

# 输气管线的分布参数数学模型及工程应用

吕 泽 华

(清华 大学)

## 摘要

本文研究了用传递函数描述长距离输气管线这种分布参数调节对象的方法。长距离输气管线输送的是可压缩的天然气，表征其动态特性的偏微分方程组较复杂。本文所用方法是将其偏微分方程组经拉普拉斯变换，由时域变为频域，直接求解以管线长度为变量的线性变系数微分方程——贝塞尔方程，从而得到描述这种分布参数调节对象动态特性的传递函数。将此传递函数经数学处理，得到工程实用的简洁形式，并给出其频率特性曲线和动态响应过程。

**关键词**——输气管线，分布参数，数学模型。

## 一、前言

长距离输气管线在首端和中间要建燃气轮机-离心压缩机组增压站。为了设计增压站的控制系统，必须对长管道本身的动态特性进行深入了解。文献[1,2]使用差分法和直接求解的方法得出其动态特性的数字解和解析解，并得到由简单的一阶惯性环节相互并联的传递函数以便工程应用。本文采用另一种独立的近似方法，求其传递函数。

## 二、管道中气体运动的偏微分方程

设管道中气体在稳态流动时，沿管长  $x$  处的压力分布为

$$P_{0(x)} = \sqrt{P_{00}^2 - (P_{00}^2 - P_{0L}^2) \frac{x}{L}}. \quad (1)$$

式中  $L$  为输气管线长度； $P_{00}$  为稳态时管首压力； $P_{0L}$  为稳态时管尾压力。

动态时气体沿管长  $x$  在各点的压力与流量是时间  $t$  和长度  $x$  的函数。在长度  $x$  处取一微元体  $d_x$ ，并写出这一开口体系的连续方程、动量方程和状态方程。方程中的变量都是偏离稳态值小偏差范围内的增量。

### 1. 连续方程

$$\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{\partial \Delta r}{\partial t} = - \frac{\partial \Delta Q}{\partial x}. \quad (2)$$

式中  $\Delta r$  为  $x$  处气体重度的增量； $D$  为管道直径； $\Delta Q$  为  $x$  处气体重量流量的增量。

## 2. 动量方程

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{g} \cdot V \cdot \frac{\partial V}{\partial x} = - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - h. \quad (3)$$

式中  $g$  为重力加速度； $V$  为管道中气体的流速； $h$  为单位长度管道的摩擦阻力。

由于气体在管道中流速低，约 15—25 米/秒，可忽略方程(3)左边两项，认为气体在管道中的不定常流动由压降与摩擦这对主要矛盾决定。

$$- \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = h. \quad (4)$$

摩擦阻力可由下式计算：

$$h = \frac{\zeta}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}, \quad V = \frac{4Q}{\pi \cdot D^2 \cdot r}.$$

代入(4)式后，在小偏差范围内线性化可得

$$- \frac{\partial \Delta P}{\partial x} = \frac{16\zeta \cdot Q_0}{\pi^2 \cdot D^5 \cdot g \cdot r_{0(x)}} \cdot \Delta Q. \quad (5)$$

式中  $\zeta$  为摩阻系数。

## 3. 状态方程

设在不定常流动时气体参数符合绝热过程

$$\left( \frac{r}{r_{0(x)}} \right)^K = \frac{P}{P_{0(x)}}, \quad \Delta r = \frac{r_{0(x)}}{K \cdot P_{0(x)}} \cdot \Delta P. \quad (6)$$

式中  $K$  为绝热指数。

将方程(6)代入方程(2)，与方程(5)联立可得到描述长管道动态过程的偏微分方程组

$$\left\{ \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{r_{0(x)}}{K \cdot P_{0(x)}} \cdot \frac{\partial \Delta P}{\partial t} + \frac{\partial \Delta Q}{\partial x} = 0, \quad (7) \right.$$

$$\left. \frac{\partial \Delta P}{\partial x} + \frac{16\zeta \cdot Q_0}{\pi^2 \cdot D^5 \cdot g \cdot r_{0(x)}} \cdot \Delta Q = 0. \quad (8) \right.$$

将方程(7)和(8)写成相对增量形式

$$\left\{ T_p \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x} = 0, \quad (9) \right.$$

$$\left. \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + a_{(x)} \cdot \bar{Q} = 0. \quad (10) \right.$$

式中

$$T_p = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{r_{0(x)}}{K \cdot Q_0}, \quad (11)$$

$$a_{(x)} = \frac{16\zeta \cdot Q_0^2}{\pi^2 \cdot D^5 \cdot g \cdot r_{0(x)} \cdot P_{0(x)}}, \quad (12)$$

$$\bar{P} = \Delta P / P_{0(x)}, \quad \bar{Q} = \Delta Q / Q_0.$$

### 三、长距离输气管线的分布参数传递函数

对方程组(9)和(10)作拉普拉斯变换

$$\left\{ T_P \cdot (s \cdot \bar{P}_{(x,s)} - \bar{P}_{(x,0)}) + \frac{\partial \bar{Q}_{(x,s)}}{\partial x} = 0, \quad (13) \right.$$

$$\left. \frac{\partial \bar{P}_{(x,s)}}{\partial x} + a_{(x)} \cdot \bar{Q}_{(x,s)} = 0. \quad (14) \right.$$

初始条件:  $\bar{P}_{(x,0)} = 0$ , 代入(13)式得到

$$\left\{ T_P \cdot s \cdot \bar{P}_{(x,s)} + \frac{d \bar{Q}_{(x,s)}}{dx} = 0, \quad (15) \right.$$

$$\left. \frac{d \bar{P}_{(x,s)}}{dt} + a_{(x)} \cdot \bar{Q}_{(x,s)} = 0. \quad (16) \right.$$

将方程(15)对  $x$  微分后, 把(16)式代入; 将方程(16)式对  $x$  微分后, 把(15)式代入可得到

$$\left\{ \frac{d^2 \bar{Q}_{(x,s)}}{dx^2} - a_{(x)} \cdot T_P \cdot s \cdot \bar{Q}_{(x,s)} = 0, \quad (17) \right.$$

$$\left. \frac{d^2 \bar{P}_{(x,s)}}{dx^2} - a_{(x)} \cdot T_P \cdot s \cdot \bar{P}_{(x,s)} = 0. \quad (18) \right.$$

由(1)式可得其增量方程

$$d_x = \frac{-2L}{(P_{00}^2 - P_{0L}^2)} \cdot P_{0(x)} \cdot d_{P_0}. \quad (19)$$

对方程(15)和(16), (17)和(18)作变量代换, 用稳态压力  $P_{0(x)}$  代替  $x$  作为自变量, 即将方程(19)代入(15)–(18)式得

$$\left\{ \frac{-2L \cdot T_P}{(P_{00}^2 - P_{0L}^2)} \cdot s \cdot P_0 \cdot \bar{P}_{(P_0,s)} + \frac{d \bar{Q}_{(P_0,s)}}{d P_0} = 0, \quad (20) \right.$$

$$\left. \frac{d \bar{P}_{(P_0,s)}}{d P_0} - \frac{2L \cdot a_{(x)}}{(P_{00}^2 - P_{0L}^2)} \cdot P_0 \cdot \bar{Q}_{(P_0,s)} = 0. \quad (21) \right.$$

$$\left\{ \frac{d^2 \bar{P}_{(P_0,s)}}{d P_0^2} - A \cdot s \cdot P_0 \cdot \bar{P}_{(P_0,s)} = 0, \quad (22) \right.$$

$$\left. \frac{d^2 \bar{Q}_{(P_0,s)}}{d P_0^2} - A \cdot s \cdot P_0 \cdot \bar{Q}_{(P_0,s)} = 0. \quad (23) \right.$$

式中

$$A = \frac{16\zeta \cdot L^2 \cdot Q_0}{(P_{00}^2 - P_{0L}^2)^2 \cdot K \cdot \pi \cdot D^3 \cdot g}. \quad (24)$$

方程(22)和(23)是非标准形式的贝塞尔方程, 作变量代换可将其化作标准的贝塞尔方程。

设

$$u_{(x)} = \frac{2}{3} \cdot P_0^{3/2} \cdot \sqrt{-A \cdot s}, \quad (25)$$

$$F_{(u)} = \frac{\bar{Q}_{(P_0, s)}}{\sqrt{P_0}}. \quad (26)$$

可将(23)式化为标准的贝塞尔方程

$$u^2 \cdot F''_{(u)} + u \cdot F'_{(u)} + \left[ u^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] \cdot F_{(u)} = 0. \quad (27)$$

显然(27)式为  $\frac{1}{3}$  阶的标准贝塞尔方程, 其通解为

$$F_{(u)} = C_1 \cdot J_{\frac{1}{3}(u)} + C_2 \cdot Y_{\frac{1}{3}(u)}. \quad (28)$$

式中  $C_1$  和  $C_2$  为常数;  $J_{\frac{1}{3}(u)}$  为第一类  $\frac{1}{3}$  阶贝塞尔函数;  $Y_{\frac{1}{3}(u)}$  为第二类  $\frac{1}{3}$  阶贝塞尔函数。

因此,(23)式的解可写作

$$\bar{Q}_{(P_0, s)} = \sqrt{P_0} \cdot [C_1 \cdot J_{\frac{1}{3}(u_0)} + C_2 \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_0)}]. \quad (29)$$

设  $x = 0$  ( $P_{0(x)} = P_{00}$ ) 和  $x = L$  ( $P_{0(x)} = P_{0L}$ ) 处的边界值为  $\bar{Q}_{(P_{00}, s)}$  和  $\bar{Q}_{(P_{0L}, s)}$ , 将其代入(29)式

$$\begin{cases} \bar{Q}_{(P_{00}, s)} = \sqrt{P_{00}} \cdot [C_1 \cdot J_{\frac{1}{3}(u_0)} + C_2 \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_0)}], \\ \bar{Q}_{(P_{0L}, s)} = \sqrt{P_{0L}} \cdot [C_1 \cdot J_{\frac{1}{3}(u_L)} + C_2 \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_L)}]. \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} \bar{Q}_{(P_{00}, s)} = \sqrt{P_{00}} \cdot [C_1 \cdot J_{\frac{1}{3}(u_0)} + C_2 \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_0)}], \\ \bar{Q}_{(P_{0L}, s)} = \sqrt{P_{0L}} \cdot [C_1 \cdot J_{\frac{1}{3}(u_L)} + C_2 \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_L)}]. \end{cases} \quad (31)$$

由(30)和(31)式可求出常数  $C_1$  和  $C_2$ .

$$C_1 = \frac{\sqrt{P_{0L}} \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_L)} \cdot \bar{Q}_{(P_{00}, s)} - \sqrt{P_{00}} \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_0)} \cdot \bar{Q}_{(P_{0L}, s)}}{\sqrt{P_{00} \cdot P_{0L}} \cdot (J_{\frac{1}{3}(u_0)} \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_L)} - J_{\frac{1}{3}(u_L)} \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_0)})}, \quad (32)$$

$$C_2 = \frac{\sqrt{P_{0L}} \cdot J_{\frac{1}{3}(u_L)} \cdot \bar{Q}_{(P_{00}, s)} - \sqrt{P_{00}} \cdot J_{\frac{1}{3}(u_0)} \cdot \bar{Q}_{(P_{0L}, s)}}{\sqrt{P_{00} \cdot P_{0L}} \cdot (J_{\frac{1}{3}(u_0)} \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_L)} - J_{\frac{1}{3}(u_L)} \cdot Y_{\frac{1}{3}(u_0)})}. \quad (33)$$

$$\text{式中 } u_0 = \frac{2}{3} \cdot P_{00}^{3/2} \cdot \sqrt{A} \cdot \sqrt{-s}, \quad u_L = \frac{2}{3} \cdot P_{0L}^{3/2} \cdot \sqrt{A} \cdot \sqrt{-s}.$$

将(32)和(33)式代入(29)式即为方程(23)式的通解表达式。式中的贝塞尔函数是级数, 不便于计算, 当  $u_{(x)}$  值很大时, 贝塞尔函数可用三角函数近似计算, 误差非常小, 参见文献[3]。

$$J_{\frac{1}{3}(u)} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot u}} \cdot \cos \left( u - \frac{5}{12} \pi \right), \quad (34)$$

$$Y_{\frac{1}{3}(u)} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot u}} \cdot \sin \left( u - \frac{5}{12} \pi \right). \quad (35)$$

把(34)和(35)式代入(29)式

$$\bar{Q}_{(P_0, s)} = \sqrt{P_0} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot u}} \cdot \left[ C_1 \cos \left( u - \frac{5}{12} \pi \right) + C_2 \cdot \sin \left( u - \frac{5}{12} \pi \right) \right]. \quad (36)$$

(36)式即(29)式的通解表达式, 对其作如下数学处理。(36)式对  $P_0$  求导得

$$\frac{d\bar{Q}_{(P_0, s)}}{dP_0} = -C_1 \cdot \left[ \frac{1}{4} \cdot P_0^{-\frac{1}{2}} \cdot J_{\frac{1}{3}(u)} + \sqrt{-A \cdot s} \cdot P_0 \cdot Y_{\frac{1}{3}(u)} \right]$$

$$= C_2 \cdot \left[ \frac{1}{4} \cdot P_0^{-\frac{1}{2}} \cdot Y_{\frac{1}{3}(u)} - \sqrt{-A \cdot s} \cdot P_0 \cdot J_{\frac{1}{3}(u)} \right]. \quad (37)$$

在首端  $x = 0$  处, 把公式(32)–(35)式代入(37)式, 整理化简后得

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\bar{Q}_{(P_0, s)}}{dP_0} \right)_{P_{00}} &= \bar{Q}_{(P_{00}, s)} \cdot \left[ \frac{-1}{4P_{00}} + \sqrt{A \cdot P_{00}} \cdot \sqrt{-s} \cdot \operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-s}) \right] \\ &- \bar{Q}_{(P_{0L}, s)} \cdot \left[ \frac{-1}{\sqrt{2 \cdot P_{00} \cdot P_{0L}}} + \frac{\sqrt{A} \cdot P_{00}}{\sqrt{P_{0L}}} \cdot \frac{\sqrt{-s}}{\sin(\beta \cdot \sqrt{-s})} \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

式中

$$\beta = \frac{2}{3} \cdot (P_{00}^{3/2} - P_{0L}^{3/2}) \cdot \sqrt{A}. \quad (39)$$

在  $x = 0$  处, 可将(38)式代入方程(20)式得

$$\begin{aligned} V_{(s)} \cdot \bar{Q}_{(P_{0L}, s)} &= B_2 \cdot s \cdot \bar{P}_{(P_{00}, s)} + \left[ \frac{-1}{4P_{00}} + \sqrt{A \cdot P_{00}} \cdot \sqrt{-s} \cdot \operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-s}) \right] \\ &\cdot \bar{Q}_{(P_{00}, s)}. \end{aligned} \quad (40)$$

式中

$$V_{(s)} = \frac{\sqrt{A \cdot P_{00}} \cdot \sqrt{-s}}{\sqrt{P_{0L}}} \cdot \frac{1}{\sin(\beta \cdot \sqrt{-s})}, \quad (41)$$

$$B_2 = \frac{-2L \cdot T_p \cdot P_{00}}{P_{00}^2 - P_{0L}^2}. \quad (42)$$

对方程(21)和(22)作如上所述的相同处理, 可以得到另一个由首端压力和流量计算尾端压力的计算公式。

$$\begin{aligned} V_{(s)} \cdot \bar{P}_{(P_{0L}, s)} &= \left[ \frac{-1}{4P_{00}} + \sqrt{A \cdot P_{00}} \cdot \sqrt{-s} \cdot \operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-s}) \right] \\ &\cdot \bar{P}_{(P_{00}, s)} + B_1 \cdot \bar{Q}_{(P_{00}, s)}. \end{aligned} \quad (43)$$

式中

$$B_1 = \frac{-2L \cdot a_{(0)} \cdot P_{00}}{P_{00}^2 - P_{0L}^2}. \quad (44)$$

把方程(40)和(43)联立后, 可写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_{(P_{0L}, s)} \\ \bar{P}_{(P_{0L}, s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{4P_{00}} + \sqrt{A \cdot P_{00}} \cdot \sqrt{-s} \cdot \operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-s}) & B_2 \cdot s / V_{(s)} \\ B_1 / V_{(s)} & \frac{-1}{4P_{00}} + \sqrt{A \cdot P_{00}} \cdot \sqrt{-s} \cdot \operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-s}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{Q}_{(P_{00}, s)} \\ \bar{P}_{(P_{00}, s)} \end{bmatrix}. \quad (45)$$

在长距离输气管线中,尾端的流量在动态过程中可认为不变,因此  $\bar{Q}_{(P_{0L}, s)} = 0$  可作为(45)式的边界条件,则

$$\frac{\bar{P}_{(P_{00}, s)}}{\bar{Q}_{(P_{00}, s)}} = \frac{\frac{1}{4P_{00}} + \sqrt{A \cdot P_{00} \cdot \sqrt{-s}} \cdot \operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-s})}{B_2 \cdot s}, \quad (46)$$

$$\frac{\bar{P}_{(P_{0L}, s)}}{\bar{Q}_{(P_{00}, s)}} = \frac{\left[ \frac{-1}{4P_{00}} + \sqrt{A \cdot P_{00} \cdot \sqrt{-s}} \cdot \operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-s}) \right]^2 - B_1 \cdot B_2 \cdot s}{-B_2 \cdot s \cdot V_{(s)}} \quad (47)$$

#### 四、输气管线的频率特性和动态特性

在输气管线增压站控制系统设计中,需知道(46)式的频率特性,以便对整个闭环控制进行稳定性分析和选择控制器参数。其频率特性的计算需解决复数三角函数的计算问题。(46)式中的余切复数三角函数可用双曲函数和三角函数计算之。

$$\operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-j\omega}) = +j \cdot \left[ \frac{-1 + j \operatorname{ctg} h\left(\beta \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2}}\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(\beta \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2}}\right)}{-\operatorname{ctg} h\left(\beta \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2}}\right) + j \cdot \operatorname{ctg}\left(\beta \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2}}\right)} \right]. \quad (48)$$

在长距离输气管线中,常数项  $\beta$  相当大,(48)式中的双曲函数一项很接近 1,(48)式可以近似写作

$$\operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-j\omega}) \approx +j. \quad (49)$$

而

$$\sqrt{-j\omega} = \sqrt{\frac{\omega}{2}} \cdot (1 - j),$$

因此

$$(\sqrt{-s} \cdot \operatorname{ctg}(\beta \cdot \sqrt{-s}))_{s=j\omega} = +\frac{\sqrt{\omega}}{2} \cdot (1 + j) = (+\sqrt{s})_{s=j\omega}. \quad (50)$$

由(50)式的频率特性计算结果,可把(46)式简化为下式计算:

$$\frac{\bar{P}_{(P_{00}, s)}}{\bar{Q}_{(P_{00}, s)}} = W_{(s)} = \alpha_1 \cdot \frac{1}{s} + \alpha_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}. \quad (51)$$

式中

$$\alpha_1 = \frac{-P_{00}^2 + P_{0L}^2}{8 \cdot P_{00}^2 \cdot L \cdot T_{P(0)}}, \quad (52)$$

$$\alpha_2 = \frac{\sqrt{A} \cdot (P_{00}^2 - P_{0L}^2)}{2 \cdot L \cdot \sqrt{P_{00}} \cdot T_{P(0)}}. \quad (53)$$

当首端流量有一阶跃小扰动时,首端压力的动态响应过程易于由(51)式的拉氏反变换算出。

$$\bar{P}_{(P_{00}, t)} = \alpha_1 \cdot t + \alpha_2 \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot t^{\frac{1}{2}}. \quad (54)$$

公式(51)和(54)揭示了长距离输气管线的管首压力与管首流量间关系的实质：其传递函数是一半积分环节  $\frac{1}{\sqrt{s}}$ （研究和计算表明  $\alpha_1$  远小于  $\alpha_2$ ）和一积分环节  $\frac{1}{s}$  的线性组合。这为工程设计和应用提供了方便。

## 五、工程实际应用

现以我国第一条以燃气轮机为动力装置的中原油田至沧州的长距离输气管线增压站控制系统设计为例，阐述其控制系统的稳定性分析和控制器参数的选择。此输气管线只在站首建一个燃气轮机-离心压缩机增压站。增压站由两台分轴燃气轮机（国产 WZ5G）分别带动串联的两台低压和高压离心式压缩机（国外引进的 BCL404 和 BCL(402+353)）。选用输气管线首端压力  $\bar{P}_{(P_{00}, t)}$  作为被控参数。因分轴燃气轮机本身有燃气发生器转速控制系统，所以管首压力比例调节器  $K$  和转速控制器组成串级调节的闭环控制系统。当输气管线采用(51)式的传递函数数学模型时，整个装置的简化数学模型如图 1。

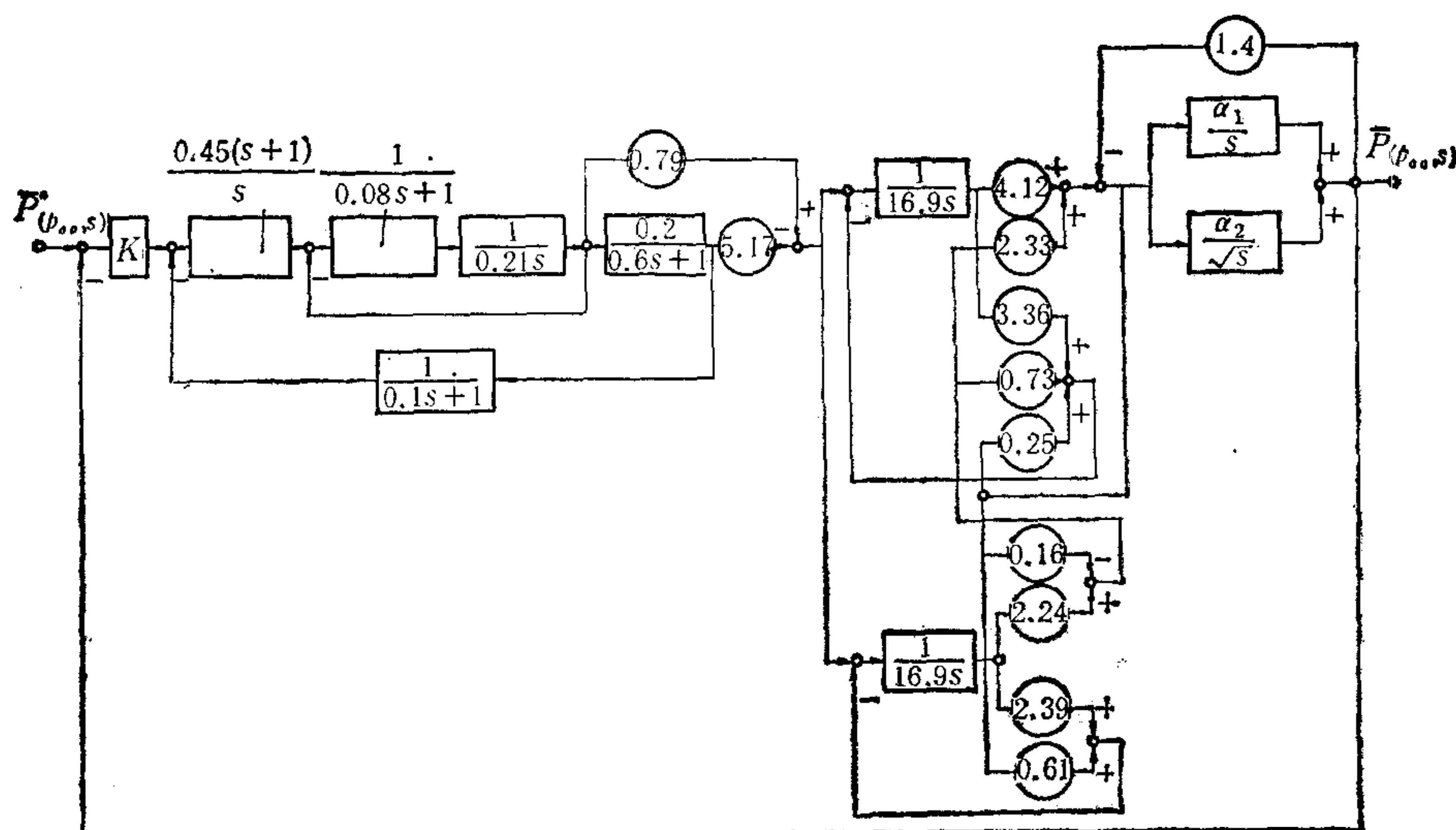


图 1 输气管线燃气轮机-离心压缩机增压站的数学模型

现在利用频率特性分析其稳定性及如何选择合适的压力调节器放大倍数  $K$ 。本输气管线的原始数据如下

$$K = 1.284, D = 0.4 \text{ (米)}, L = 3.5 \times 10^5 \text{ (米)},$$

$$Q_0 = 5.66 \text{ (公斤/秒)}, r_{0(0)} = 17.1 \text{ (公斤/米}^3\text{)},$$

$$P_{00} = 2.2 \times 10^5 \text{ (公斤/米}^2\text{)}, P_{0L} = 1.0 \times 10^5 \text{ (公斤/米}^2\text{)}.$$

摩阻系数  $\zeta$  可用经验公式计算

$$\zeta = \frac{0.0084}{D^{0.4}}. \quad (55)$$

经计算,  $\zeta = 0.012$ ;  $T_{P(0)} = 0.3$  (秒/米);  $A = 0.3564 \times 10^{-10}$  (米<sup>6</sup>·秒/公斤<sup>3</sup>);  $\alpha_1 = 9.45 \times 10^{-1}$  (1/秒);  $\alpha_2 = 2.33 \times 10^{-3}$  (1/ $\sqrt{\text{秒}}$ ); 频率特性  $W_{(j\omega)}$  的计算结果示于图 2; 动态响应过程的计算结果示于图 3。

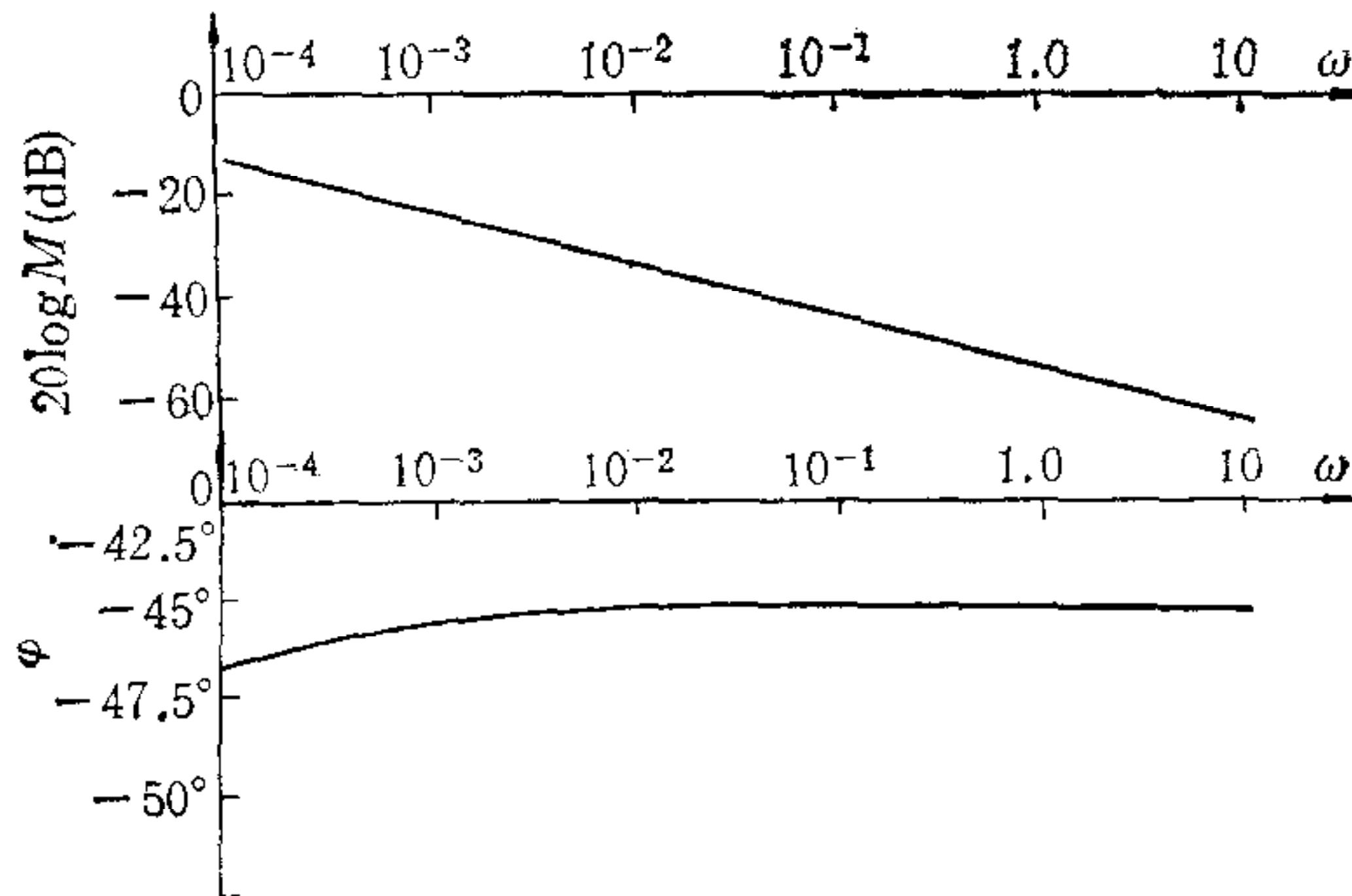
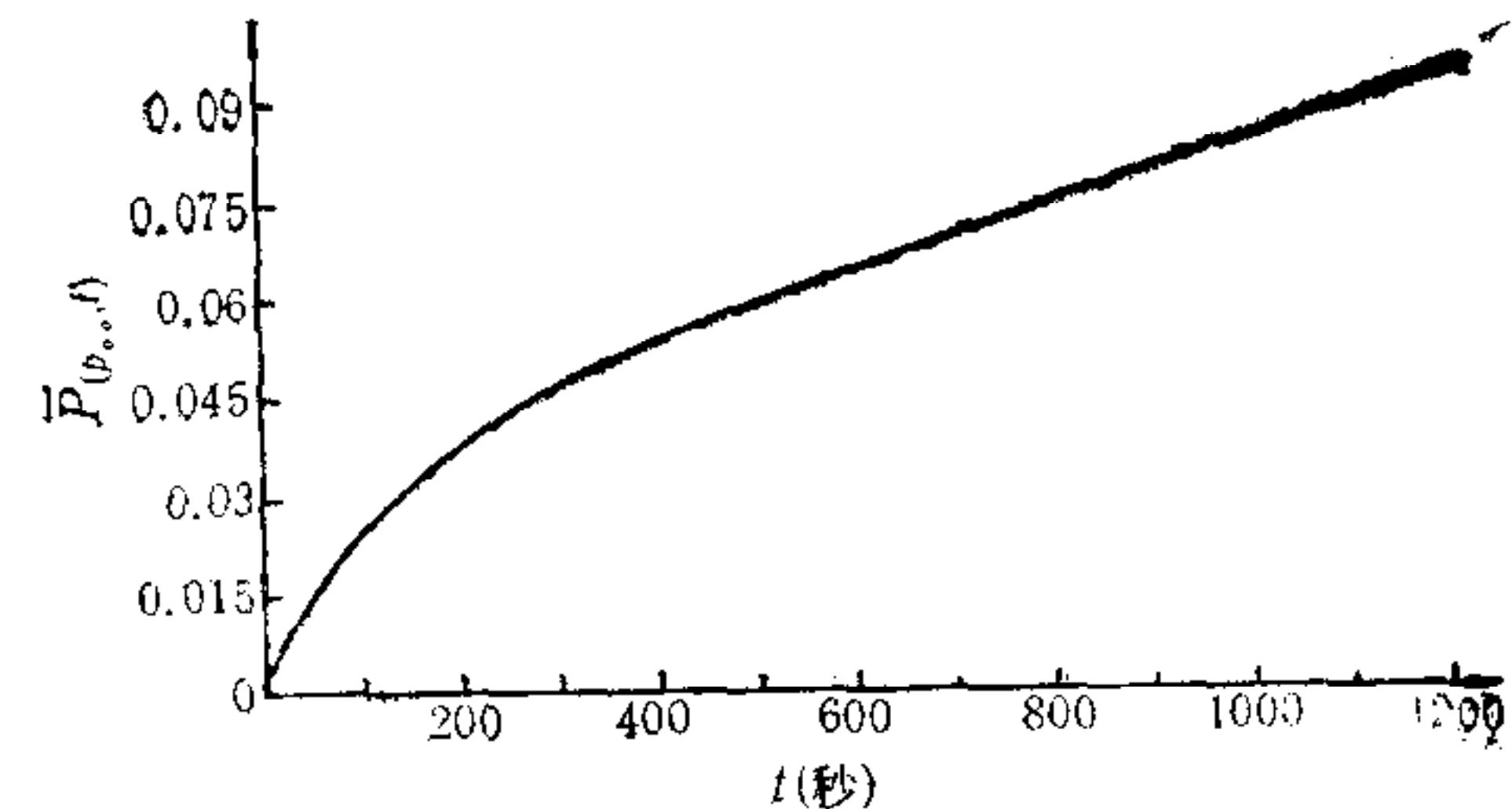


图 2 长距离输气管线管首的频率特性

图 3 管首的动态特性(给定管首流量扰动为  $\bar{Q}_{(P_00,t)} = 1$ )

从图 3 可看到, 当首端流量有一阶跃扰动输入时, 首端压力在动态过程的初始段变化很快, 以后随着时间  $t$  的增长而趋于平缓。当  $t = 0$  时刻的瞬间, 首端压力的变化率为无穷大, 此点可由(54)式的微分加以说明。公式(54)对时间  $t$  求导可得到

$$\frac{d\bar{P}_{(P_00,t)}}{dt} = \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{\sqrt{\pi}} \cdot t^{-\frac{1}{2}}. \quad (56)$$

当  $t = 0$  时刻, 其导数值为无穷大。

压力调节器  $K = 1$  时, 系统开环频率特性的  $W_{\text{开}(j\omega)}$  示于图 4。

对于整个闭环控制系统, 在管首压力的给定值  $\bar{P}_{(P_00,t)}^*$ , 有一阶跃输入时, 管首压力动态响应的计算结果示于图 5。由图 5 可看出, 当压力调节器放大倍数  $K$  选择适当时, 动态过

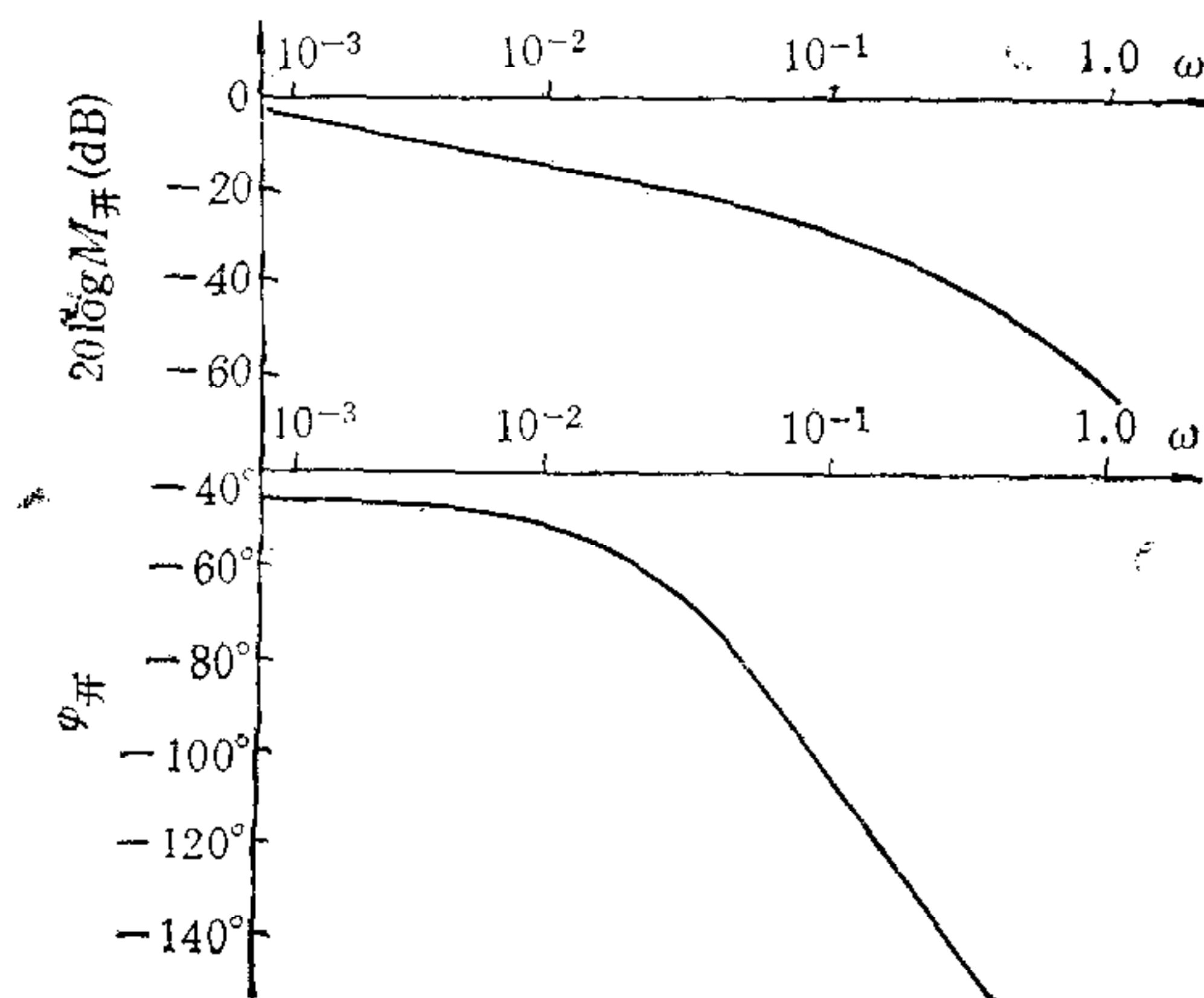
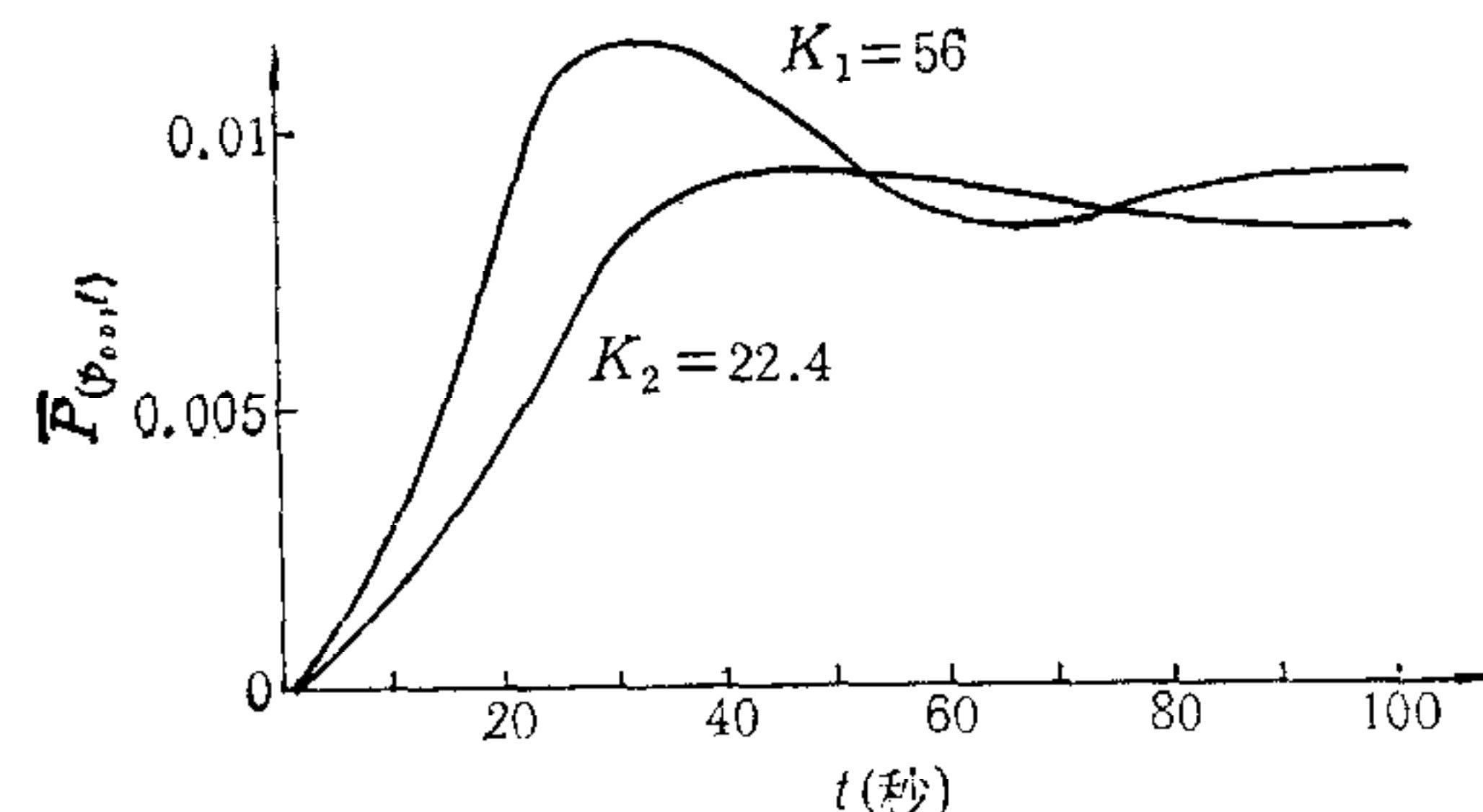


图 4 长距离输气管线增压站控制系统的开环频率特性

图 5 长距离输气管线管首压力的动态过程(给定值  $\bar{P}_{(P_00,t)}^* = 0.01$ )

程初始段的响应速度很快。 $t = 100$  秒时,管首压力达到输入给定值的 85% 以上。

从以上实例分析可看到,增压站控制系统的开环频率特性起主导作用的是  $\omega = 0.1$  附近的频率特性。对输气管线这一分布参数调节对象而言,是高频特性。实际计算和误差分析结果表明,当  $\omega = 0.01$  时,误差均不大于 5%;当  $\omega > 0.01$  时,随着  $\omega$  的增加,误差会进一步减小。因此,用公式(51)和(54)描述输气管线的动态特性和频率特性,在动态过程的初始阶段和频率特性的高频段是非常准确的。这正是本文所用方法的突出优点。

### 参 考 文 献

- [1] 倪维斗,用分段方法和差分方法对长输气管线动态特性的研究,自动化技术,第 2 期(1979), p 1—21.
- [2] 倪维斗,长输气管线动态特性的解析分析及其工程应用,仪器仪表学报,第一卷(1980)第 2 期, p 1—22.
- [3] 南京工学院数学教研组,数学物理方程与特殊函数,第二版,高等教育出版社,北京,1984 年, p 101—128.

## MODELLING OF DISTRIBUTIVE PARAMETERS FOR LONG GAS PIPELINES AND ITS ENGINEERING APPLICATION

LU ZEHUA

(*Qinghua University*)

### ABSTRACT

This paper presents a new method that deals with a regulation object with distributive parameters, such as a long gas pipeline, by use of transfer functions. The long gas pipelines supply compressible natural gas, therefore, the differential equations describing their dynamic responses are quite complicated. With the new method, the distributive parameters are transformed from time to frequency domain by Laplace transformation, then the resulted differential equations-Bessel equations are directly resolved to obtain transfer functions describing the dynamic responses of a regulated object with distributive parameters. The transfer functions obtained are adapted into simple forms convenient for engineering applications, and the frequency characteristics and dynamic response of the object are worked out.

**Key words** ——Pipeline; parameter; modelling.