-\kappa}\|\|\varphi(0)\|+\sum_{j=0}^{t-\kappa-1}\|F^j\|(C_1\max_{t-\kappa-j\leqslant s\leqslant t-j}\{|e_s|\}+C_2)\\&\leqslant L\|\varphi(0)\|+C_1L(1-\mu)^{-1}\max_{1\leqslant s\leqslant t}\{|e_s|\}+C_2L(1-\mu)^{-1},\end{aligned}$$

知必存在 $K_1,K_2\geqslant0$，使(3.15)式成立． 证毕．

定理 1. 在基本假设 1—3 下，由算法(2.6)—(2.10)式与系统(2.1)构成的闭环系统是 BIBO 稳定的．

证明．由引理 3 只需证明 e_t 是一致有界的．为此利用反证法．假设 e_t 非一致有界，则对任意正整数 n：令 $t_n=\min\{t||e_t|\geqslant n,t\in \boldsymbol{N}^+\}$. $\boldsymbol{N}^+$ 表示正整数集．从而得到一串 $\{t_n\}_1^\infty$，易知：

$$t_n\to\infty,\quad e_{t_n}\to\infty(n\to\infty),\ 且\ \max_{1\leqslant t\leqslant t_n}\{|e_t|\}=|e_{t_n}|.$$

于是当 n 充分大时有：

$$0<\mu_{t_n}/|e_{t_n}|^2<1,\quad 0\leqslant K_1/|e_{t_n}|<1, \tag{3.16}$$

并由(3.11)、(3.15)和(2.9)式有

$$\begin{aligned}|y_{t_n}-\varphi(t_n-\kappa)^T\theta_{t_n-1}|&\geqslant|e_{t_n}|-|\varphi(t_n-\kappa)^T(\theta_{t_n-1}-\theta_{t_n-\kappa})|\\&\geqslant|e_{t_n}|-\beta_{t_n}\|\varphi(t_n-\kappa)\|\geqslant|e_{t_n}|(1-\beta_{t_n}K_2)-\beta_{t_n}K_1>2M.\end{aligned}$$

因此当 n 充分大时，由(3.16)式和(2.10)式有：

$$\lambda_{t_n}^{1/2}|e_{t_n}|/[\mu_{t_n}+\varphi(t_n-\kappa)^TP_{t_n-2}\varphi(t_n-\kappa)]^{1/2}\geqslant\lambda_{t_n}^{1/2}|e_{t_n}|[\mu_{t_n}$$

$$+\lambda_{\max}(P_{-1})\|\varphi(t_n-\kappa)\|^2]^{1/2}$$
$$\geqslant \lambda_{t_n}^{1/2}/[\mu_{t_n}/|e_{t_n}|^2+(K_1/|e_{t_n}|+K_2)^2\lambda_{\max}(P_{-1})]^{1/2}$$
$$>\varepsilon^{1/2}/[1+(1+K_2)^2\lambda_{\max}(P_{-1})]^{1/2}>0,$$

此与(3.2)式矛盾. 证毕.

定理 2. 在基本假设 1—3 下,由算法(2.6)—(2.10)式与系统(2.1)构成闭环系统，其输出偏差满足: 存在 $T>0$, 使当 $t>T$ 时, $|e_t|<2M$.

证明. 据定理 1, $\|\varphi(t-\kappa)\|$ 一致有界. 从而由(3.12)和(3.2)式易知:

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_t^{1/2}e_t=0. \tag{3.17}$$

令 $H=\{t\,|\,\lambda_t\neq 0,\ t\in \boldsymbol{N}^+\}$, 则$H$必是有穷集. 若不然,假设$H$可表成一串 $\{t_n\}_1^\infty$, $t_n\to\infty(n\to\infty)$. 由(3.17)式: $e_{t_n}\to 0(n\to\infty)$. 据此及(3.11)式知当 n 充分大时有:

$$|y_{t_n}-\varphi(t_n-\kappa)^T\theta_{t_n-1}|\leqslant|e_{t_n}|+|\varphi(t_n-\kappa)^T(\theta_{t_n-1}-\theta_{t_n-\kappa})|<2M.$$

故应有: $\lambda_{t_n}=0$, 此与H的定义矛盾,从而存在 $t_1>0$, 使当 $t\geqslant t_1$ 时: $\lambda_t=0$. 由算法当 $t\geqslant T=t_1+\kappa$ 时:

$$|e_t|=|y_t-\varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-\kappa}|=|y_t-\varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}|<2M.$$

证毕.

定理 1、2 表明算法 (2.6)—(2.10) 式与现有在有界扰动情况下获得的最好结果是一致的[4]. 但显然此处所用条件比前人要放松得多. 不仅如此,如果将 (2.10) 式取作如下(2.10′)式,则算法(2.6)—(2.10′) 式可适用于系统(2.1)的无扰动情况, 并使闭环系统渐近稳定.

取定一正的严格递减趋于零的序列 $\{M_m\}_1^\infty$. 初始时,令 $M=M_1(m=1)$, 而后采用(2.6)—(2.9)式,

$$\lambda_t=\begin{cases}0, & |y_t-\varphi(t-\kappa)^T\theta_{t-1}|<2M.\ \text{令}\ M=M_{m+1};\\ \gamma, & \text{否则}.\left(\gamma\in\left[\varepsilon,\dfrac{3}{4}\ (1-\varepsilon)\right],\ 0<\varepsilon<\dfrac{3}{7}\right).\end{cases} \tag{2.10′}$$

定理 3. 在基本假设 1—3 下,如果系统(2.1)的扰动 $\zeta_t=0$,那么由算法(2.6)—(2.10′)式与系统(2.1)构成的闭环系统渐近稳定.

只要将 ζ_t 想象为一个幅值为任意小的有界扰动,其证明不难得到. 此处从略.

四、仿 真 结 果

例 1. 设受控对象的真实模型是:

$$y_t-0.5y_{t-1}-0.14y_{t-2}=u_{t-2}+0.5u_{t-3}+\sum_{m=0}^{t}0.2^m\zeta_{t-m}.$$

其中 ζ_t 是零均值且绝对值不大于 0.2 的随机噪声. 用本文方法控制时取 $M=0.3$, $\mu_t=0.75$, $\gamma=0.65$, 参数初值 $\theta_0^T=[0.2,0.04,0.5,0.4,0.125]$. 参考信号 y_t^* 是幅值为 10、周期为 40 步的方波. 闭环系统的输出示于图1. 例 1 用文[1]的算法控制时系统输出示于图2. 其参数被取为$\alpha=0$, $\beta_0=1$, $\lambda=0.2$, $Q=P=T=1$, $A_m=1-1.3q^{-1}+0.42q^{-2}$, $B_m=1+0.7q^{-1}$, $\kappa=2$. 例 1 用文[2]的算法控制时系统输出示于图3. 其参数被取为 $\eta_t=0.75$, $\mu_t=1.95$.

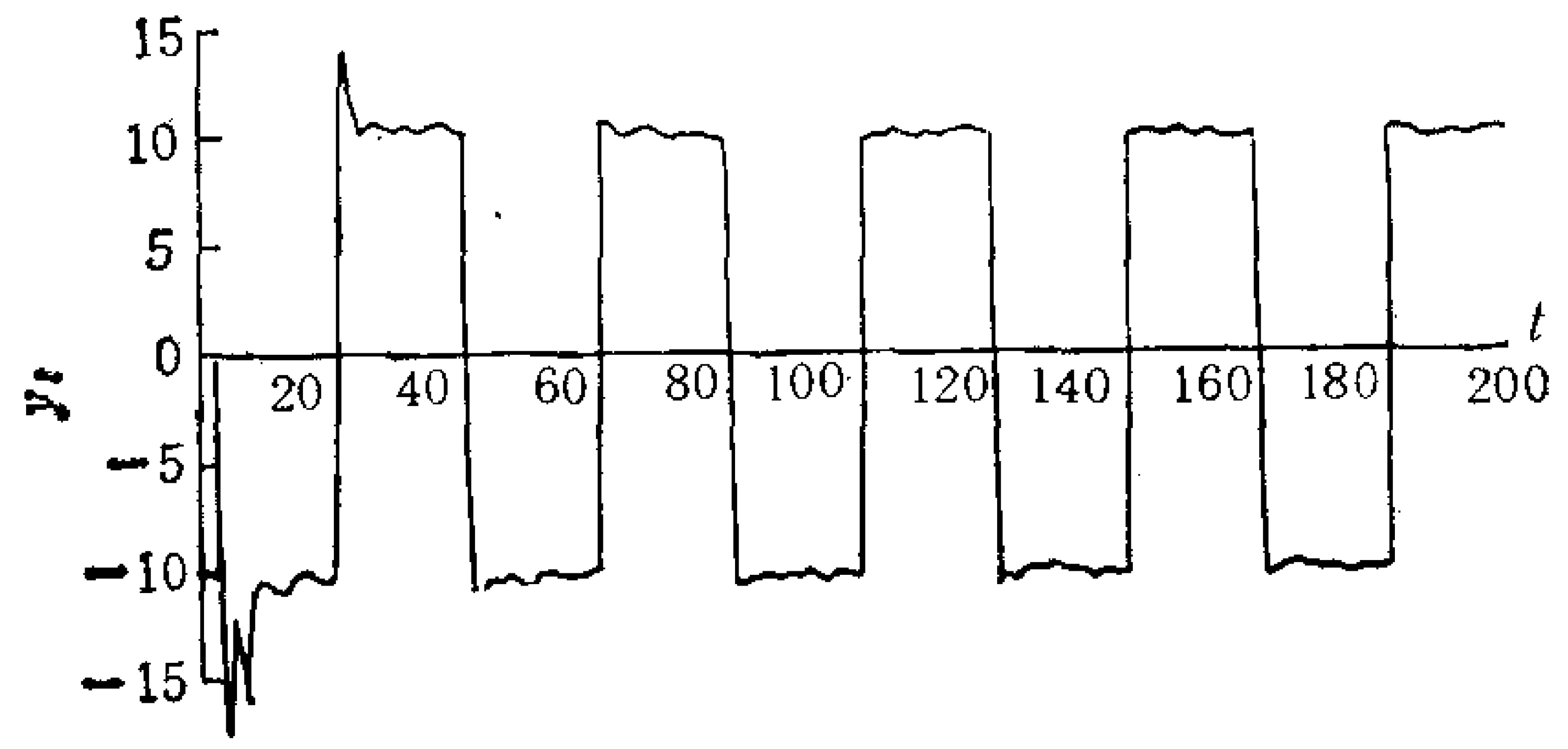

图 1　例 1 中用本文方法的系统输出

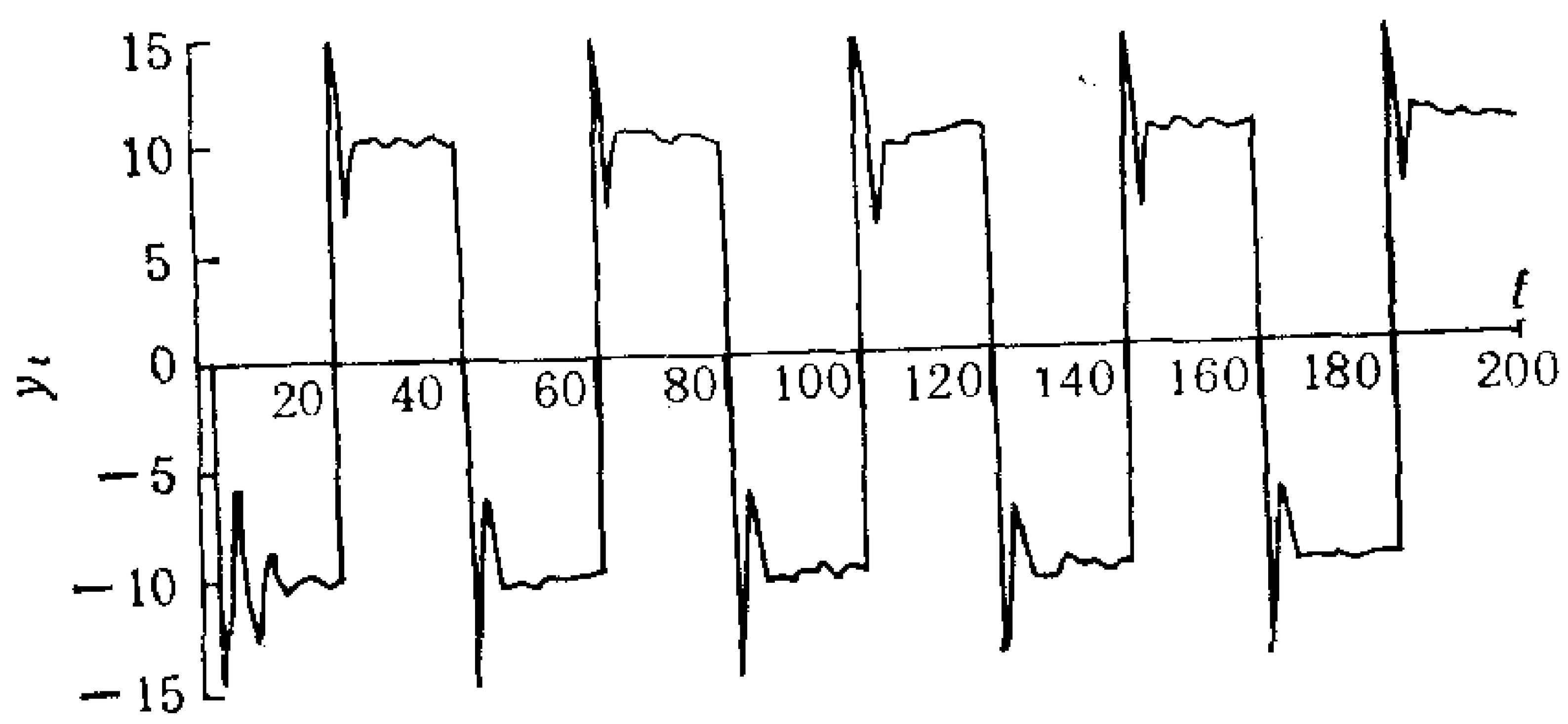

图 2　例 1 中用文[1]方法的系统输出

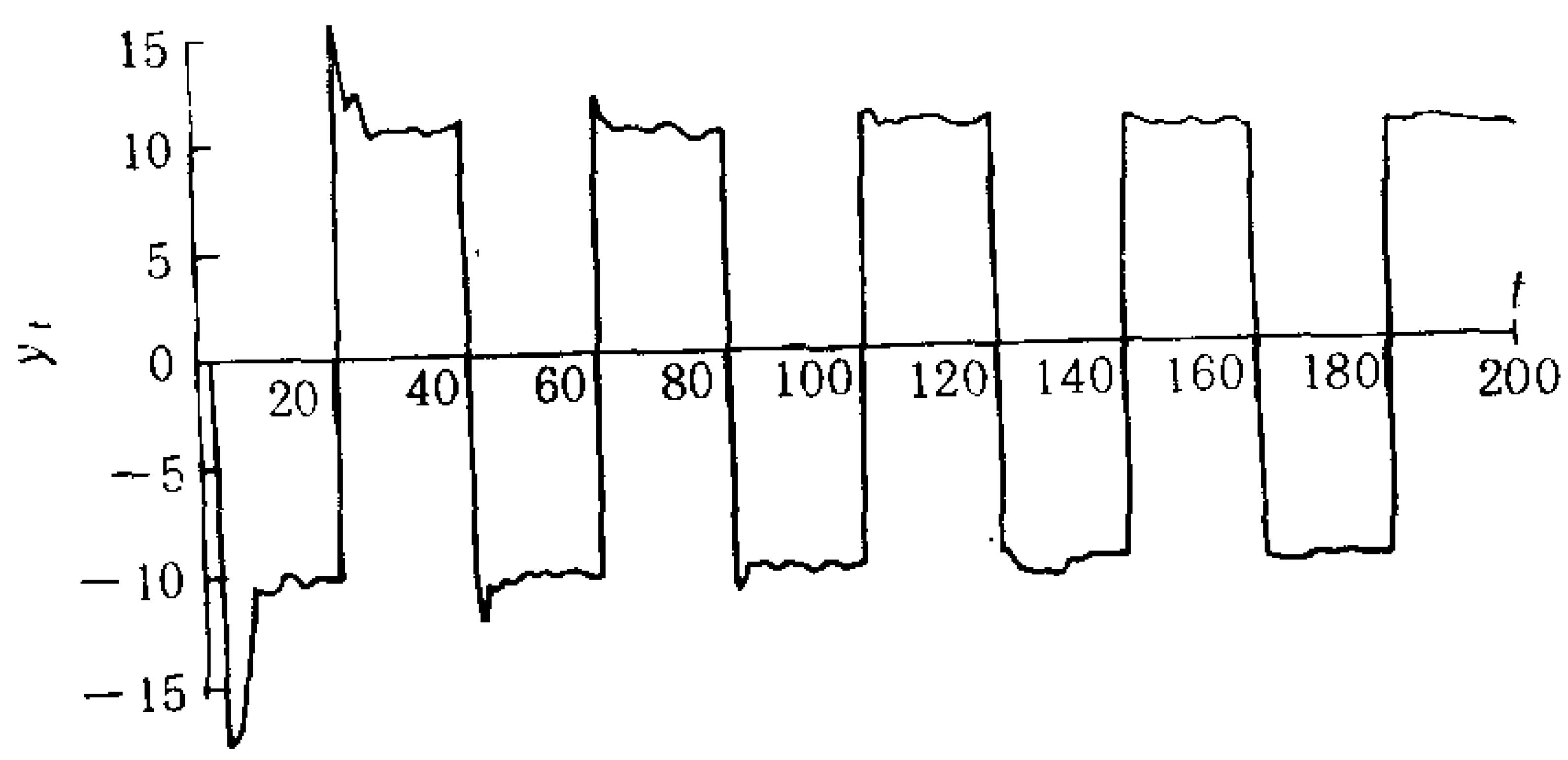

图 3　例 1 中用文[2]方法的系统输出

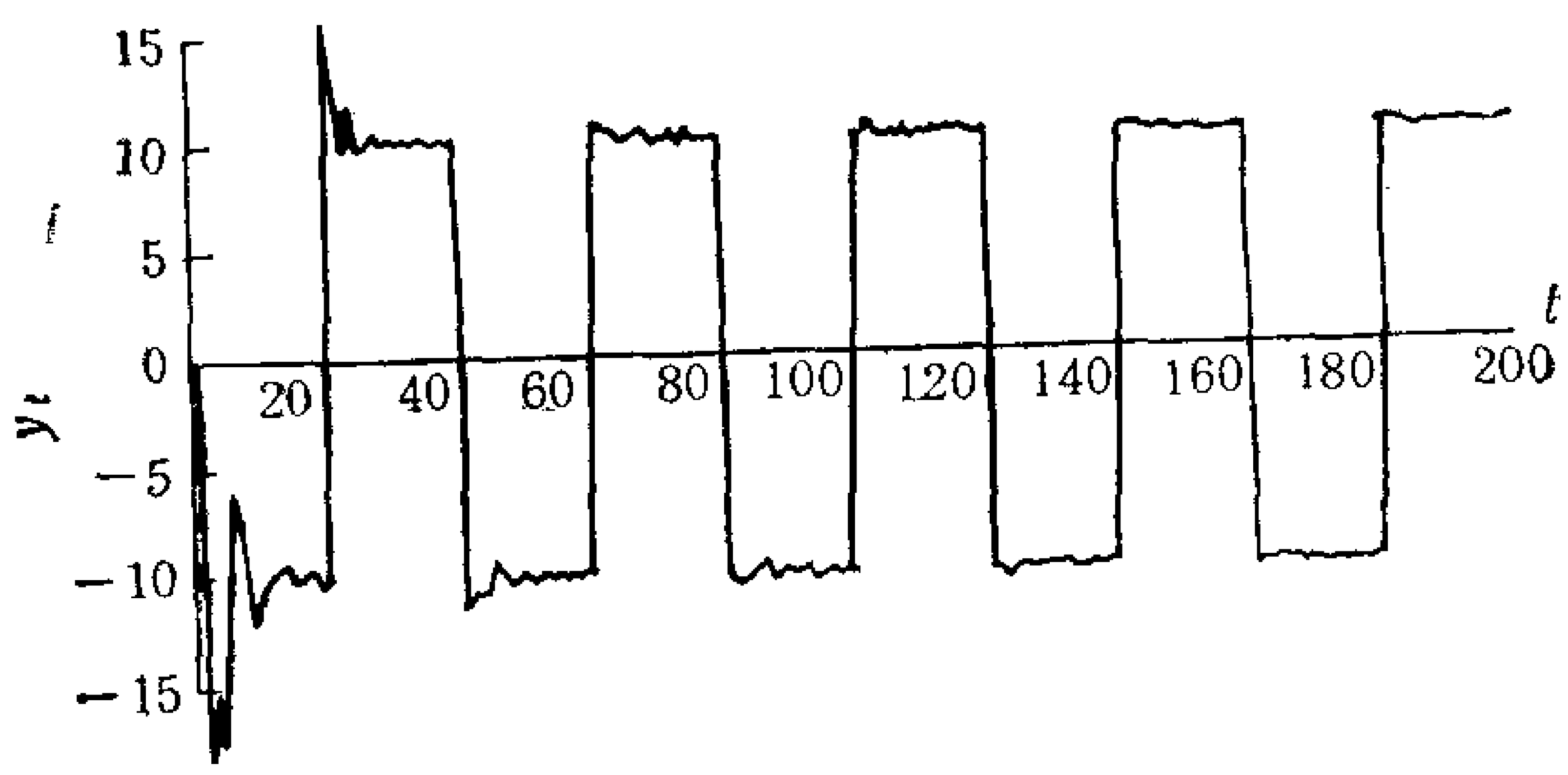

图 4　例 2 中用本文方法的系统输出

例 2. 与 Allidina 的算法[5]作对比，采用文[5]的例子：

$$y_t - 1.6y_{t-1} + 0.6y_{t-2} = 1.5u_{t-1} - 0.53u_{t-2} + 0.9u_{t-3} + \xi_t - 0.4\xi_{t-1}.$$

图 4 是用本文方法控制时的输出波形．图 5 是用文[5]的算法、$T = 1 - 0.5q^{-1}$ 的系统输出．

例 3. 考察本文方法用于调节器问题的工作情况．受控对象同例 1．采用 Astrom[6] 的自校正调节器和本文方法控制时的仿真结果表明两者无显著区别．限于篇幅，仿真结果图示从略．

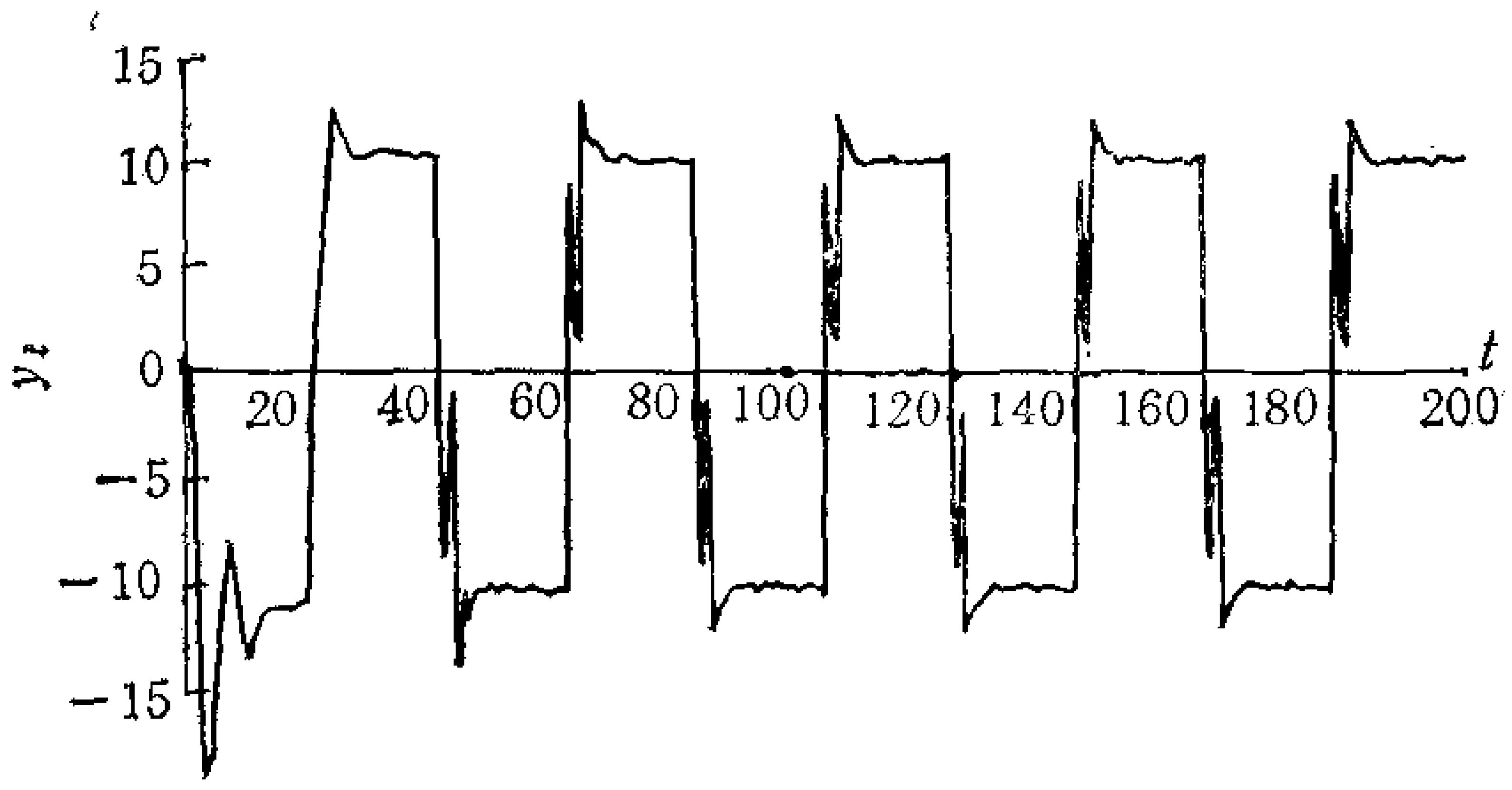

图 5 例 2 中用文[5]方法的系统输出

五、结 论

本文针对有界扰动系统提出了一种按条件更新估计参数的自校正控制方法. 理论上,在较一般的条件下证明了所提出的算法能保证闭环系统 BIBO 稳定,并使跟随误差小于两倍的扰动幅值. 仿真实验表明:由于本文算法具有保持好的估计参数的特点,使系统的输出在控制时比文献[1]、[2]、[5]的效果要好;在调节的时候与文[6]无显著差别.由于所考虑系统的广泛性及算法简单的特点,相信本文方法在实际中具有较大的应用价值.

参 考 文 献

[1] Egardt, B., Stability Analysis of Discrete Time Adaptive Control Schemes, *IEEE Trans.* AC-25 (1980), 710—716.

[2] Samson, C., Stability Analysis of Adaptively Controlled Systems Subject to Bounded Disturbances, *Automatica,* **19**(1983), 81—86.

[3] Chen, C. T., Linear System Theory and Design, Holt, Rinehart and Winston (1984), 385.

[4] Goodwin, G. C., et al., A Perspective on Convergence of Adaptive Control Algorithms, *Automatica,* **20**(1984), 519—531.

[5] Allidina, A. Y., et al., Generalised Self-tuning Controller with Pole Assignment, Proc. IEEE, **127**(1980), 13—17.

[6] Astrom, K. J. and Wittenmark, B., On Self-Tuning Regulators, *Automatica,* **9**(1973), 185—199.

A SELF-TUNING CONTROLLER USING TECHNIQUES OF CONDITIONALLY UPDATING PARAMETER ESTIMATES

Gu Xingyuan　Shao Cheng
(Northeast University of Technology)

Abstract

In the paper, a new self-tuning controller using the techniques of conditionally updating the parameter estimates for time-invariant linear systems with bounded disturbances is proposed. The major feature of the new controller is that although the computational effort required is approximately the same as that required by the classical self-tuning regulator, it has the tracking capability in addition. Besides, the controller described in the paper ensures BIBO stability in the presence of bounded disturbances. The theoretical analysis of system stability, the upper bounds of tracking errors and the boundedness of parameter estimates when using the algorithm proposed in the paper are given in detail. Simulation results of the comparisons in performance between the new controller and some existing controllers are also given.

Key words ——Adaptive control; self-tuning control; bounded disturbance; stability; tracking error.