

# 一种多变量隐式极点配置自校正 控制器及其应用<sup>1)</sup>

柴天佑  
(东北工学院)

## 摘 要

本文提出了一种极点配置自校正控制器。该控制器不仅能控制开环不稳定或非最小相位系统,而且能控制具有任意、未知或变化传输延时结构的多变量系统。该控制器采用隐式方式来实现即利用输入输出数据直接辨识控制器的参数。这样不仅避免在线解矩阵方程,而且增加算法的鲁棒性。仿真和实时控制多变量电加热系统的结果表明该控制器具有好的控制性能。

**关键词**——极点配置;自校正控制器;非最小相位系统;多变量系统;隐式算法。

## 一、前 言

基于最小方差和广义最小方差控制策略的多变量自校正调节器<sup>[1]</sup>和控制器<sup>[2]</sup>只能控制具有已知相同传输延时的多变量系统,文[3]使用系统的交互矩阵提出了可以控制具有任意传输延时的多变量系统的自适应控制器,但缺少稳定性和收敛性分析。文[4]提出可以控制具有任意交互矩阵的确定多变量系统的自适应算法,并建立了稳定性和收敛性分析。然而,上述算法要求预先知道系统的交互矩阵,有时实际系统很难满足上述假设。

解决上述问题的方法之一是采用多变量极点配置控制策略。多变量极点配置自校正调节器<sup>[5]</sup>和控制器<sup>[6]</sup>相继提出来控制具有任意、未知或变化传输延时结构的多变量系统,即控制具有任意、未知或变化交互矩阵的多变量系统。这种自适应控制方案易于被现场控制工程师接受,具有广泛应用前景。但是,当控制非最小相位系统时,这种控制方案只能采用显式方式来实现,需要在线解伪交换矩阵方程和 Diophantine 矩阵方程来校正控制器的参数,计算复杂影响了它的应用。

本文提出了一种隐式多变量极点配置自校正控制器,给出了用该控制器来控制一个具有变传输延时结构的开环不稳定、非最小相位多变量系统的仿真研究结果和实时自校正控制双输入双输出电加热炉的实验研究结果。

## 二、极点配置控制器

设被控多输入多输出系统可用下列线性向量差分方程来描述:

本文于1987年1月13日收到。

1) 国家自然科学基金项目。

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = z^{-k}B(z^{-1})\mathbf{u}(t). \quad (1)$$

式中  $\mathbf{u}$  和  $\mathbf{y}$  分别表示  $n$  维输入和输出向量,  $k$  表示系统最小的传输延时,  $A$  和  $B$  是单位后移算子  $z^{-1}$  的多项式矩阵:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= I + A_1 z^{-1} + \dots + A_{n_a} z^{-n_a}, \\ B(z^{-1}) &= B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_{n_b} z^{-n_b}. \end{aligned}$$

假设系统(1)是可控可观的且可控性指数与可观性指数相等, 为  $n_a$ ,  $A$  与  $B$  左互质.

引入多项式矩阵  $\bar{B}(z^{-1})$  和  $\bar{A}(z^{-1})$ , 使其满足下式:

$$A(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) = B(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}), \quad (2)$$

式中  $\det \bar{B}(z^{-1}) = \det B(z^{-1})$ , 且  $\bar{B}(0) = B(0)$ . 由文[5]和文[7]知  $\bar{B}$  和  $\bar{A}$  存在, 其阶次为  $n_b$  和  $n_a$ . 这样系统(1)可以描述为

$$\bar{A}(z^{-1})\bar{B}(z^{-1})^{-1}\mathbf{y}(t) = z^{-k}\mathbf{u}(t). \quad (3)$$

如图 1 所示, 引入控制器方程

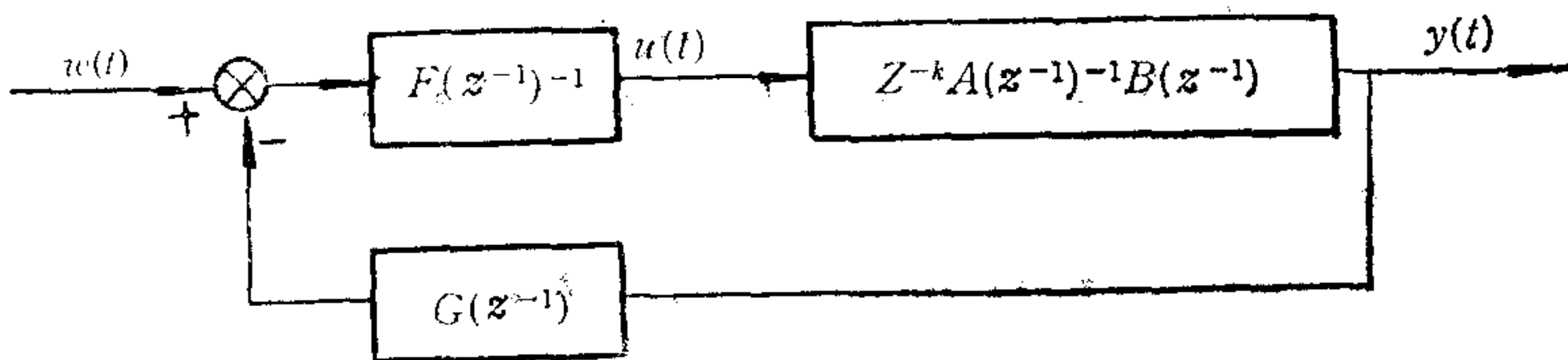


图 1 控制器方框图

$$F(z^{-1})\mathbf{u}(t) = H(z^{-1})\mathbf{w}(t) - G(z^{-1})\mathbf{y}(t), \quad (4)$$

式中  $F$ 、 $H$  和  $G$  是  $z^{-1}$  的多项式矩阵:

$$\begin{aligned} F(z^{-1}) &= I + F_1 z^{-1} + \dots + F_{n_f} z^{-n_f}, \\ H(z^{-1}) &= H_0 + H_1 z^{-1} + \dots + H_{n_h} z^{-n_h}, \\ G(z^{-1}) &= G_0 + G_1 z^{-1} + \dots + G_{n_g} z^{-n_g}. \end{aligned}$$

$\mathbf{w}(t)$  是  $n$  维已知时变参考输入向量. 由(3)式和(4)式可得系统的闭环方程为

$$\mathbf{y}(t) = \bar{B}(z^{-1})[\bar{F}(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1})\bar{B}(z^{-1})]^{-1}H(z^{-1})\mathbf{w}(t-k), \quad (5)$$

$F$  和  $G$  由下式确定:

$$F(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) = T(z^{-1}), \quad (6)$$

式中  $T(z^{-1})$  是稳定的对角矩阵多项式, 由设计者选择,  $\det T(z^{-1})$  的零点是理想的闭环极点. 为使方程(6)有唯一解,  $F$ 、 $G$  和  $T$  的阶次由下式确定:

$$n_f = k - 1 + n_b, \quad n_g = n_a - 1, \quad n_t \leq n_a + n_b + k - 1.$$

由(6)式求控制器参数  $F$  和  $G$  就是解下列矩阵方程:

$$[F_1, \dots, F_{n_f}, G_0, \dots, G_{n_g}] \begin{bmatrix} I & \bar{A}_1 \cdots \bar{A}_{n_a} \\ & I & \bar{A}_1 \cdots \bar{A}_{n_a} \\ 0 \cdots 0 & \bar{B}_0 \cdots \bar{B}_{n_b} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\bar{B}_0 \cdots \bar{B}_{n_b}} \end{bmatrix} \begin{matrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} I & \bar{A}_1 \cdots \bar{A}_{n_a} \\ & I & \bar{A}_1 \cdots \bar{A}_{n_a} \\ 0 \cdots 0 & \bar{B}_0 \cdots \bar{B}_{n_b} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\bar{B}_0 \cdots \bar{B}_{n_b}} \end{bmatrix}} \right\} (n_b + k - 1)n \\ \\ \left. \vphantom{\begin{bmatrix} I & \bar{A}_1 \cdots \bar{A}_{n_a} \\ & I & \bar{A}_1 \cdots \bar{A}_{n_a} \\ 0 \cdots 0 & \bar{B}_0 \cdots \bar{B}_{n_b} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\bar{B}_0 \cdots \bar{B}_{n_b}} \end{bmatrix}} \right\} n_a n \\ \\ \left. \vphantom{\begin{bmatrix} I & \bar{A}_1 \cdots \bar{A}_{n_a} \\ & I & \bar{A}_1 \cdots \bar{A}_{n_a} \\ 0 \cdots 0 & \bar{B}_0 \cdots \bar{B}_{n_b} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\bar{B}_0 \cdots \bar{B}_{n_b}} \end{bmatrix}} \right\} (n_a + n_b + k - 1)n \end{matrix}$$

$$= [T_1, \dots, T_{n_t}] - [\bar{A}_1, \dots, \bar{A}_{n_a}, 0, \dots, 0]. \quad (7)$$

(7)式有解的充要条件是(7)式左边的方阵非奇异. 系统(3)满足上述条件<sup>[5]</sup>.

由(5)式和(6)式知: 为了消除稳态跟踪误差实现静态解耦 $H$ 应选为

$$H = T(1)\bar{B}(1)^{-1}. \quad (8)$$

当系统的最小传输延时 $k$ 未知时, 可以取 $k = 1$ . 由于该控制器不要求 $B(0)$ 非奇异, 因此它可以控制具有任意、未知和变化的延时结构的多变量系统.

### 三、隐式自校正控制算法

当系统(1)的参数未知或缓慢变化时, 可以采用自校正控制. 隐式自校正控制方案直接辨识控制器参数, 然后求控制输入. 为了采用隐式方案, 首先必须求控制器参数的辨识方程.

引入多项式矩阵 $U(z^{-1})$ 和 $V(z^{-1})$ , 使其满足

$$U(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + z^{-k}V(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) = I, \quad (9)$$

式中 $U(0) = V(0) = I$ ,  $U(z^{-1})$ 和 $V(z^{-1})$ 的阶次为

$$n_u = n_b + k, \quad n_v = n_a.$$

以 $U(z^{-1})$ 左乘(3)式并使用(9)式可得:

$$\bar{B}(z^{-1})^{-1}\mathbf{y}(t) = V(z^{-1})\mathbf{y}(t-k) + U(z^{-1})\mathbf{u}(t-k), \quad (10)$$

$F(z^{-1})$ 左乘(3)式并使用(6)式得:

$$T(z^{-1})\bar{B}(z^{-1})^{-1}\mathbf{y}(t) = G(z^{-1})\mathbf{y}(t-k) + F(z^{-1})\mathbf{u}(t-k). \quad (11)$$

使用(10)和(11)可得控制器参数的辨识方程:

$$\begin{aligned} T(z^{-1})\mathbf{y}(t) + T^*(z^{-1})\mathbf{u}(t) &= G(z^{-1})\mathbf{y}(t) + F^*(z^{-1})\mathbf{u}(t) \\ &\quad - T(z^{-1})V^*(z^{-1})\mathbf{y}(t) - T(z^{-1})U^*(z^{-1})\mathbf{u}(t), \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $T^*(z^{-1}) = T(z^{-1}) - I = T_1z^{-1} + \dots + T_{n_t}z^{-n_t} = \text{diag}(T_{ii}^*(z^{-1}))$ ;  $F^*(z^{-1}) = F(z^{-1}) - I$ ;  $V^*(z^{-1}) = V(z^{-1}) - I$ ;  $U^*(z^{-1}) = U(z^{-1}) - I$ .

定义数据向量 $\mathbf{x}_i(t)$ 为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(t) &= [y(t)^T, \mathbf{y}(t-1)^T, \dots; \mathbf{u}(t-1)^T, \mathbf{u}(t-2)^T, \dots; -T_{ii}(z^{-1})\mathbf{y}(t-1)^T, \\ &\quad -T_{ii}(z^{-1})\mathbf{y}(t-2)^T, \dots; -T_{ii}(z^{-1})\mathbf{u}(t-1)^T, \\ &\quad -T_{ii}(z^{-1})\mathbf{u}(t-2)^T, \dots; ], \end{aligned}$$

定义参数矩阵 $\Theta$ 为

$$\Theta = [\theta_1, \dots, \theta_n] = [G_0, G_1, \dots; F_1, F_2, \dots; V_1, V_2, \dots; U_1, U_2, \dots; ]^T,$$

其中列向量 $\theta_i$ 为

$\theta_i = [g_{i1}^0, \dots, g_{in}^0; g_{i1}^1, \dots, g_{in}^1; \dots; f_{i1}^1, \dots, f_{in}^1; \dots; v_{i1}^1, \dots, v_{in}^1; \dots; u_{i1}^1, \dots, u_{in}^1; \dots; ]^T$ , 于是(12)式可以写成

$$\phi_i(t) = \mathbf{x}_i(t)\theta_i, \quad (i = 1, \dots, n).$$

式中 $\phi_i(t) = T_{ii}(z^{-1})y_i(t) + T_{ii}^*(z^{-1})u_i(t)$ . 参数矩阵 $\Theta$ 可以采用下列递推最小二乘估计算法来辨识:

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + K_i(t)(\phi_i(t) - \mathbf{x}_i(t)\hat{\theta}_i(t-1)), \quad (13)$$

$$K_i(t) = P_i(t-1)\mathbf{x}_i(t)^T(\beta_i + \mathbf{x}_i(t)P_i(t-1)\mathbf{x}_i(t)^T)^{-1}, \quad (14)$$

$$P_i(t) = (P_i(t-1) - K_i(t)\mathbf{x}_i(t)P_i(t-1))/\beta_i, (i = 1, \dots, n). \quad (15)$$

由(6)式可得:

$$F(1)\bar{A}(1)\bar{B}(1)^{-1} + G(1) = T(1)\bar{B}(1)^{-1}, \quad (16)$$

由(9)式可得:

$$U(1)\bar{A}(1)\bar{B}(1)^{-1} + V(1) = \bar{B}(1)^{-1}. \quad (17)$$

由(8)、(16)和(17)式可得采用控制器参数来校正 $H$ 的方程:

$$H = T(1)(T(1) - F(1)U(1)^{-1})^{-1}(G(1) - F(1)U(1)^{-1}V(1)). \quad (18)$$

自校正控制算法:

- (1) 取新的输出  $\mathbf{y}(t)$  及参考输入  $\mathbf{w}(t)$ ;
- (2) 形成数据向量  $\mathbf{x}_i(t)$  和  $\phi_i(t)$ ;
- (3) 使用辨识算法(13)–(15)来校正控制器参数  $\Theta$ ;
- (4) 利用下式求新的控制输入  $\mathbf{u}(t)$ :

$$\mathbf{u}(t) = H\mathbf{w}(t) - G(z^{-1})\mathbf{y}(t) - F^*(z^{-1})\mathbf{u}(t),$$

式中 $H$ 由(18)式给出.

上述算法中需要辨识 $U$ 和 $V$ ,然而可以使用控制器参数 $F$ 、 $G$ 和 $U$ 、 $V$ 来在线校正 $H$ . 另外,上述自校正算法以极点配置控制策略为基础,采用类似文[8]的方法可以证明多变量极点配置控制器也具有鲁棒性. 隐式自校正控制算法避免在线解伪交换方程(2)和 Diophantine 方程(6),从而避免处理病态方程,增加了算法的鲁棒性. 从下面给出的实验例子也能看到隐式极点配置自校正算法具有强的鲁棒性.

## 四、实 验

### 1. 仿真实验

仿真所用的多输入多输出系统模型如下:

$$\mathbf{y}(t) = A_1\mathbf{y}(t-1) + B_0\mathbf{u}(t-1) + B_1\mathbf{u}(t-2), \quad (19)$$

式中  $A_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.5 \\ -0.5 & 0.2 \end{bmatrix}; B_0 = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$

当  $t = 175$  时,  $B_0$  变化为  $\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix}$ . 原系统的交互矩阵  $\xi(z) = zI$ , 现在系统的交

互矩阵  $\xi(z) = \begin{bmatrix} z & 0 \\ -1.25z^2 & z^2 \end{bmatrix}$ , 显然系统的延时结构发生变化. 这时系统是开环不稳定

而且是非最小相位系统. 选择  $T(z^{-1})$  满足下式:

$$T(z^{-1}) = I + \begin{bmatrix} -0.6z^{-1} & 0 \\ 0 & -0.6z^{-1} \end{bmatrix},$$

控制器参数初值选择如下:  $G_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}$ , 其余全部选为零;  $G$ 、 $F$ 、 $V$  和  $U$  的阶次

选为  $n_f = n_v = 1, n_g = 0, n_u = 2$ . 图 2 表示采用本文算法控制系统(19)时系统的输入

输出向量。仿真结果表明：本算法控制变延时结构的多变量系统时不仅具有好的控制性能而且控制器参数很快收敛到所要求的值。

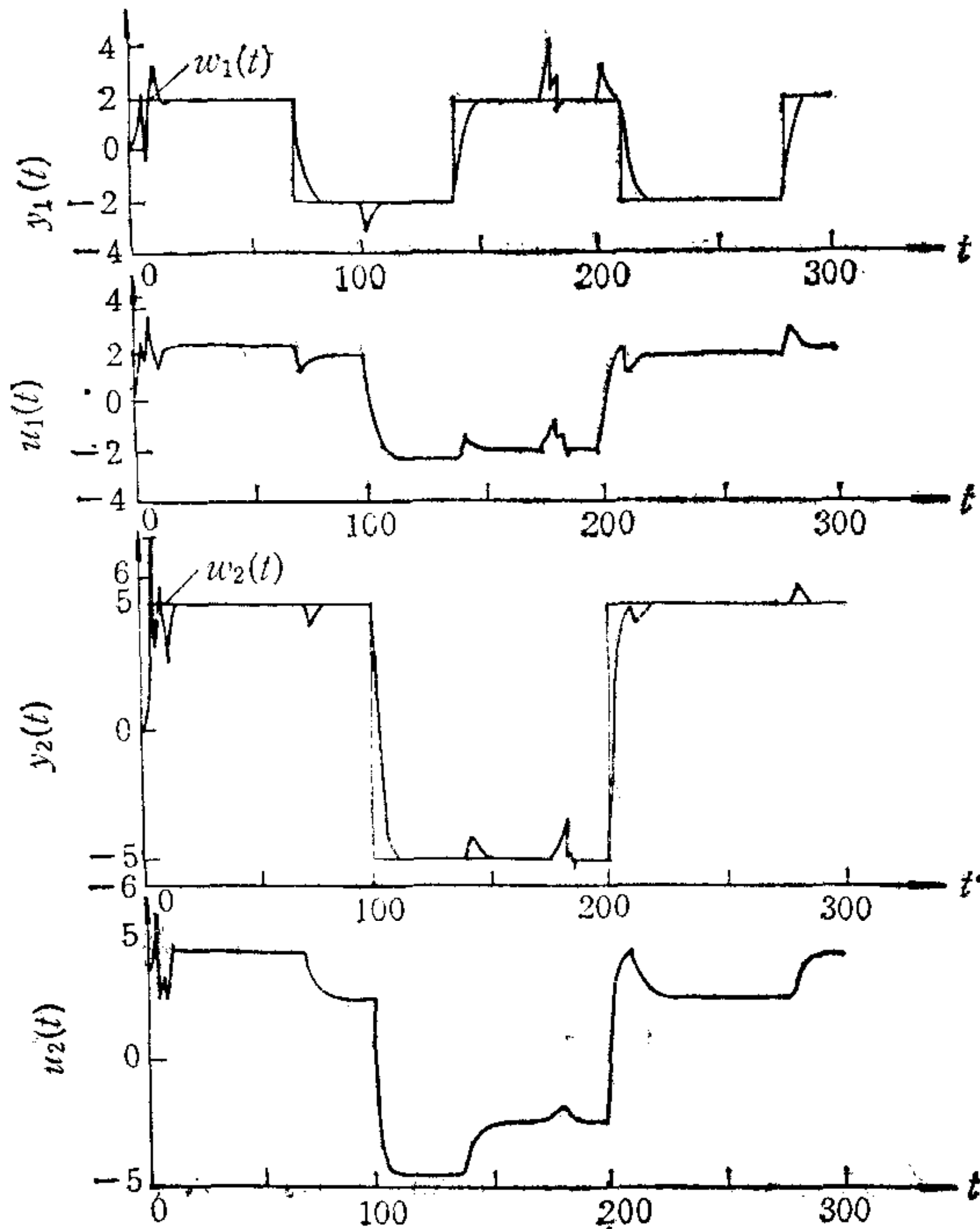


图2 参考输入为  $w_1, w_2$ ; 输入为  $u_1, u_2$ ; 输出为  $y_1, y_2$

机同电加热炉组成了一个自适应控温系统。输入模拟量是热电偶测得经过温度变送器转换的 0—5V 电压信号，计算机输出的控制信号的数字量经过模出通道转换成 0—10mA 的电流信号，然后去控制向电热丝供电的可控硅调功器。

当采样周期为 20 秒时，辨识的电加热炉模型是：

$$\mathbf{y}(t) = A_1 \mathbf{y}(t-1) + A_2 \mathbf{y}(t-2) + B_0 \mathbf{u}(t-2) + B_1 \mathbf{u}(t-3). \quad (20)$$

式中，

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.7319 & -0.02 \\ 0.024 & 0.8461 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.2518 & 0.036 \\ -0.064 & 0.105 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0.04 & 0.0056 \\ -0.01 & 0.03 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.051 & 0.007 \\ 0.001 & 0.023 \end{bmatrix}.$$

其中  $\mathbf{y}$  和  $\mathbf{u}$  是两维向量，分别表示 A/D 转换器的输出值和 D/A 转换器的输入值。实际加热系统是高阶模型，为了使算法简化，采用二阶模型(20)来描述电加热系统。理想闭环极点选为

$$T(z^{-1}) = I + \begin{bmatrix} 0.6z^{-1} & 0 \\ 0 & 0.6z^{-1} \end{bmatrix}.$$

图3为隐式极点配置自校正控制器控温时的温度输出曲线。实验结果表明：采用自校正控制算法不仅使炉温的波动值减少为  $\pm 1^\circ\text{C}$ ，而且使炉内两段温度的相互影响大大减少。

## 2. 自校正控制多变量电加热炉

作者采用本文提出的隐式极点配置自校正控制器来控制高温实验室的电加热炉。双输入双输出电加热炉用于加热金属材料，工艺要求炉温长期稳定在设定值  $\pm 4^\circ\text{C}$  之内。炉子上部和下部各有一组电热丝和测温热电偶。由于两组炉丝靠得很近，因此存在严重的耦合。当炉内一段温度设定值改变或者受到干扰变化时，虽然另一段温度设定值不变，但这段炉温却发生大的变化。另外，由于电网电压波动等原因，电加热炉模型参数是时变的。采用两个模拟 PID 调节器控温时，温度波动较大，有时达  $\pm 5^\circ\text{C}$  以上。因此采用自校正控制算法控制电加热炉是合适的。

作者采用 IBM PC 微型计算机

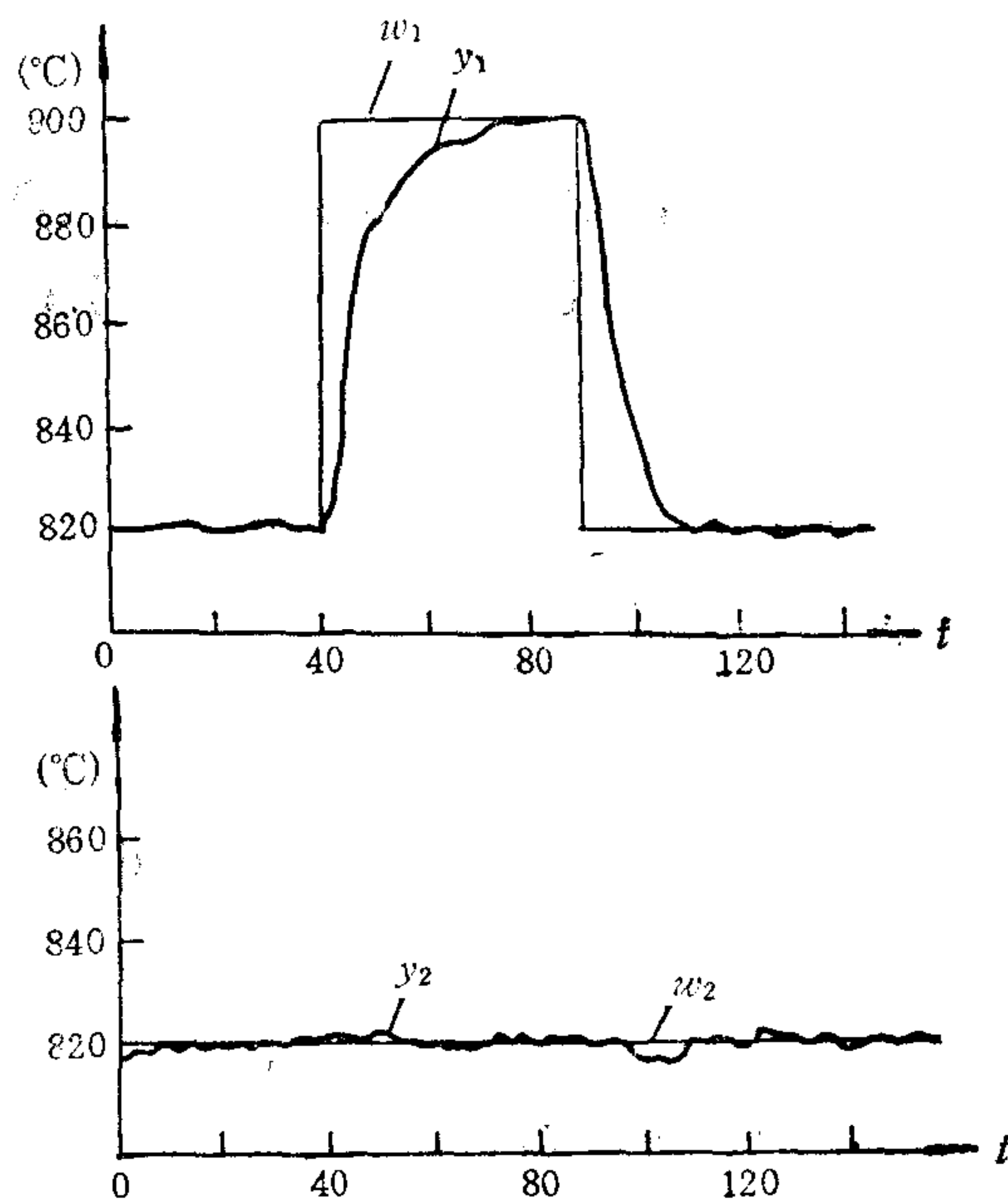


图3 温度设定值为  $w_1, w_2$ ; 输出为  $y_1, y_2$

实验还表明该控制算法具有强的鲁棒性。

## 五、结 论

本文提出的多变量隐式极点配置自校正控制器具有下列优点：1)可以自适应配置闭环极点和实现自适应解耦；2)可以控制具有任意、未知及变化的延时结构的多变量系统；3)可以控制开环不稳定或非最小相位系统；4)可以跟踪时变的参考输入信号；5)直接利用输入输出数据辨识控制器参数避免在线解伪交换矩阵方程和 Diophantine 矩阵方程，从而使算法简化，鲁棒性加强。

## 参 考 文 献

- [1] Borisson, U., Self-tuning Regulators for a Class of Multivariable Systems, *Automatica*, 15(1979), 209—215.
- [2] Koivo, H. N., A Multivariable Self-tuning Controller, *Automatica*, 16 (1980), 351—366.
- [3] Dugard, L., Goodwin, G. C. and Xianya, X., The Role of the Interactor Matrix in Multivariable Stochastic Adaptive Control, *Automatica*, 20(1984), 701—709.
- [4] 柴天佑, Global Convergence for Self-tuning Controller in the Case of Multivariable Systems Having a General Interactor Matrix. Proc. 26th IEEE Conference on Decision and Control, Los Angeles, USA.
- [5] Prager, D. L. and Wellstead, P. E., Multivariable Pole-assignment Self-tuning Regulators, *Proc. IEEE*, 128 (1980), 9—18.
- [6] 郎世俊, 顾兴源, 柴天佑, A Multivariable Decoupling Pole-zero Placement Self-tuning Controller. Proc. the IFAC/IFORS Conference on Control Science and Technology for Development, Beijing, PRC.
- [7] Wolovich, W. A., Linear Multivariable Systems, New York: Springer-Verlag, 1974, 159.
- [8] Astrom, K. J., Robustness of a Design Method Based on Assignment of Poles and Zeros, *IEEE Trans. Automat. Control*, AC-25(1980), 588—591.

# A MULTIVARIABLE IMPLICIT POLE ASSIGNMENT SELF-TUNING CONTROLLER AND ITS APPLICATIONS

CHAI TIANYOU

(*Northeast University of Technology*)

## ABSTRACT

In this paper, a pole assignment self-tuning controller is presented. It not only can control unstable and/or nonminimum phase systems but also the multivariable system with arbitrary unknown and/or varying time delay structure. It is implemented by the implicit scheme, i.e., the input output data can be used to directly identify the controller parameters. It avoids the solving of matrix equations on line and improves the robustness of the algorithm proposed. The results of simulation and control for a multivariable electrically heated system in real time show that this controller has good performances.

**Key words** — Pole assignment; self-tuning controller; nonminimum phase systems; multivariable systems; implicit algorithm.