

统一的自校正控制器

林 威 刘美华 涂 健

(复旦大学) (国防科技大学) (华中工学院)

摘 要

本文提出两种统一的广义最小方差自校正控制器,以控制具有任意维数输入/输出的(ADIADO)系统。这两种新的控制器解决了以前无法处理的输入/输出维数不等、 B_0 奇异系统的自校正控制问题。几个典型的仿真例子证明了这两种控制器的统一性和有效性。

关键词——自校正控制,多变量控制器,广义最小方差。

一、前 言

自校正控制自1973年被提出后已取得了很大的进展。目前单变量系统的理论已臻于成熟,对多输入/多输出的自校正控制也得到了一些有效的方案。比较有代表性的是Keviczky和Hetthessy^[1]、Borisson^[2]提出的多变量最小方差自校正调节器;Koivo^[3]、Keviczky和Kumar^[4]的多变量广义最小方差自校正控制器;此外还有Prager和Wellstead^[5]建立的多变量极点配置自校正调节器。作者在文献[6]中也把文献[7]的极点配置控制器推广到多变量情形。上述这些对多变量控制的研究结果都是在系统输入输出维数相同且 B_0 非奇异条件下得到的。但在实际工程中还存在着大量输入输出维数不等或者 B_0 为非0的任意矩阵系统(如延迟不等系统)。对这类系统如何实现自校正控制是个尚待解决的问题,为此本文提出了两种处理方案。

二、通用的广义最小方差控制策略

考虑如下ARMAX模型描述的系统

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = z^{-k}B(z^{-1})\mathbf{u}(t) + C(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t). \quad (2.1)$$

这里 z^{-1} 为单位后向移位算子; k 为系统延迟; $\mathbf{u}(t) \in R^m$, $\mathbf{y}(t) \in R^p$ 和 $\boldsymbol{\xi}(t) \in R^p$ 分别为系统的输入、输出和均值为0且协方差为 R_ξ 的随机扰动向量。 $A(z^{-1})$, $C(z^{-1}) \in R^{p \times p}[z^{-1}]$, $B(z^{-1}) \in R^{p \times m}[z^{-1}]$ 均为 z^{-1} 的多项式矩阵,其阶次分别为 n_A , n_C , n_B 。它们均可记为

$$X(z^{-1}) = X_0 + X_1 z^{-1} + \dots + X_{n_x} z^{-n_x} \quad (2.2)$$

假定 $\det C(\cdot)$ 的全部零点都落在单位圆内, B_0 为非 0 的 $p \times m$ 维矩阵, 并设 $A_0 = C_0 = I_{p \times p}$. 现在考虑如下性能指标

$$J = E\{\|P(z^{-1})\mathbf{y}(t+k) - R(z^{-1})\mathbf{y}_r(t)\|^2 + \|Q(z^{-1})\mathbf{u}(t) - S(z^{-1})\mathbf{u}_r(t)\|^2\}, \quad (2.3)$$

求其允许控制 $\mathbf{u}(t)$, 使目标函数 J 为极小.

这里加权因子 $P(z^{-1}), Q(z^{-1}), R(z^{-1}), S(z^{-1})$ 也均为(2.2)式形式的多项式矩阵, 其阶次分别为 n_p, n_q, n_r 和 n_s . 且 $P(z^{-1}), R(z^{-1}) \in R^{p \times p}[z^{-1}], Q(z^{-1}), S(z^{-1}) \in R^{m \times m}[z^{-1}]. \mathbf{y}_r(t), \mathbf{u}_r(t)$ 分别为 p 维、 m 维参考信号输入向量, 此外假定 $P(z^{-1})$ 为稳定的多项式矩阵且 $\det P_0 \neq 0$. 定义辅助输出

$$\boldsymbol{\phi}(t) = P(z^{-1})\mathbf{y}(t). \quad (2.4)$$

引入 $p \times p$ 维多项式矩阵 $\bar{A}(z^{-1}), \bar{P}(z^{-1})$, 使

$$\bar{A}(z^{-1})P(z^{-1}) = \bar{P}(z^{-1})A(z^{-1}) \text{ 且 } \det A(z^{-1}) = \det \bar{A}(z^{-1}), \bar{A}_0 = A_0. \quad (2.5)$$

用 $\bar{P}(z^{-1})$ 左乘式(2.1)两边, 并利用(2.4)、(2.5)式, 有

$$\bar{A}(z^{-1})\boldsymbol{\phi}(t+k) = \bar{P}(z^{-1})B(z^{-1})\mathbf{u}(t) + \bar{P}(z^{-1})C(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+k). \quad (2.6)$$

引入恒等式

$$\bar{P}(z^{-1})C(z^{-1}) = \bar{A}(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1}) \quad (2.7)$$

其中 $F(z^{-1}), G(z^{-1}) \in R^{p \times p}[z^{-1}]$, 且阶次 $n_F = k-1, n_G = \max\{n_A-1, n_C+n_p-k\}$, 显然存在 $\tilde{F}(z^{-1}), \tilde{G}(z^{-1}) \in R^{p \times p}[z^{-1}]$ 多项式矩阵, 使得

$$\tilde{F}(z^{-1})G(z^{-1}) = \tilde{G}(z^{-1})F(z^{-1}) \text{ 且 } \det F(z^{-1}) = \det \tilde{F}(z^{-1}), \tilde{F}_0 = F_0 \quad (2.8)$$

满足(2.8)式的 $\tilde{F}(z^{-1}), \tilde{G}(z^{-1})$ 是非唯一的. 由此可定义

$$\tilde{C}(z^{-1}) \triangleq \tilde{F}(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + z^{-k}\tilde{G}(z^{-1}). \quad (2.9)$$

由(2.7)–(2.9)式, 易推出

$$\tilde{F}(z^{-1})\bar{C}(z^{-1}) = \tilde{C}(z^{-1})F(z^{-1}) \text{ 和 } \det \bar{C}(z^{-1}) = \det \tilde{C}(z^{-1}). \quad (2.10)$$

其中

$$\bar{C}(z^{-1}) \triangleq \bar{P}(z^{-1})C(z^{-1}). \quad (2.11)$$

用 $z^k \tilde{F}(z^{-1})$ 左乘以(2.6)式两边, 并利用(2.9)–(2.11)式, 化简得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}(t+k) &= \tilde{C}^{-1}(z^{-1})[\tilde{F}(z^{-1})\bar{P}(z^{-1})B(z^{-1})\mathbf{u}(t) + \tilde{G}(z^{-1})P(z^{-1})\mathbf{y}(t)] \\ &\quad + F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+k). \end{aligned} \quad (2.12)$$

由(2.10)、(2.11)和(2.5)式, 易有 $\det \tilde{C}(z^{-1}) = \det P(z^{-1}) \det C(z^{-1})$. 由已知假设, $\tilde{C}(z^{-1})$ 也是稳定的多项式矩阵. 则由 $\tilde{C}^{-1}(z^{-1})$ 级数展开可知(2.12)式右边的前后两项不相关, 故 $\boldsymbol{\phi}(t)k$ 步向前预测为

$$\boldsymbol{\phi}^*(t+k|t) = \tilde{C}^{-1}(z^{-1})[\tilde{F}(z^{-1})\bar{P}(z^{-1})B(z^{-1})\mathbf{u}(t) + \tilde{G}(z^{-1})\boldsymbol{\phi}(t)]. \quad (2.13)$$

预测误差

$$\tilde{\boldsymbol{\phi}}(t+k|t) = \boldsymbol{\phi}(t+k) - \boldsymbol{\phi}^*(t+k|t) = F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+k). \quad (2.14)$$

将(2.13)、(2.14)式代入(2.3)式, 注意到 $\boldsymbol{\phi}^*(t+k|t)$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\phi}}(t+k|t)$ 不相关的事实, 令

$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}(t)} = 0$, 整理可得通用广义最小方差控制律

$$L_0^T[L(z^{-1})\mathbf{u}(t) + N(z^{-1})\mathbf{y}(t) - R(z^{-1})\mathbf{y}_r(t)]$$

$$+ Q_0^T [Q(z^{-1})\mathbf{u}(t) - S(z^{-1})\mathbf{u}_r(t)] = 0. \quad (2.15)$$

这里

$$L(z^{-1}) = \tilde{C}^{-1}(z^{-1})\tilde{F}(z^{-1})\bar{P}(z^{-1})B(z^{-1}), \quad N(z^{-1}) = \tilde{C}^{-1}(z^{-1})\tilde{G}(z^{-1})P(z^{-1}). \quad (2.16)$$

利用(2.10), (2.11), (2.9)式和(2.5)式, 上述两式可简记成

$$L(z^{-1}) = F(z^{-1})C^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}), \quad L_0 = P_0B_0, \quad (2.17)$$

$$N(z^{-1}) = z^k [P(z^{-1}) - F(z^{-1})C^{-1}(z^{-1})A(z^{-1})]. \quad (2.18)$$

显而易见, $L(z^{-1}), N(z^{-1})$ 为 z^{-1} 的有理分式矩阵.

三、统一的自校正控制器 (I)

这一节只讨论确定性以及白噪声干扰的 ADIADO 系统的自校正控制问题.

3.1 白噪声干扰的情形—— $C(z^{-1}) = I_{p \times p}$

在这种条件下, 注意到(2.17), (2.18)式, 则(2.13), (2.15)式化为

$$\phi^*(t+k|t) = \bar{L}(z^{-1})\mathbf{u}(t) + \bar{N}(z^{-1})\mathbf{y}(t), \quad (3.1.1)$$

$$\mathbf{u}(t) = -\Delta_1^{-1} \{ \bar{L}_0^T [\bar{L}^*(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + \bar{N}(z^{-1})\mathbf{y}(t) - R(z^{-1})\mathbf{y}_r(t)] + Q_0^T [Q^*(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) - S(z^{-1})\mathbf{u}_r(t)] \}. \quad (3.1.2)$$

这里

$$\bar{L}(z^{-1}) = F(z^{-1})B(z^{-1}), \quad L^*(z^{-1}) = z[\bar{L}(z^{-1}) - \bar{L}_0], \quad (3.1.3)$$

$$Q^*(z^{-1}) = z[Q(z^{-1}) - Q_0], \quad (3.1.4)$$

$$\bar{N}(z^{-1}) = z^k [p(z^{-1}) - F(z^{-1})A(z^{-1})], \quad n_{\bar{N}} = \max\{n_A - 1, n_P - k\}, \quad (3.1.4)$$

$$\Delta_1 = \bar{L}_0^T \bar{L}_0 + Q_0^T Q_0, \quad \bar{L}_0 = P_0 B_0. \quad (3.1.5)$$

当模型参数未知, 但为定常或缓慢时变时, 可以采用自校正控制. 为此定义数据向量和参数矩阵如下:

$$X(t) = [\mathbf{u}^T(t), \mathbf{u}^T(t-1), \dots, \mathbf{u}^T(t-n_{\bar{L}}); \mathbf{y}^T(t), \mathbf{y}^T(t-1), \dots, \mathbf{y}^T(t-n_{\bar{N}})]^T, \quad (3.1.6)$$

$$\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p] = [\bar{L}_0, \bar{L}_1, \dots, \bar{L}^{n_{\bar{L}}}; \bar{N}_0, \bar{N}_1, \dots, \bar{N}^{n_{\bar{N}}}]^T. \quad (3.1.7)$$

其中

$$\theta_i^T = [\bar{L}_{i1}^0, \dots, \bar{L}_{im}^0; \dots; \bar{L}_{i1}^{n_{\bar{L}}}, \dots, \bar{L}_{im}^{n_{\bar{L}}}; \bar{N}_{i1}^0, \dots, \bar{N}_{ip}^0; \dots; \bar{N}_{i1}^{n_{\bar{N}}}, \dots, \bar{N}_{ip}^{n_{\bar{N}}}] \quad (3.1.8)$$

为参数矩阵 Θ 的第 i 列向量, $i = 1, \dots, p$, 则由(2.14), (3.1.1)式可建立估计模型

$$\phi(t+k) = \Theta^T X(t) + \varepsilon(t+k). \quad (3.1.9)$$

即

$$\phi_i(t) = X^T(t-k)\theta_i + \varepsilon_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, p. \quad (3.1.10)$$

这里 $\phi_i(t), \varepsilon_i(t)$ 分别为 p 维向量 $\phi(t)$ 、估计残差 $\varepsilon(t)$ 的第 i 个分量, 根据(3.1.10)式可建立带遗忘因子的最小二乘估计算法

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + K(t)[\phi_i(t) - X^T(t-k)\hat{\theta}_i(t-1)], \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (3.1.11)$$

$$K(t) = P(t-1)X(t-k)[\rho + X^T(t-k)P(t-1)X(t-k)]^{-1}, \quad (3.1.12)$$

$$P(t) = (1/\rho)P(t-1)[I - X(t-k)K^T(t)], P(0) > 0. \quad (3.1.13)$$

这里 ρ 为遗忘因子, 一般取 $0.9 < \rho \leq 1$. 由上述递推辨识算法在线地估计出控制器参数, 代入(3.1.2)式, 可以在线递推地求出自校正控制 $\mathbf{u}(t)$. 整个统一的自校正控制算法为

- a. 离线设定所需的所有初值;
- b. 读入新的数据 $\mathbf{y}(t), \mathbf{y}_r(t)$, 形成 $\phi(t)$, 并计算 $\mathbf{u}_r(t)$;
- c. 由(3.1.6)式构成 $X(t-k)$, 并利用(3.1.11)–(3.1.13)式估计 $\bar{L}(z^{-1}), \bar{N}(z^{-1})$;
- d. 利用确定性等价原理, 由(3.1.12)式和 $\hat{L}(z^{-1}), \hat{N}(z^{-1})$ 在线求 $\mathbf{u}(t)$;
- e. $t = t + 1$, 返回 b.

3.2. 确定性系统情形—— $C(z^{-1}) = 0$

在这种特定简单情形, 只要引入恒等式

$$P(z^{-1}) = F_0(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-k}G_0(z^{-1}), \quad (3.2.1)$$

其中 $F_0(z^{-1}), G_0(z^{-1}) \in R^{p \times p}[z^{-1}]$, 且 $n_{F_0} = k - 1$, $n_{G_0} = \max\{n_A - 1, n_p - k\}$, 则 $F_0(z^{-1}), G_0(z^{-1})$ 由(3.2.1)式唯一确定, 且 $P_0 = F_0(0)$. 将(2.1)式两边左乘 $F_0(z^{-1})$ 有

$$\phi(t+k) = P(z^{-1})\mathbf{y}(t+k) = L_0(z^{-1})\mathbf{u}(t) + N_0(z^{-1})\mathbf{y}(t). \quad (3.2.2)$$

将(3.2.2)式代入(2.3)式, 类似上一节, 极小化 J 得最优控制

$$\mathbf{u}(t) = \Delta_0^{-1} \{ H(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + L_0^T(0)[N_0(z^{-1})\mathbf{y}(t) - R(z^{-1})\mathbf{y}_r(t)] - Q_0^T S(z^{-1})\mathbf{u}_r(t) \}. \quad (3.2.3)$$

其中

$$L_0(z^{-1}) \triangleq F_0(z^{-1})B(z^{-1}), \quad L_0(0) = F_0(0)B_0 = P_0B_0, \quad N_0(z^{-1}) = G_0(z^{-1}), \quad (3.2.4)$$

$$\Delta_0 \triangleq L_0^T(0)L_0(0) + Q_0^T Q_0, \quad (3.2.5)$$

$$H(z^{-1}) \triangleq z \cdot \{ L_0^T(0)[L_0(z^{-1}) - L_0(0)] + Q_0^T [Q(z^{-1}) - Q_0] \}. \quad (3.2.6)$$

显然(3.2.3)式的最优控制也是可以在线递推实现的. 类似于 3.1 节方法, 基于(3.2.2)式可以得到估计模型. 从而也能建立相应的自校正控制算法以处理 ADIADO 确定性系统.

本文算法和以往的算法^[1-4]不同, 是通过构造一个方阵 Δ 得到递推控制 $\mathbf{u}(t)$, 避免了对 B_0 求逆, 因而不需要输入输出维数相同和 B_0 非奇异的假设. 显然总可以人为地选择 Q_0 , 使矩阵 Δ 的逆恒存在.

四、统一的自校正控制器 (II)

本节将对具有有色噪声干扰的 ADIADO 系统给出一种统一的自校正控制算法.

由于 $C(z^{-1}) \approx I_{p \times p}$, 从(2.17), (2.18)式可以发现 $L(z^{-1}), N(z^{-1})$ 都是有理分式矩阵, 因此(2.15)式的控制律是不能递推求解的. 为了沿用上一节的方法解决 ADIADO 系统的自校正控制问题, 一种直观的想法是将 $C^{-1}(z^{-1})$ 用一个多项式矩阵来逼近. 由已知假设条件, $C(z^{-1})$ 为稳定的多项式矩阵, 故有

$$C^{-1}(z^{-1}) = \frac{\text{adj } C(z^{-1})}{\det C(z^{-1})} = I_{p \times p} + \sum_{i=1}^{\infty} \hat{C}_i z^{-i}. \quad (4.1)$$

实际工程中, 可以根据实际需要取有限阶多项式 $\hat{C}(z^{-1})$ 逼近 $C^{-1}(z^{-1})$, 即

$$\hat{C}(z^{-1}) \triangleq I_{p \times p} + \sum_{i=1}^q \hat{C}_i z^{-i} \cong C^{-1}(z^{-1}). \quad (4.2)$$

将(4.2)式代入(2.17),(2.18)式,那么由(2.13),(2.15)式,可得

$$\phi^*(t+k|t) = \tilde{L}(z^{-1})\mathbf{u}(t) + \tilde{N}(z^{-1})\mathbf{y}(t), \quad (4.3)$$

$$\mathbf{u}(t) = -\Delta_2^{-1} \{ \tilde{H}(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + \tilde{L}_0^T [\tilde{N}(z^{-1})\mathbf{y}(t) - R(z^{-1})\mathbf{y}_r(t)] - Q_0^T S(z^{-1})\mathbf{u}_r(t) \}. \quad (4.4)$$

其中

$$\tilde{L}(z^{-1}) = F(z^{-1})\hat{C}(z^{-1})B(z^{-1}), \quad \tilde{L}_0 = P_0\hat{C}_0B_0 = P_0B_0, \quad (4.5)$$

$$\tilde{N}(z^{-1}) = z^k [P(z^{-1}) - F(z^{-1})\hat{C}(z^{-1})A(z^{-1})], \quad (4.6)$$

$$\Delta_2 = \tilde{L}_0^T \tilde{L}_0 + Q_0^T Q_0, \quad (4.7)$$

$$\tilde{H}(z^{-1}) = z \{ \tilde{L}_0^T [\tilde{L}(z^{-1}) - \tilde{L}_0] + Q_0^T [Q(z^{-1}) - Q_0] \}. \quad (4.8)$$

可见, $\tilde{L}(z^{-1}), \tilde{N}(z^{-1})$ 多项式矩阵是对有理分式矩阵 $L(z^{-1}), N(z^{-1})$ 一种逼近. 由于这种逼近导致了(2.15)式的控制 $\mathbf{u}(t)$ 可化为(4.4)式形式在线递推求解. 这样基于(4.3)式,(2.14)式也可建立出估计模型. 基于这个估计模型,在线估计控制器参数 $\tilde{L}(z^{-1}), \tilde{N}(z^{-1})$,并结合(4.4)式的递推控制,不难建立适用于 ADIADO 随机系统的统一自校正控制算法,限于篇幅,这里不赘述.

对于确定性以及白噪声干扰的 ADIADO 系统,通过构造一个可逆方阵来避免传统的对 B_0 求逆方法,解决了因输入输出维数任意而产生的无法对 B_0 求逆的困难. 在一般有色噪声干扰情况,第四节的算法实质上是将有色噪声扰动系统转化为在输入输出意义上等价的白噪声系统处理. 从理论上而言,只有当 $q = n_c$ 充分大时, $\hat{C}(z^{-1})$ 才能很好地逼近 $C^{-1}(z^{-1})$,但这会导致辨识参数 $\tilde{F}(z^{-1}), \tilde{G}(z^{-1})$ 的数目增加而无法在线实时实现. 多个典型的仿真实例表明,只要取 $q = 0, 1$,至多为 2,这种逼近就已具有良好的控制效果,而无需用高阶 $\hat{C}(z^{-1})$ 来逼近 $C^{-1}(z^{-1})$. 对这种低阶逼近算法的有效性和理论分析可见作者的另一篇文章¹⁾.

在实现控制算法时,为了有效地克服计算机字长限制以及数值累积误差引起的数值问题,可以采用改进的平方根滤波算法^[8]提高辨识算法精度以及数值稳定性. 改进的平方根滤波算法为

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + k(t) [\phi_i(t) - X^T(t-k)\hat{\theta}_i(t-1)], \quad (4.9)$$

$$k(t) = g^{(v)} / [\sigma^{(v)}]^2. \quad (4.10)$$

这里

$$g_j^{(l)} = \begin{cases} h_l G(t-1)_{ll}, & j = l, l = 1, 2, \dots, v, \\ g_j(l-1) + h_l G(t-1)_{lj}, & j \neq l, j = 1, 2, \dots, l, \end{cases} \quad (4.11)$$

$$G_{ij}^{(l)} = \begin{cases} (1/\sqrt{\rho})(\sigma_{l-1}/\sigma_l) \cdot G(t-1)_{ll}, & j = l, l = 1, 2, \dots, v, \\ (1/\sqrt{\rho})(\sigma_{l-1}/\sigma_l) \left[G(t-1)_{ij} - \frac{h_l g_j^{(l-1)}}{\sigma_{l-1}^2} \right], & l \neq j, j = 1, \dots, l. \end{cases} \quad (4.12)$$

1) 林威、刘美华、涂健,通用的自校正控制算法及其收敛性,控制理论及应用年会论文集,291—294,1986.

$$h_l = \sum_{j=1}^l G(t-1)_{lj} X_j(t-k), \quad G_0 = c' I_{\nu \times \nu}, \quad l = 1, 2, \dots, \nu, \quad (4.13)$$

$$\sigma_l^2 = \sigma_{l-1}^2 + h_l^2, \quad \sigma_0 = \rho, \quad l = 1, 2, \dots, \nu. \quad (4.14)$$

$X_j(t-k)$ 表示数据向量 $X(t-k)$ 的第 j 个元素; c' 为充分大的正数, ν 是 $X(t-k)$ 的维数; $G(t-1)_{lj}$ 是矩阵第 l 行、第 j 列元素. 用(4.8)–(4.13)式代替(3.1.11)–(3.1.13)式的带指数遗忘因子递推最小二乘估计算法, 能得到更好的参数估计结果.

五、仿真和讨论

例 1. 讨论如下开环不稳定最小相位二输入二输出系统

$$y(t) + A_1 y(t-1) = B_0 u(t-1) + B_1 u(t-2) + \xi(t),$$

其中 $A_1 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.5 \\ 0.5 & -0.2 \end{bmatrix}$, $B_0 = \begin{bmatrix} 4 & 0.5 \\ 2 & 0.25 \end{bmatrix}$, $B_1 = I_{2 \times 2}$, $E[\xi(t)] = 0$, $E[\xi(t)\xi^T(t)] = 0.1 I_{2 \times 2}$.

由于 B_0 奇异, 故以往算法^{[1-4] (1)} 已经失效, 这里采用第三节的算法, 选择 $P(z^{-1}) = R(z^{-1}) = I_{2 \times 2}$, $Q(z^{-1}) = S(z^{-1}) = 0.01 I_{2 \times 2}$, $u_r(t) \equiv 0$. 图 1 给出了相应的仿真结果. 算法 7–10 步后参数估计收敛且跟踪效果很好. 同样对于 $m \geq p$ 的系统或确定性系统, 仿真也已证明这种算法是行之有效的.

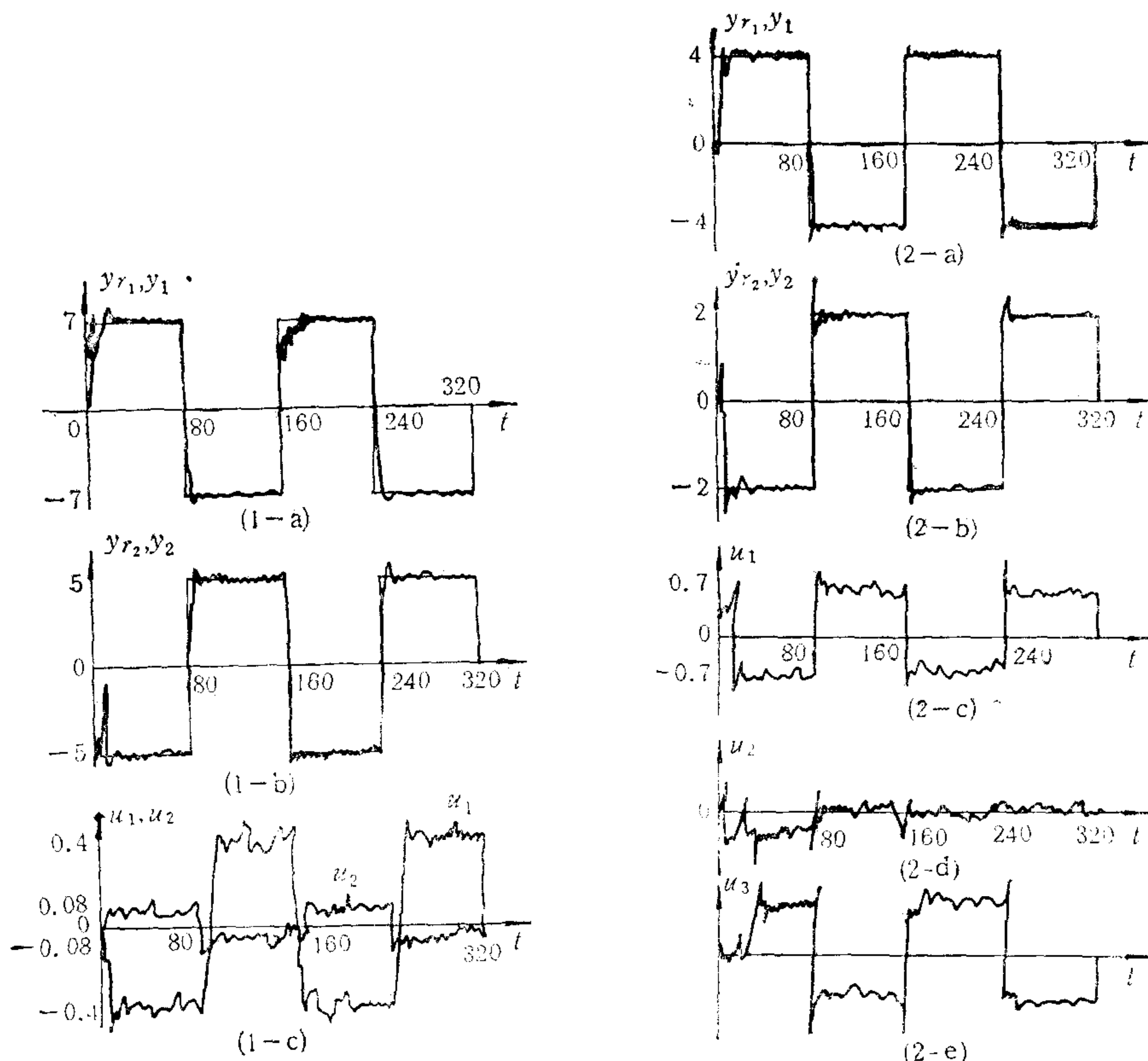


图 1

图 2

例 2. 讨论一个开环不稳定的三输入/二输出系统¹⁾

$$y(t) + A_1 y(t-1) = B_0 u(t-2) + \xi(t) + C_1 \xi(t-1),$$

其中 $A_1 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.5 \\ 0.5 & -0.2 \end{bmatrix}$; $B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.5 \\ 1 & 1.5 & 2 \end{bmatrix}$; $C_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.4 \\ 0.2 & -0.8 \end{bmatrix}$, $\xi(t)$ 同例 1 一致. 为了说明本文算法的统一性, 采用尹恰欣的例子检验第四节给出的算法. 图 2 给出了采用 $\hat{C}(z^{-1})$ 逼近 $C^{-1}(z^{-1})$, 取 $q=1$, $P(z^{-1}) = R(z^{-1}) = I_{2 \times 2}$, $Q(z^{-1}) = 0.05I_{3 \times 3} - 0.01I_{3 \times 3}z^{-1} = S(z^{-1})$, $u_r(t) \equiv 0$ 时的仿真结果. 显然由于采用了低阶 ($q=1$) 逼近, 因而本文第四节的算法比尹的算法所需辨识参数更少, 计算量也小, 但控制效果令人满意, 且无需假设 $\text{rank } B_0 = p$, $m \geq p$ 条件.

例 3. 讨论一个单输入/双输出的系统

$$y(t) + \sum_{i=1}^4 A_i y(t-i) = \sum_{i=0}^2 B_i u(t-2-i) + \sum_{i=0}^2 C_i \xi(t-i).$$

这里 $A_1 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.6 \\ 0.5 & -0.2 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 0.47 & -0.54 \\ 0.7 & 0.18 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 0.455 & 0.486 \\ 0.155 & 0.162 \end{bmatrix}$, $A_4 = \begin{bmatrix} -0.117 & -0.437 \\ -0.063 & -0.51 \end{bmatrix}$,

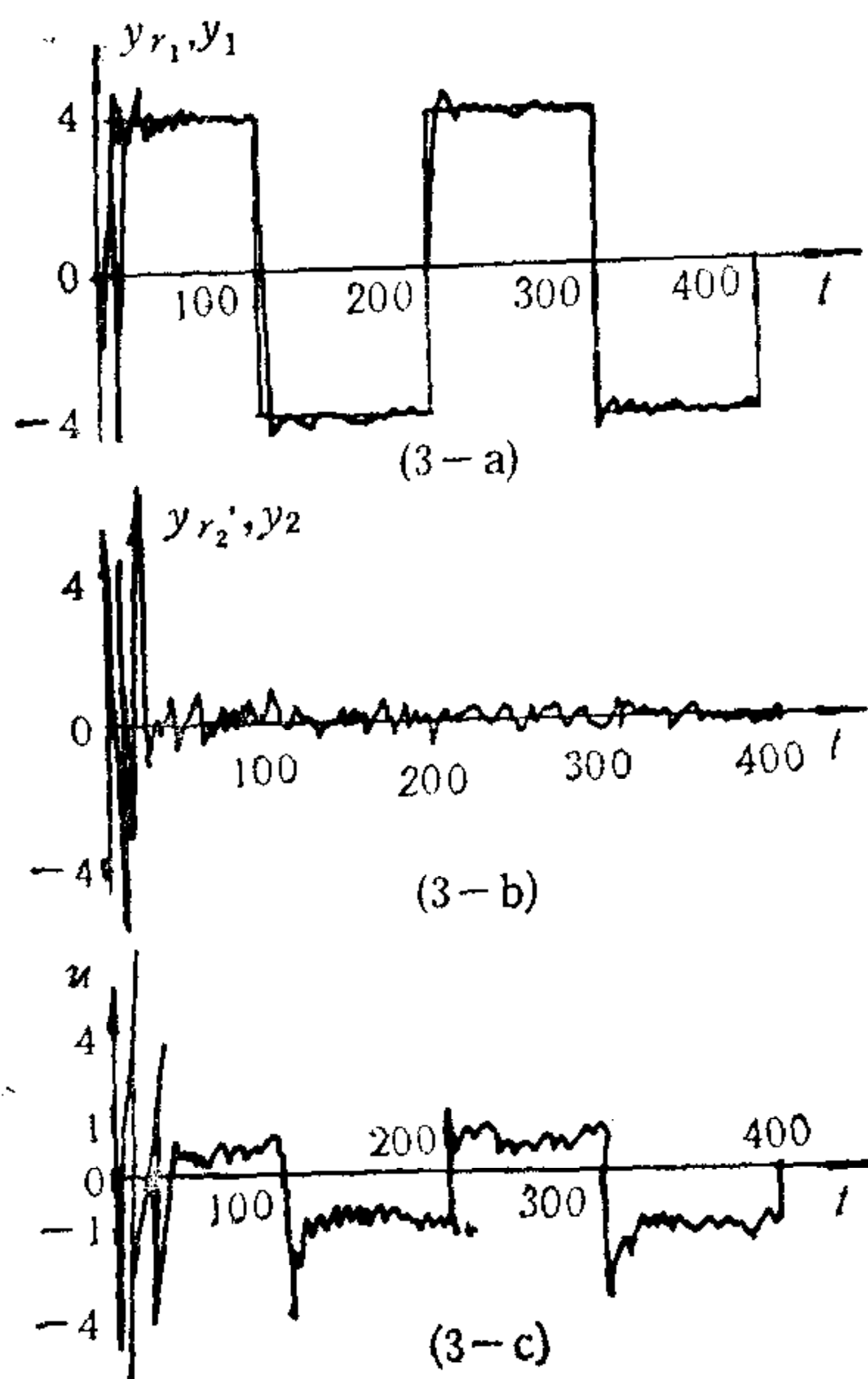


图 3

$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.25 \end{bmatrix}$, $B_1 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.1 \end{bmatrix}$, $B_2 = \begin{bmatrix} -0.3 \\ -0.4 \end{bmatrix}$, $C_1 = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.5 \\ 0.7 & 0.5 \end{bmatrix}$, $C_2 = \begin{bmatrix} 0.45 & -0.05 \\ -0.07 & -0.84 \end{bmatrix}$, $C_3 = I_{2 \times 2}$, $E[\xi(t)] = 0$, $E[\xi(t)\xi^T(t)] = 0.2I_{2 \times 2}$. 由于 $m=1 < p=2$, 因此以往的算法均无法对此系统进行自校正控制. 图 3 给出了采用本文的级数展开逼近算法, $q=1$, $P(z^{-1}) = R(z^{-1}) = I_{2 \times 2}$, $Q(z^{-1}) = S(z^{-1}) = 0.01$, $u_r(t) \equiv 0$ 时的仿真结果. 此外对 $q=0$ 也进行了仿真, 证明用低阶 $\hat{C}(z^{-1})$ 逼近 $C^{-1}(z^{-1})$ 的方法是行之有效的. 由于 $m < p$, 所以直观地从可控性角度可知上述系统的输出将有 $p-m$ 个分量得不到很好的控制. 因而图 3 中 $y_2(t)$ 跟踪效果比 $y_1(t)$ 差, 但若仔细选取加权因子, 可以在一定程度上解决此问题.

在上述三例的仿真中, 为方便起见, 取 $u_r(t) \equiv 0$. 本文在性能指标中引入 $u_r(t)$ 是为了采用逆系统的思想进行前馈补偿, 以实现输出对参考输入的无差跟踪. 一种 $u_r(t)$ 求法是为对象参数已知时, 求出的广义最小方差控制稳态值^[4]. 注意到由于引入 $S(z^{-1})u_r(t)$ 将导致参数估计数目增加, 所以实际运用时应综合考虑, 以决定是否在性能指标中加入此项.

结 语

本文对 ADIADO 系统给出了两种统一的自校正控制算法. 这两种算法都具有在线参数估计数目少、计算量小的优点. 由于本文算法适用于 B_0 为任意非 0 的 $p \times m$ 维矩

1) 尹恰欣、舒迪前, 输入/输出维数不等的多变量系统自校正控制器, 中国自动化学会第二届全国电气自动化年会论文, 1984.

阵,因而事实上可以处理通道延迟不同的 ADIADO 系统的自校正控制问题。容易证明在相应的条件下,由本文算法可分别推出文献 [1—4] 及尹的自校正控制算法,限于篇幅略。

参 考 文 献

- [1] Keviczky, L. and J. Hetthessy, Self-tuning Minimum-variance Control of MIMO Discrete-time Systems, *Automatic Control: Theory and Application*, 5(1977), 11—17.
- [2] Borisson, Self-tuning Regulators for A Class of Multivariable Systems, *Automatica*, 15(1979), 209—215.
- [3] Koivo, H. N., A Multivariable Self-tuning Controller, *Automatica*, 16(1980), 351—366.
- [4] Keviczky, L. and K. S. P. Kumar, Multivariable Self-tuning Regulator with Generalized Cost Function, *Int. J. Control*, 33(1981), 913—921.
- [5] Prager, D. L. and P. E. Wellstead, Multivariable Pole-Assignment Self-tuning Regulators, *Proc. IEE, Pt. D*, 128(1981), 9—18.
- [6] Lin Wei and Liu Meihua, Multivariable Pole Assignment Self-tuning Controllers, Preprints of IASTED Int. Symp, Exh. Identification & Pattern Recognition, France, Toulouse, 1986.
- [7] Allidina, A. Y. and F. M. Hughes, Generalized Self-tuning Controller with Pole Assignment, *Proc. IEE, Pt. D*, 127(1980), 13—18.
- [8] Strejc, V., Least-squares Parameter Estimation, *Automatica*, 16(1980), 535—550.

UNIVERSAL SELF-TUNING CONTROLLERS

LIN WEI

(Fudan University)

LIU MEIHUA

(Changsha Institute of Technology)

TU JIAN

(Huazhong University of Science and Technology)

ABSTRACT

In this paper, two universal generalized minimum-variance self-tuning controllers are presented for the control of arbitrary-dimension input arbitrary-dimension output (ADIADO) systems. These new controllers have solved the long-lasting self-tuning control problems of the following systems, to which all the existing multivariable generalized minimum variance controllers are inapplicable: (1) the dimension of input is unequal to that of output; (2) B_0 is singular. Several typical simulation examples are presented to demonstrate the universality and effectiveness of these controllers.

Key words — Self-tuning control; multivariable controller; generalized minimum variance.