

# 加前馈补偿的工业机器人自适应控制

辛毅 程勉 高为炳

(北京系统工程研究所) (北京航空航天大学)

关键词——机器人, 自适应控制。

工业机器人的控制是一个复杂的非线性控制问题。本文针对由 Lagrange-Euler 方程描述的工业机器人动力学模型, 提出了两种加前馈补偿的自适应控制方法, 并从理论上证明了系统的渐近稳定性。

考虑自由度为  $n$  的工业机器人, 由 Lagrange-Euler 方程知其动力学方程为

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{d}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{u}. \quad (1)$$

其中  $\mathbf{q} \in R^n$  为广义坐标向量;  $\mathbf{u} \in R^n$  为广义控制向量;  $M(\cdot) \in R^{n \times n}$  为惯性矩阵;  $\mathbf{d}(\cdot, \cdot) \in R^n$  为哥氏力与向心力向量;  $\mathbf{g}(\cdot) \in R^n$  为重力向量, 一般  $M(\cdot)$  非奇异。

设与(1)式并联的参考模型为

$$\ddot{\mathbf{q}}_m = A_{1m}\mathbf{q}_m + A_{2m}\dot{\mathbf{q}}_m + B_{2m}\mathbf{r}. \quad (2)$$

其中  $\mathbf{q}_m \in R^n$ ;  $\mathbf{r} \in R^n$  为参考输入;  $A_{1m}, A_{2m}, B_{2m} \in R^{n \times n}$  均为定常矩阵, 且  $B_{2m}$  非奇异。

控制方案 I

$$\mathbf{u} = F_1(t)\mathbf{q} + F_2(t)\dot{\mathbf{q}} + F_3(t)\mathbf{r} + F_4(t)\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - [F_4(t) + I_n]\mathbf{f}(\mathbf{q}^d, \dot{\mathbf{q}}^d). \quad (3)$$

控制方案 II

$$\mathbf{u} = F_1(t)\mathbf{q} + F_2(t)\dot{\mathbf{q}} + F_3(t)\mathbf{r} - \mathbf{f}(\mathbf{q}^d, \dot{\mathbf{q}}^d). \quad (4)$$

其中  $\mathbf{q}^d \in R^n$  为理想的广义坐标运动轨迹;  $I_n$  为  $n$  阶单位阵;  $F_i(\cdot) \in R^{n \times n}$  为可调增益矩阵, ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).  $\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -[\mathbf{d}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q})]$ . 记  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{q}_m - \mathbf{q}$ ,  $\mathbf{e}_2 = \dot{\mathbf{q}}_m - \dot{\mathbf{q}}$ .

**定义 1.** 对任意的有界初始条件, 如果存在有界的  $F_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_1(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_2(t) = 0,$$

则称并联模型参考自适应系统(1),(2),(3)或(4)在  $e$  空间中是自适应渐近稳定的。则有

**定理 1.** 并联模型参考自适应控制系统(1)–(3)是自适应渐近稳定的, 如果

$$\dot{F}_3(t) = -F_3(t)B_{2m}^{-1}H_3[P_{12}\mathbf{e}_1 + P_{22}\mathbf{e}_2]\mathbf{r}^T, \quad (5)$$

$$\dot{F}_1(t) = -F_3(t)B_{2m}^{-1}H_1[P_{12}\mathbf{e}_1 + P_{22}\mathbf{e}_2]\mathbf{q}^T, \quad (6)$$

$$\dot{F}_2(t) = -F_3(t)B_{2m}^{-1}H_2[P_{12}\mathbf{e}_1 + P_{22}\mathbf{e}_2]\dot{\mathbf{q}}^T, \quad (7)$$

$$\dot{F}_4(t) = -F_3(t)B_{2m}^{-1}H_4[P_{12}\mathbf{e}_1 + P_{22}\mathbf{e}_2]\Delta\mathbf{f}^T, \quad (8)$$

其中  $H_i \in R^{n \times n}$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 均为任意的正定矩阵,  $P_{ij} \in R^{n \times n}$ , ( $i, j=1, 2$ ),  $P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$

$\Delta f = f(q, \dot{q}) - f(q^d, \dot{q}^d)$ ,  $P, Q \in R^{2n \times 2n}$  均为对称正定矩阵, 满足

$$\begin{bmatrix} O_n & I_n \\ A_{1m} & A_{2m} \end{bmatrix}^T P + P \begin{bmatrix} O_n & I_n \\ A_{1m} & A_{2m} \end{bmatrix} = -Q, \quad (9)$$

其中  $O_n$  为  $n$  阶零方阵。

**定理 2.** 并联模型参考自适应控制系统 (1), (2), (4) 是自适应渐近稳定的, 如果  $F_1(t)$ ,  $F_2(t)$ ,  $F_3(t)$  的自适应律分别为(5)–(7),  $P, Q$  满足方程(9), 且有

$$\frac{\|M^{-1}(q)\Delta f\|}{\left\| \begin{bmatrix} q - q^d \\ \dot{q} - \dot{q}^d \end{bmatrix} \right\|} \leq \mu = \frac{\min \lambda(Q)}{\max \lambda(P)}. \quad (10)$$

其中  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数,  $\lambda(\cdot)$  表示特征值, 其余记号同定理 1.

## ADAPTIVE CONTROL FOR ROBOT MANIPULATORS WITH FEEDFORWARD COMPENSATION

XIN YI

(Beijing Institute of System Engineering)

CHEN MIAN, GAO WEIBIN

(University of Beijing Aeronautics and Astronautics)

**Key words**—Robot manipulators; adaptive control.