第15卷 第5期 自动化学报 Vol. 15, No. 5
1989年9月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sept., 1989

非线性动态环境经济投入产出模型及其递阶优化

达庆利 徐南荣 何建敏
(南京工学院)

摘 要

本文提出非线性动态环境经济投入产出模型及其递阶优化方法. 理论分析和实例计算表明本文模型考虑的因素较为全面,递阶优化方法有效地提高了计算效率,从而为环境经济规划提供了有效的工具.

关键词: 大系统,环境-经济规划,递阶优化.

一、引 言

Leontief (1970) 在经济综合平衡投入产出模型中增加了污染物的发生和消除过程,首先提出了静态环境经济投入产出模型[1]. 此后,该模型被迅速地推广并获得了广泛的应用[2,3].

夏绍玮等(1984)在多年时延动态投入产出模型中引入投资决策变量,提出了一次性投资的非线性动态投入产出模型[4],该模型更为真实地反映了我国宏观经济控制过程.

本文笔者(1986)针对文献[4]中一次投资模型为基础的优化问题提出了一种递阶算法,有效地解决了这类高维非线性离散动态系统的优化问题[5].

在上述研究的基础之上,本文首先将文献[4]的模型加以推广,提出了具有多年时延的非线性动态环境经济投入产出模型. 接着利用文献[5]的递阶优化方法解决以所提模型为基础的优化问题. 最后以某一地区的水环境-经济最优规划为例说明了本文模型和递阶优化方法的使用.

二、模 型

根据环境和经济过程平衡关系容易得到如下方程:

1. 各生产部门产品的生产和使用平衡方程

$$\sum_{j=1}^{n} X_t^{ij} + \sum_{k=1}^{m} E_t^{ik} + \sum_{j=1}^{n} I_t^{ij} + \sum_{k=1}^{m} L_t^{ik} + Y_t^i = X_t^i,$$

本文于1987年2月9日收到.

$$(i=1,\ 2,\cdots,\ n). \tag{1}$$

式中 t 表示第 t 年值(下同)；n 和 m 分别为生产部门和污染治理部门的数目；X_t^i 为第 i 个生产部门的产量；Y_t^i 为第 i 个生产部门的最终净产品数量；X_t^{ij} 和 E_t^{ik} 分别为第 j 个生产部门和第 k 个污染治理部门所消耗的第 i 个生产部门的产品数；I_t^{ij} 和 L_t^{ik} 分别为第 j 个生产部门和第 k 个污染治理部门所用的第 i 个生产部门的投资产品.

2. 投资产品构成方程

$$I_t^{ij}=\sum_{\tau=1}^{K_1} I_{t\tau}^{ij},\ (i,j=1,\ 2,\cdots,\ n), \tag{2-1}$$

$$L_t^{ik}=\sum_{\tau=1}^{K_2} L_{t\tau}^{ik},\quad \begin{pmatrix} i=1,\ 2,\cdots,\ n \\ k=1,\ 2,\ \cdots,\ m \end{pmatrix}. \tag{2-2}$$

式中 $I_{t\tau}^{ij}$ 和 $L_{t\tau}^{ik}$ 分别为 I_t^{ij} 和 L_t^{ik} 中时延 τ 年生效的投资产品数；K_1和 K_2 分别为生产部门和污染治理部门投资生效的最长时延年数.

3. 增产产品和新增污染治理能力构成方程

$$X_t^j-X_{t-1}^j=\Delta X_t^j=\sum_{\tau=1}^{K_1}\Delta X_{t-\tau,\tau}^j,\ (j=1,\ 2,\cdots,\ n), \tag{3-1}$$

$$J_t^k-J_{t-1}^k=\Delta J_t^k=\sum_{\tau=1}^{K_2}\Delta J_{t-\tau,\tau}^k,\ (k=1,\ 2,\cdots,\ m). \tag{3-2}$$

式中 ΔX_t^j 为第 j 个生产部门的增产量；ΔJ_t^k 为第 k 个污染治理部门的新增治理能力；$\Delta X_{t-\tau,\tau}^j$ 和 $\Delta J_{t-\tau,\tau}^k$ 分别表示 ΔX_t^j 和 ΔJ_t^k 中由第 $t-\tau$ 年投资时延 τ 年生效所引起的部分.

4. 各种污染物形成方程

$$\sum_{j=1}^{n} P_t^{ij}+\sum_{k=1}^{m} F_t^{ik}+R_t^i=Q_t^i,\ (i=1,\ 2,\cdots,\ m). \tag{4}$$

式中 Q_t^i 为第 i 种污染物的排放总量；P_t^{ij} 和 F_t^{ik} 分别为第 j 个生产部门和第 k 个污染治理部门所产生的第 i 种污染物的数量；R_t^i 为最终需求领域所产生的第 i 种污染物数量.

5. 污染物排放量和允许排放量平衡方程

$$Q_t^i-S_t^i=O_t^i,\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ m), \tag{5-1}$$

$$S_t^i=\beta_t^i Q_t^i,\ (i=1,\ 2,\cdots,\ m). \tag{5-2}$$

式中 O_t^i、S_t^i 和 β_t^i 分别为第 i 种污染物的允许排放量、消除量和去除率.

引入生产部门投资决策系数[4]

$$V_{t-\tau,\tau}^j=\Delta X_{t-\tau,\tau}^j/\Delta X_t^j \tag{6-1}$$

和污染治理部门投资决策系数

$$U_{t-\tau,\tau}^k=\Delta J_{t-\tau,\tau}^k/\Delta J_t^k, \tag{6-2}$$

容易由(3)式和(6)式推出：

$$\sum_{\tau=1}^{K_1} V_{t-\tau,\tau}^j=1,\ 0\leqslant V_{t-\tau,\tau}^j\leqslant 1,\ (j=1,\ 2,\cdots,\ n), \tag{7-1}$$

$$\sum_{\tau=1}^{K_2} U_{t-\tau,\tau}^k = 1, \ 0 \leqslant U_{t-\tau,\tau}^k \leqslant 1, \ (k = 1, 2, \cdots, m). \tag{7-2}$$

再设生产部门的投资系数 $b_\tau^{ij} = I_{t\tau}^{ij}/\Delta X_{t\tau}^j$ 和污染治理部门投资系数 $d_\tau^{ij} = L_{t\tau}^{ij}/\Delta J_{t\tau}^j$. 此外,设生产部门直接消耗系数 $a_{ij} = X_t^{ij}/X_t^j$, 生产部门污染排放系数 $p_{ij} = P_t^{ij}/X_t^j$, 污染治理部门消耗系数 $e_{ij} = E_t^{ij}/S_t^j$, 和污染治理部门污染物发生系数 $f_{ij} = F_t^{ij}/S_t^j$. 利用上述符号定义以下矩阵和向量:

$$\begin{aligned}
&A = (a_{ij})_{n\times n}, \ E = (e_{ij})_{n\times m}, \ P = (p_{ij})_{m\times n}, \ F = (f_{ij})_{m\times m},\\
&B_\tau = (b_\tau^{ij})_{n\times n}, \ D_\tau = (d_\tau^{ij})_{n\times m}, \ \mathscr{B}_t = \mathrm{diag}\{\beta_t^i\}_{m\times m},\\
&V_{t\tau} = \mathrm{diag}\{V_{t\tau}^i\}_{n\times n}, \ U_{t\tau} = \mathrm{diag}\{U_{t\tau}^i\}_{m\times m}, \ \boldsymbol{x}_t = (X_t^i)_{n\times 1},\\
&\boldsymbol{y}_t = (Y_t^i)_{n\times 1}, \ \boldsymbol{j}_t = (J_t^i)_{m\times 1}, \ \boldsymbol{s}_t = (S_t^i)_{m\times 1},\\
&\boldsymbol{q}_t = (Q_t^i)_{m\times 1}, \ \boldsymbol{r}_t = (R_t^i)_{m\times 1}, \ \boldsymbol{o}_t = (O_t^i)_{m\times 1}
\end{aligned}$$

则由(1)—(6)式可得:

$$\begin{aligned}
A\boldsymbol{x}_t + ES_t + &\sum_{\tau=1}^{K_1} B_\tau V_{t\tau}(\boldsymbol{x}_{t+\tau} - \boldsymbol{x}_{t+\tau-1})\\
&+ \sum_{\tau=1}^{K_2} D_\tau U_{t\tau}(\boldsymbol{j}_{t+\tau} - \boldsymbol{j}_{t+\tau-1}) + \boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{x}_t,
\end{aligned} \tag{8}$$

$$P\boldsymbol{x}_t + F\boldsymbol{s}_t + \boldsymbol{r}_t = \boldsymbol{q}_t, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{q}_t - \boldsymbol{s}_t = \boldsymbol{o}_t, \tag{10-1}$$

$$\boldsymbol{s}_t = \mathscr{B}_t \boldsymbol{q}_t. \tag{10-2}$$

在治理能力得到充分利用的情况下,有

$$\boldsymbol{j}_t = \boldsymbol{s}_t. \tag{11}$$

利用(8)—(11)式可得

$$\begin{aligned}
&\sum_{\tau=1}^{K_1} B_\tau V_{t\tau}(\boldsymbol{x}_{t+\tau} - \boldsymbol{x}_{t+\tau-1}) + \sum_{\tau=1}^{K_2} D_\tau U_{t\tau}\bar{G}P(\boldsymbol{x}_{t+\tau} - \boldsymbol{x}_{t+\tau-1})\\
&\quad + \boldsymbol{y}_t - (I - A - E\bar{G}P)\boldsymbol{x}_t + \sum_{\tau=1}^{K_2} D_\tau U_{t\tau}\bar{G}[(\boldsymbol{r}_{t+\tau} - \boldsymbol{r}_{t+\tau-1})\\
&\quad - (\boldsymbol{o}_{t+\tau} - \boldsymbol{o}_{t+\tau-1})] + E\bar{G}(\boldsymbol{r}_t - \boldsymbol{o}_t) = 0,
\end{aligned} \tag{12}$$

式中 $\bar{G} = (I - F)^{-1}$. (12) 式即为具有多年时延的非线性动态环境经济投入产出模型.

三、最优化问题的提法

目标函数取作如下二次型:

$$f = \sum_{t=1}^{T} f_t = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(\|\boldsymbol{x}_t\|_{W_{xt}}^2 + \|\boldsymbol{y}_t - \boldsymbol{y}_t^d\|_{W_{yt}}^2), \tag{13}$$

式中 $\boldsymbol{y}_t^d$ 为最终净产品 $\boldsymbol{y}_t$ 的期望值;T 为规划目标年份; W_{xt} 和 W_{yt} 为正定对角权矩阵.

根据各变量的意义,约束条件(7)以及求解优化问题所必需的端点条件,容易将约束

条件统一写作如下形式[5]：

1. 不等式约束

$$x_t^m \leqslant x_t \leqslant x_t^M,\ y_t^m \leqslant y_t \leqslant y_t^M, \tag{14-1}$$

$$v_t^m \leqslant v_t \leqslant v_t^M, \tag{14-2}$$

$$u_t^m \leqslant u_t \leqslant u_t^M, \tag{14-3}$$

式中

$$v_t = (v_{t1}^T \vdots v_{t2}^T \vdots \cdots \vdots v_{tK_1}^T)^T,\ u_t = (u_{t1}^T \vdots u_{t2}^T \vdots \cdots \vdots u_{tK_2}^T)^T;$$

并且

$$v_{t\tau} = V_{t\tau} e_n,\ u_{t\tau} = U_{t\tau} e_m,\ e_n = (1, 1, \cdots, 1)_{n\times 1}^T,\ e_m = (1, 1, \cdots, 1)_{m\times 1}.$$

此外，上标"M"和"m"分别表示相应向量所允许的最大值和最小值，它们均由决策者给出.

2. 等式约束

$$\begin{cases} \sum_{\tau=1}^{K_1} v_{t-\tau,\tau} - e_n = 0, & t = 2, 3, \cdots, T+1, \\ v_{t-\tau,\tau} = v_{t-\tau,\tau}^{\circ}, \quad t-\tau < 1 \text{ 时}, \end{cases} \tag{15-1}$$

$$\sum_{\tau=t-T}^{K_1} v_{t-\tau,\tau} + b_{vt}^{\circ} - e_n = 0,\ t = T+2, \cdots, T+K_1, \tag{15-2}$$

$$\begin{cases} \sum_{\tau=1}^{K_2} u_{t-\tau,\tau} - e_m = 0, & t = 2, 3, \cdots, T+1, \\ u_{t-\tau,\tau} = u_{t-\tau,\tau}^{\circ}, \quad t-\tau < 1 \text{ 时}, \end{cases} \tag{16-1}$$

$$\sum_{\tau=t-T}^{K_2} u_{t-\tau,\tau} + b_{ut}^{\circ} - e_m = 0,\ t = T+2, \cdots, T+K_2, \tag{16-2}$$

$$x_t = D_{xt}^{\circ} x_T,\ t = T+1, \cdots, T+K_1, \tag{17-1}$$

并且

$$D_{xt}^{\circ} = \mathrm{diag}\{d_{xt}^{\circ 1}, d_{xt}^{\circ 2}, \cdots, d_{xt}^{\circ n}\}. \tag{17-2}$$

式中 $v_{t-\tau,\tau}^{\circ}$, $u_{t-\tau,\tau}^{\circ}$, b_{vt}°, b_{ut}° 和 D_{xt}° 均为由统计资料求得或由决策者给定的已知量.

要利用上述模型进行最优规划还必须给出 o_t 和 r_t 的计算方法：

1）o_t 由决策者规定的环境目标来决定.

2）设 r_t 与最终净产品总量呈指数关系，即

$$r_t = \Gamma_t(\bar{y}_t^{\alpha_1}, \bar{y}_t^{\alpha_2}, \cdots, \bar{y}_t^{\alpha_m})^T.$$

式中 $\Gamma_t = \mathrm{diag}\{\gamma_t^1, \gamma_t^2, \cdots, \gamma_t^m\}$, $\bar{y}_t = y_t^T e_n$, 且 Γ_t 和 α_1, α_2, $\cdots$, α_m 由统计资料决定. 考虑到优化问题的解 y_t^* 非常接近其期望值 y_t^d，为了简化问题的求解，将上式改写成

$$r_t = \Gamma_t[(\bar{y}_t^d)^{\alpha_1}, (\bar{y}_t^d)^{\alpha_2}, \cdots, (\bar{y}_t^d)^{\alpha_m}]^T, \tag{18}$$

式中 $\bar{y}_t^d = (y_t^d)^T e_n$. 根据上述计算方法可知，在求解优化问题时 o_t 和 r_t 均为事先确定的已知量.

于是，最优化问题(EEOPT)定义为：在满足动态方程(12)式和约束(14)—(17)式条件下，确定最优序列 x_t^*, y_t^*, v_t^* 和 $u_t^*(t = 1, 2, \cdots, T)$，使得目标函数(13)式为最

小．求解这一优化问题，就可以在保证实现环境目标和满足最终净需求的前提下，尽可能减少生产和环境治理投资，因而就能够提高投资效益，实现环境和经济协调发展．

四、递阶优化算法

引入投资决策预测变量 $\boldsymbol{v}_t^p$ 和 $\boldsymbol{u}_t^p(t=1,2,\cdots,T)$，以及附加等式约束

$$\boldsymbol{v}_t^p=\boldsymbol{v}_t,\ \boldsymbol{u}_t^p=\boldsymbol{u}_t,\ t=1,2,\cdots,T, \tag{19}$$

并且在目标函数(13)中增加罚项 $\frac{1}{2}\|\boldsymbol{v}_t-\boldsymbol{v}_t^p\|^2_{W_{vt}}$和$\frac{1}{2}\|\boldsymbol{u}_t-\boldsymbol{u}_t^p\|^2_{W_{ut}}$，便可得到与(EEOPT)相等价的问题 (PEEOPT)[5]．该等价问题的拉格朗日函数为：

$$\begin{aligned}
L=&\sum_{t=1}^{T}\Big\{f_t+\boldsymbol{\lambda}_t^T\Big[\sum_{\tau=1}^{K_1}B_\tau V_{t\tau}^p(\boldsymbol{x}_{t+\tau}-\boldsymbol{x}_{t+\tau-1})+\sum_{\tau=1}^{K_2}D_\tau U_{t\tau}^p\bar{G}P(\boldsymbol{x}_{t+\tau}\\
&-\boldsymbol{x}_{t+\tau-1})+\boldsymbol{y}_t-(I-A-E\bar{G}P)\boldsymbol{x}_t+\sum_{\tau=1}^{K_2}D_\tau U_{t\tau}^p\bar{G}(\boldsymbol{r}_{t+\tau}-\boldsymbol{r}_{t+\tau-1}\\
&-\boldsymbol{o}_{t+\tau}+\boldsymbol{o}_{t+\tau-1})+E\bar{G}(\boldsymbol{r}_t-\boldsymbol{o}_t)\Big]+\frac{1}{2}\|\boldsymbol{v}_t-\boldsymbol{v}_t^p\|^2_{W_{vt}}+\boldsymbol{\beta}_{vt}^T(\boldsymbol{v}_t\\
&-\boldsymbol{v}_t^p)+\frac{1}{2}\|\boldsymbol{u}_t-\boldsymbol{u}_t^p\|^2_{W_{ut}}+\boldsymbol{\beta}_{ut}^T(\boldsymbol{u}_t-\boldsymbol{u}_t^p)\Big\}+\sum_{t=2}^{T+1}\boldsymbol{\mu}_{vt}^T\\
&\times\Big(\sum_{\tau=1}^{K_1}\boldsymbol{v}_{t-\tau,\tau}-\boldsymbol{e}_n\Big)+\sum_{t=T+2}^{T+K_1}\boldsymbol{\mu}_{vt}^T\Big(\sum_{\tau=t-T}^{K_1}\boldsymbol{v}_{t-\tau,\tau}+\boldsymbol{b}_{vt}^\circ-\boldsymbol{e}_n\Big)+\sum_{t=2}^{T+1}\boldsymbol{\mu}_{ut}^T\\
&\times\sum_{\tau=1}^{K_2}\boldsymbol{u}_{t-\tau,\tau}-\boldsymbol{e}_m)+\sum_{t=T+2}^{T+K_2}\boldsymbol{\mu}_{ut}^T\Big(\sum_{\tau=t-T}^{K_2}\boldsymbol{u}_{t-\tau,\tau}+\boldsymbol{b}_{ut}^\circ-\boldsymbol{e}_m\Big),
\end{aligned}\tag{20}$$

式中 $\boldsymbol{\lambda}_t$、$\boldsymbol{\beta}_{vt}$、$\boldsymbol{\beta}_{ut}$、$\boldsymbol{\mu}_{vt}$ 和 $\boldsymbol{\mu}_{ut}$ 均为拉格朗日乘子向量．

主协调级(第三级)采用混合协调法，选择$\boldsymbol{v}_t^p$，$\boldsymbol{u}_t^p$，$\boldsymbol{\beta}_{vt}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_{ut}(t=1,2,\cdots,T)$为协调变量，由(20)式可得第二级的三个独立子问题 (SP1)、(SP2) 和 (SP3)：

(SP1) $\min\limits_{\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{y}_t}\sum_{t=1}^{T}f_t$

S. t. $\begin{cases}\sum_{\tau=1}^{K_1}H_{t\tau}\boldsymbol{x}_{t+\tau}+\boldsymbol{y}_t-G_t\boldsymbol{x}_t+\boldsymbol{c}_t=0\\ \text{(14-1), (17) 式且 } \boldsymbol{v}_t^p \text{ 和 } \boldsymbol{u}_t^p \text{ 由第三级给定.}\end{cases}$

式中，

$$\begin{cases}H_{t\tau}=B_\tau V_{t\tau}^p-B_{\tau+1}V_{t,\tau+1}^p+(D_\tau U_{t\tau}^p-D_{\tau+1}U_{t,\tau+1}^p)\bar{G}P,\\ B_\tau=0,\ \tau>K_1\text{ 时；}D_\tau=0,\ \tau>K_2\text{ 时}\end{cases}\tag{21-1}$$

$$G_t=I-A-E\bar{G}P+B_1V_{t1}^p+D_1U_{t1}^p\bar{G}P,\tag{21-2}$$

$$\boldsymbol{c}_t=\sum_{\tau=1}^{K_2}D_\tau U_{t\tau}^p\bar{G}(\boldsymbol{r}_{t+\tau}-\boldsymbol{r}_{t+\tau-1}-\boldsymbol{o}_{t+\tau}+\boldsymbol{o}_{t+\tau-1})+E\bar{G}(\boldsymbol{r}_t-\boldsymbol{o}_t).\tag{21-3}$$

(SP2) $\min\limits_{\boldsymbol{v}_t}\sum_{t=1}^{T}\left(\frac{1}{2}\|\boldsymbol{v}_t-\boldsymbol{v}_t^p\|^2_{W_{vt}}+\beta_{vt}^T\boldsymbol{v}_t\right)$

S. t. (15), (14-2)式且 $\boldsymbol{v}_t^p$ 和 β_{vt} 由第三级给定．

$$(\mathrm{SP3})\quad \min_{\boldsymbol{u}_t} \sum_{t=1}^{T}\left(\frac{1}{2}\|\boldsymbol{u}_t - \boldsymbol{u}_t^p\|^2_{W_{ut}} + \beta_{ut}^T \boldsymbol{u}_t\right)$$

$S.\ t.$ (16)，(14-3) 式且 $\boldsymbol{u}_t^p$ 和 $\boldsymbol{\beta}_{ut}$ 由第三级给定.

上述子问题中（SP1）与文献[5]中（SPI）基本相同，而（SP2）和（SP3）亦与该文献中（SPII）基本相同，于是第二级三个子问题的进一步分解协调可直接引用文献[5]的方法. 采用目标协调法，取 $\boldsymbol{\lambda}_t(t=1,\ 2,\ \cdots,\ T)$，$\boldsymbol{\mu}_{vt}(t=2,\ 3,\ \cdots,\ T+K_1)$ 和 $\boldsymbol{\mu}_{ut}(t=2,3,\cdots,T+K_2)$ 分别为（SP1）、（SP2）和（SP3）的协调变量，便可将各个子问题分解成各自第一级的 T 个独立子问题. 图 1 给出了该算法的三级递阶结构，图中无时间下标的量表示由各年份值合成的向量（下同）.

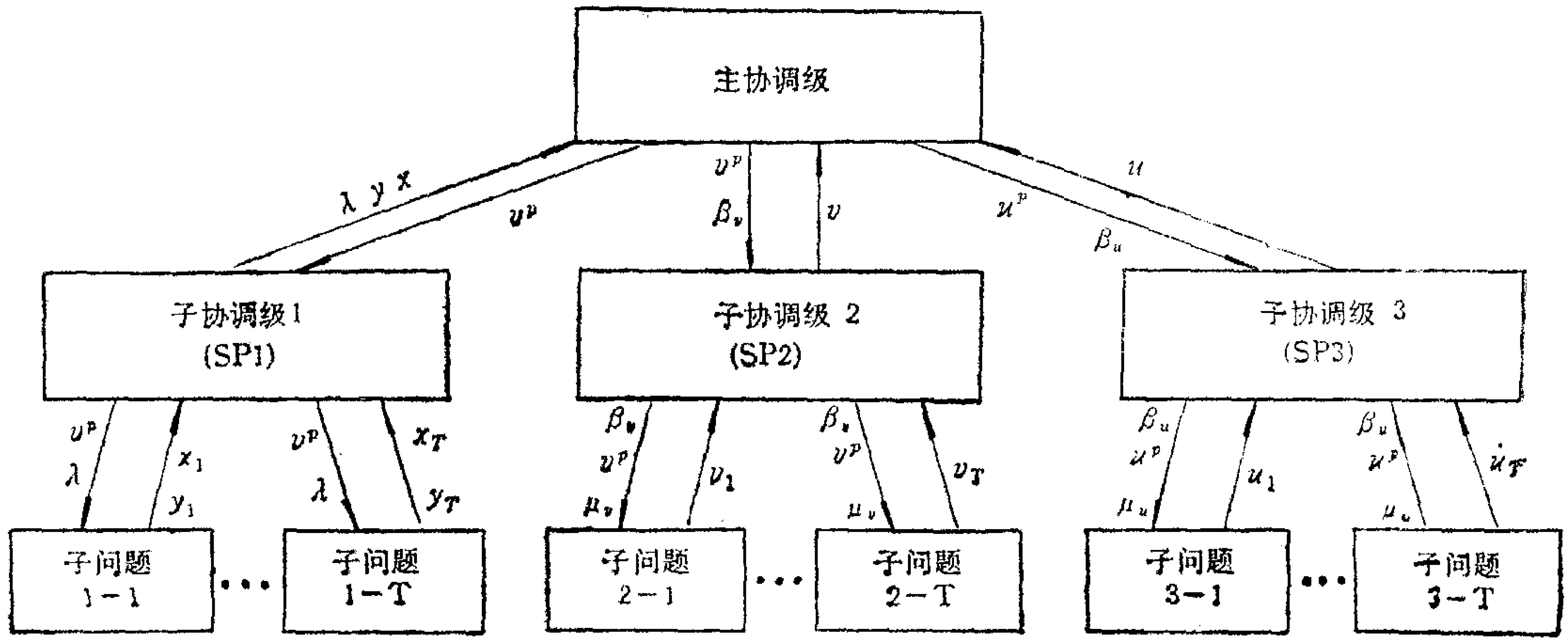

图 1　投资决策预测变量法的三级递阶结构

第一、二两级的分解协调算法参见文献[5]，本文不再讨论，下面仅讨论主协调级的协调算法. 将(20)式中与(12)式相应的项换成(8)式，则由改写后的(20)式得：

$$\begin{cases}\partial L/\partial \boldsymbol{v}_t^p = -W_{vt}(\boldsymbol{v}_t - \boldsymbol{v}_t^p) + \overline{B}_t^T\boldsymbol{\lambda}_t - \boldsymbol{\beta}_{vt} = 0, & (22\text{-}1)\\ \partial L/\partial \boldsymbol{\beta}_{vt} = \boldsymbol{v}_t - \boldsymbol{v}_t^p = 0, & (22\text{-}2)\\ \partial L/\partial \boldsymbol{u}_t^p = -W_{ut}(\boldsymbol{u}_t - \boldsymbol{u}_t^p) + \overline{D}_t^T\boldsymbol{\lambda}_t - \boldsymbol{\beta}_{ut} = 0, & (22\text{-}3)\\ \partial L/\partial \boldsymbol{\beta}_{ut} = \boldsymbol{u}_t - \boldsymbol{u}_t^p = 0,(t=1,\ 2,\cdots,\ T). & (22\text{-}4)\end{cases}$$

式中

$$\overline{\boldsymbol{B}}_t = (\overline{\boldsymbol{B}}_{t1} \vdots \overline{\boldsymbol{B}}_{t2} \vdots \cdots \vdots \overline{\boldsymbol{B}}_{tK_1}), \tag{23-1}$$

$$\overline{\boldsymbol{D}}_t = (\overline{\boldsymbol{D}}_{t1} \vdots \overline{\boldsymbol{D}}_{t2} \vdots \cdots \vdots \overline{\boldsymbol{D}}_{tK_2}), \tag{24-1}$$

并且

$$\overline{\boldsymbol{B}}_{t\tau} = \boldsymbol{B}_\tau \cdot \mathrm{diag}\{X_{t+\tau}^1 - X_{t+\tau-1}^1, \cdots, X_{t+\tau}^n - X_{t+\tau-1}^n\}, \tag{23-2}$$

$$\overline{\boldsymbol{D}}_{t\tau} = \boldsymbol{D}_\tau \cdot \mathrm{diag}\{S_{t+\tau}^1 - S_{t+\tau-1}^1, \cdots, S_{t+\tau}^m - S_{t+\tau-1}^m\}, \tag{24-2}$$

于是便得到了主协调级的直接迭代算法：

$$\begin{cases}\boldsymbol{v}_t^{p(L+1)} = \boldsymbol{v}_t^{(L)}, & (25\text{-}1)\\ \boldsymbol{u}_t^{p(L+1)} = \boldsymbol{u}_t^{(L)}, & (25\text{-}2)\\ \boldsymbol{\beta}_{vt}^{(L+1)} = [\overline{\boldsymbol{B}}_t^T\boldsymbol{\lambda}_t]^{(L)}, & (25\text{-}3)\\ \boldsymbol{\beta}_{ut}^{(L+1)} = [\overline{\boldsymbol{D}}_t^T\boldsymbol{\lambda}_t]^{(L)},\ (t=1,\ 2,\cdots,\ T). & (25\text{-}4)\end{cases}$$

(25-3)式和(25-4)式是从加速收敛考虑，以 $\boldsymbol{v}_t^{p(L+1)}$ 和 $\boldsymbol{u}_t^{p(L+1)}$ 取代 $\boldsymbol{v}_t^{p(L)}$ 和 $\boldsymbol{u}_t^{p(L)}$ 而得的.

根据上述推导，按下述步骤来计算第三节所提出的优化问题:

1) 给出初始投资决策向量 $\boldsymbol{v}_t^{p(0)}$, $\boldsymbol{u}_t^{p(0)}(t=1, 2, \cdots, T)$, 最大迭代次数 L^M 和允许误差 $\varepsilon>0$, 令 $L=0$.

2) 根据(21)式计算 $H_{t\tau}^{(L)}$、$G_t^{(L)}$ 和 $\boldsymbol{c}_t^{(L)}$,$(t=1, 2, \cdots, T;\ \tau=1,2,\cdots, \max\{K_1, K_2\})$.

3) 求解 $(\mathrm{SP1})^{(L)}$, 得 $\boldsymbol{x}^{(L)}$、$\boldsymbol{y}^{(L)}$ 和 $\boldsymbol{\lambda}^{(L)}$.

4) 根据(25-3)式和(25-4)式计算 $\boldsymbol{\beta}_v^{(L+1)}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_u^{(L+1)}$.

5) 求解 $(\mathrm{SP2})^{(L)}$ 和 $(\mathrm{SP3})^{(L)}$, 得 $\boldsymbol{v}^{(L)}$ 和 $\boldsymbol{u}^{(L)}$.

6) 若 $\|\boldsymbol{v}_t^{(L)}-\boldsymbol{v}_t^{p(L)}\|_2+\|\boldsymbol{u}_t^{(L)}-\boldsymbol{u}_t^{p(L)}\|_2\leqslant\varepsilon$, $t=1, 2, \cdots, T$, 则得最优解 $\boldsymbol{x}^*=\boldsymbol{x}^{(L)}$,$\boldsymbol{y}^*=\boldsymbol{y}^{(L)}$, $\boldsymbol{v}^*=\boldsymbol{v}^{p(L)}$ 和 $\boldsymbol{u}^*=\boldsymbol{u}^{p(L)}$, 算法终止,否则转 7).

7) 若 $L\geqslant L^M$, 得近似最优解 $\boldsymbol{x}^{(L)}$, $\boldsymbol{y}^{(L)}$, $\boldsymbol{v}^{p(L)}$ 和 $\boldsymbol{u}^{p(L)}$, 算法终止，否则转 8).

8) 令 $\boldsymbol{v}^{p(L+1)}=\boldsymbol{v}^{(L)}$, $\boldsymbol{u}^{p(L+1)}=\boldsymbol{u}^{(L)}$ 且 $L=L+1$,转 2).

五、算 例

利用本文方法研究某一地区水环境-经济最优规划问题. 先建立环境经济投入产出模型,其中污染物为水体中有机污染总量,用 COD (化学需氧量)来表示. 模型主要参数为: $n=4$, $m=1$, $K_1=3$, $K_2=2$,

$$A=\begin{pmatrix}0.328&0.171&0.243&0.175\\0.075&0.120&0.006&0.039\\0.014&0.007&0.008&0.009\\0.037&0.123&0.016&0.018\end{pmatrix},\quad B_1=\begin{pmatrix}0.853&0.154&0.680&0.432\\0.363&0.079&0.423&0.176\\0.201&0.049&0.142&0.103\\0.251&0.051&0.231&0.106\end{pmatrix},$$

$$B_2=\begin{pmatrix}0.787&0.204&0.693&0.652\\0.312&0.091&0.264&0.201\\0.110&0.083&0.132&0.095\\0.371&0.080&0.273&0.103\end{pmatrix},\quad B_3=\begin{pmatrix}0.675&0.221&0.491&0.762\\0.205&0.103&0.201&0.231\\0.105&0.097&0.099&0.151\\0.251&0.098&0.195&0.193\end{pmatrix},$$

$$D_1=(0.271\ \ 0.078\ \ 0.062\ \ 0.067)^T,\quad D_2=(0.160\ \ 0.088\ \ 0.041\ \ 0.078)^T,$$

$$E=(0.103\ \ 0.018\ \ 0.009\ \ 0.022)^T,\quad P=(0.071\ \ 0.021\ \ 0.015\ \ 0.008)^T.$$

水环境目标为: 水质逐年有所改善,到规划目标年 ($T=15$) 达到三级水体.

在 DUAL SYSTEM 83/20 计算机上求解. 计算表明:

1) 优化方案能够良好地满足最终净需求. 其最优值非常接近(略低于)期望值,各部门值的相对偏差绝对值均小于 0.6%;

2) 在允许污染排放量、最终净需求期望值和其它各种约束均相同的条件下，最优方案与投资决策变量按历史情况选择的非最优方案相比较,其规划期内生产投资总额、水污染治理总投资和总运行费用的相对减少量分别为 18.78%、6.04% 和 12.21%. 可见利用本文模型进行优化,其效果是相当明显的;

3）算法具有良好的收敛性，主级经过 4 次迭代就收敛到最优解．这一结果和文献[5]的结论相一致．

六、结　论

理论分析和实例计算表明，本文模型考虑的因素较为全面，递阶优化算法有效地提高了计算效率．可以认为本文方法为环境经济规划提供了一种有效的工具．

参　考　文　献

[1] Leontief, W., Environmental Repercussions and the Economic Structure: an Input-Output Approach, *The Review of Economics and Statics*, **52**(1970), 262—271.

[2] 陈锡康等，经济数学方法与模型，中国财政经济出版社(1982)，139—149.

[3] 田村坦之，伊藤勝彦，動的投入產出分析による環境污染とエネルギー消费のトレードオフ分析，システムと制御，**28**(1984)，529—535.

[4] 夏绍玮，赵纯均，动态投入产出投资模型，清华大学学报，**24**(1984)，No. 3，103—113.

[5] He Jianmin, Da Qingli and Xu Nanrong, The Hierarchical Optimization of the Nonlinear Dynamical Input-Output Model, Preprints of the 4th IFAC/IFORS Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications, Vol. 1, 1986, 405—410.

A NONLINEAR DYNAMIC ENVIRONMENT-ECONOMIC INPUT-OUTPUT MODEL AND ITS HIERARCHICAL OPTIMIZATION

Da Qingli　Xu Nanrong　He Jianmin

(*Nanjing Institute of Technology*).

Abstract

In the paper, a nonlinear dynamic environment-economic input-output model and its hierarchical optimization procedure are proposed. Theoretical analysis and case calculation show that more factors are considered in the model and the calculations for optimization planning are improved effectively by means of the hierarchical structure. So the method in the paper provides a useful tool for environment-economic planning.

Key words ——Large-scale system; environment-economy planning; hierarchical optimization.