

# 潮汐模型边界的自校正控制

冯培悌 童福尧  
(浙江大学)

## 摘要

本文讨论自校正控制在潮汐模型边界控制中的应用;提出一种有效的抗估计饱和方法,以获得鲁棒自适应控制;给出一种新的非线性特性补偿方法,显著提高了控制精度。

**关键词:** 自适应控制,自校正控制,鲁棒性。

## 一、问题的提出

潮汐模型试验是验证河道、港口的整治、开发或扩建规划的一种主要手段。由于模型是以原型按比例缩小建造的,因此要求边界控制具有高精度。常用变态模型的边界控制,要求在可控边界上精确复现潮汐水位。

国外70年代初开始在潮汐模型控制中使用计算机,如加拿大的 Lawrence [模型<sup>[1]</sup>],其边界控制基本上是一个引入非线性开环补偿的比例加微分控制器。由于补偿曲线需要通过逐次逼近获得,试验新潮型前,需花费八个潮型周期用以调整,以达到要求的精度。近年来比较先进的荷兰 Rijnmond 潮汐模型控制系统<sup>[2]</sup>,仍然没有摆脱传统的调整阶段,调整时间长达10至20个潮型周期。

近年来,国内一些单位如南京水科院河港所、珠委科研所等,在用微型机实现潮汐边界控制方面作了许多研究,基本控制方法是非线性 PID<sup>[3,4]</sup>,控制精度均不能令人满意。

潮汐模型的边界控制是一个极其复杂的水位跟踪过程,其复杂性在于影响过程的因素很多,难以建立描述受控过程的精确数学模型。好在自校正控制只要求用近似线性模型来逼近系统的动态特性,所以用在潮汐模型边界控制中是合适的。

## 二、控制系统分析

图1(a)为椒江潮汐模型边界控制系统的示意图。系统使用流量控制阀作为生潮机构,通过改变计算机控制部分的输出电压控制阀门驱动电机的转动,以改变阀板位置,从而改变蓄水池与模型之间的水流方向与流量,形成潮汐。流量控制阀的流量阀位特性具有明显的非线性。同时还有许多随机因素影响控制点水位。对这样一个非线性随机系

统,在应用自校正控制时,由于只需要有关模型结构——阶与纯滞后的先验知识,因此可

将系统简化成图 1(b),从而得到受控过程的  
简化模型

$$Y(s) = U(s) \cdot \frac{K e^{-\tau s}}{s^2} + V(s), \quad (1)$$

其中

$$K = \frac{k_1 k_2}{T}.$$

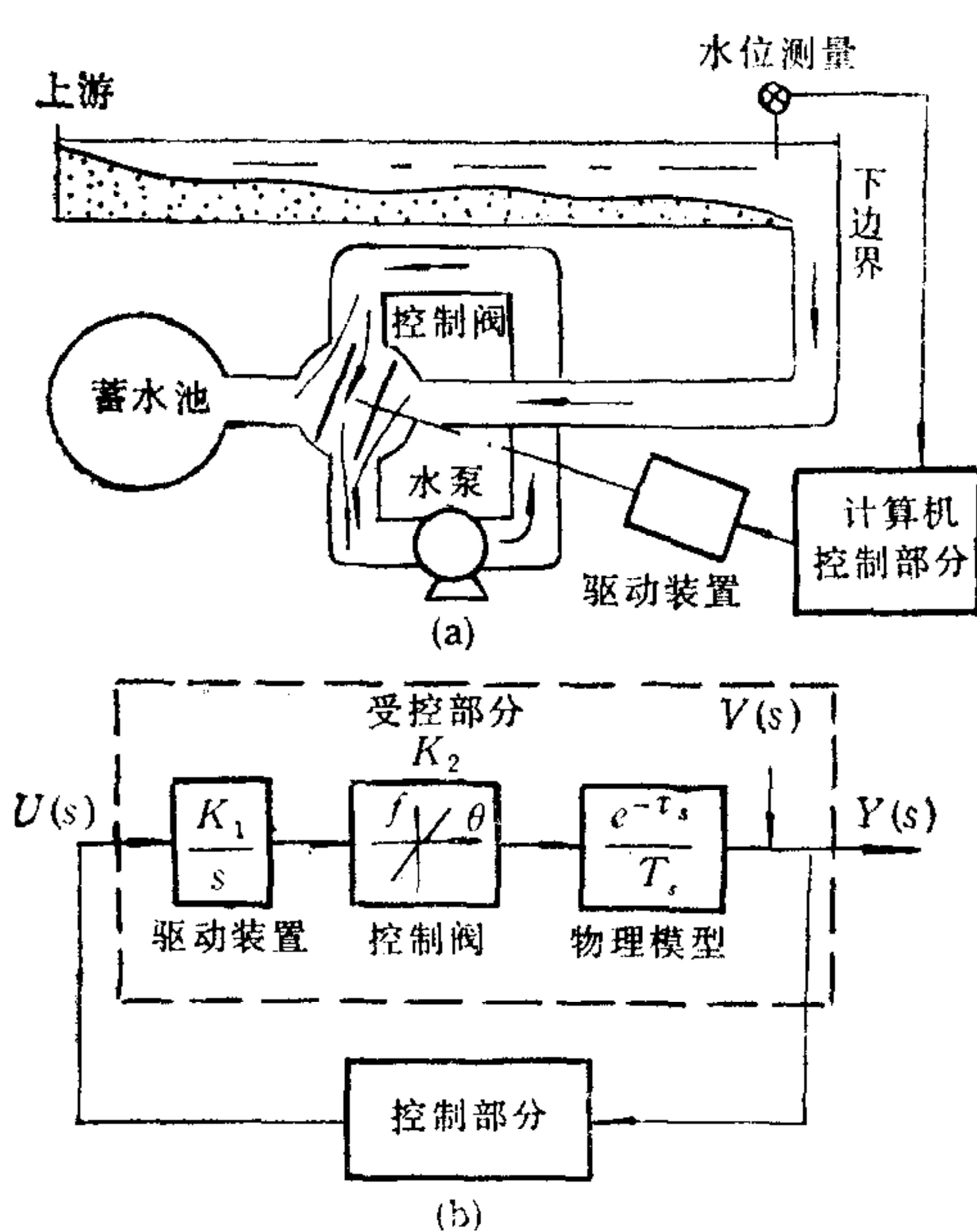


图 1

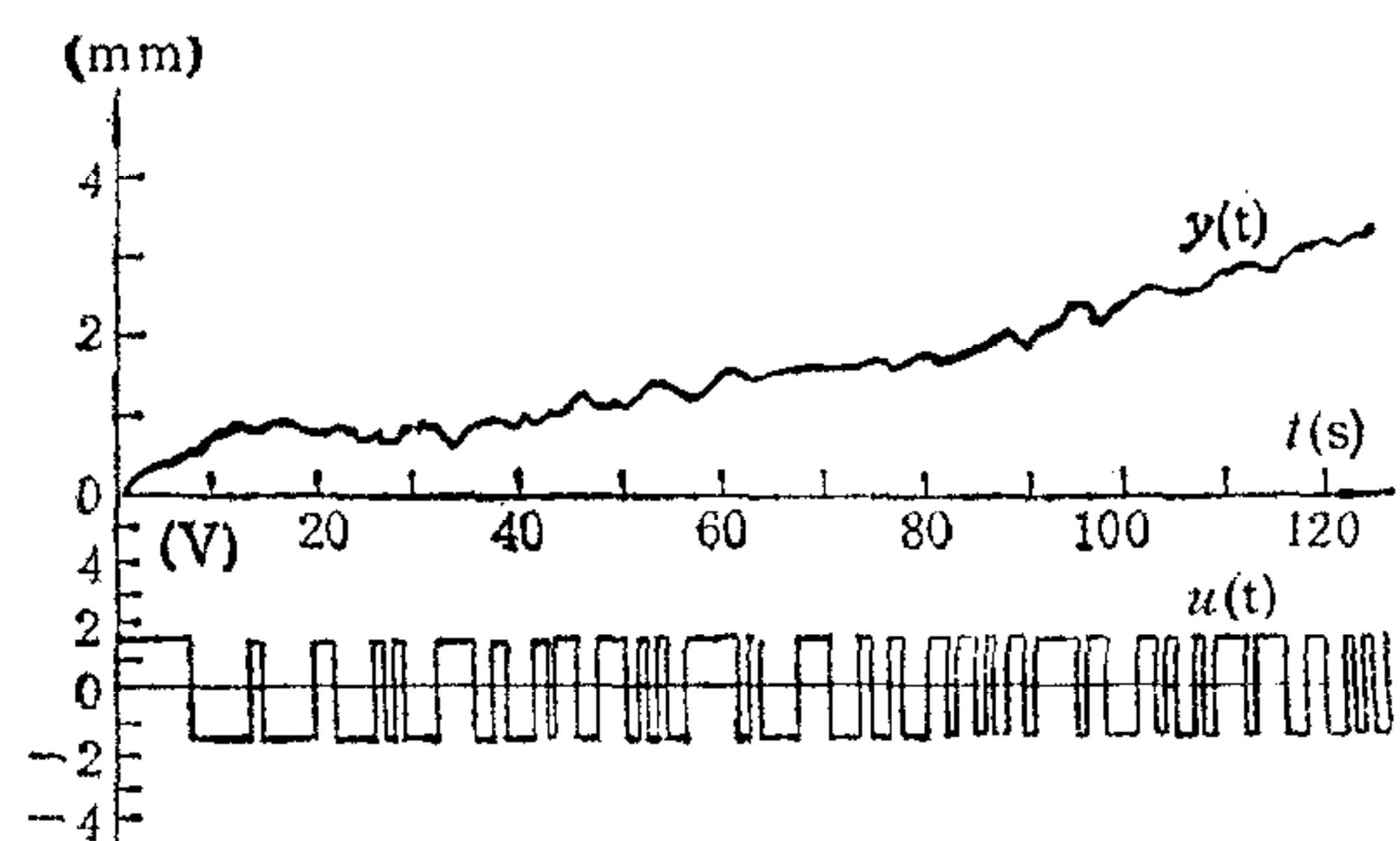


图 2

用开环阶跃响应测试  $\tau$ . 实测发现,水位、阀位取不同初值时,  $\tau$  值不同,取其平均值 1sec. 选择采样控制周期  $T_s = 1sec$ , 将(1)式离散化, 得到

$$(1 - 2q^{-1} + q^{-2})y(k) = K'q^{-2}(1 + q^{-1})u(k) + v(k), \quad (2)$$

可见  $n = 2$ ,  $d = 2$ ,  $n_a = 2$ ,  $n_b = 1$ .

用系统辨识方法验证: 选用  $\Delta t = 1sec$ 、幅值为 1.5V、长度为 127 的 M 序列作为辨识测试信号, 连送两个序列后, 测取第二序列的响应作估计计算. 图 2 给出了后一序列的测试信号及其响应. 过程用 CARMA 模型描述, 用 RELS 方法进行参数估计, 然后用 F 检验确定系统阶, 得到  $n = 2$ . 分析估计所得两阶模型参数的置信区间, 可见  $b_0$  与  $b_1$  均包含零点, 取  $d = 2$ . 可见辨识所得结果与分析一致, 故确定受控过程数学模型的结构参数为  $n = 2$ ,  $d = 2$ .

### 三、自校正控制的实现

从系统分析已知, 受控过程的纯滞后  $\tau$  是时变的, 故选定  $T_s = 1sec$  后, 完全可能出现非整数滞后, 导致受控过程成为非最小相位系统<sup>[5]</sup>. 此外, 控制部分对输出控制电压的幅值有限制, 所以不能采用算法简单的最小方差自校正调节器, 需选用对控制有约束的自校正控制器<sup>[6]</sup>.

#### 1. 自校正控制算法

采用隐式算法<sup>[6]</sup>. 设受控过程的数学模型为

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})w(k), \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}, \quad n_a = 2; \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1}, \quad n_b = 1; \\ c(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2}, \quad n_c = 2; \\ d &= 2. \end{aligned}$$

目标函数

$$J = E\{[y(k+2) - y_r(k+2)]^2 + [\mu u(k)]^2\}, \quad (4)$$

定义辅助系统

$$r(k+2) = y(k+2) - y_r(k+2) + \mu' u(k), \quad (5)$$

其中  $\mu' = \mu^2/b_0$ . 这样求(4)式最小的控制律等价于求辅助系统(5)的目标函数

$$J = E\{[r(k+2)]^2\} \quad (6)$$

为最小的最小方差控制律. 于是由  $\dot{r}(k+2/k) = 0$ , 推出自校正控制律

$$u(k) = \frac{1}{\mu}[y_r(k+2) - \hat{y}(k+2/k)], \quad (7)$$

其中  $\hat{y}(k+2/k)$  是  $y(k)$  的 2 步最小方差预报, 预报模型为

$$y(k+2) = \frac{G(q^{-1})}{c(q^{-1})} y(k) + \frac{B(q^{-1})F(q^{-1})}{c(q^{-1})} u(k) + \varepsilon(k+2). \quad (8)$$

其中  $F(q^{-1})$ 、 $G(q^{-1})$  满足恒等式

$$\frac{c(q^{-1})}{A(q^{-1})} = F(q^{-1}) + q^{-2} \frac{G(q^{-1})}{A(q^{-1})},$$

$\varepsilon(k+2)$  是与  $u(k)$ 、 $y(k)$  互相独立的干扰. 然后返回 1) 不断循环. 这些计算在用微机程序实现时, 必须充分利用其中对称阵的特点. 这不仅是为了减少计算量, 还为了避免由于数值计算误差导致估计发散.

## 2. 自校正控制器的起动

通常在模型水面平静后, 开始潮汐控制. 由于系统参数估计使用 RELS 方法, 取初值  $\hat{\theta}(0) = [0]$ ,  $P(0) = 10^5 \times I$ , 在递推计算开始的几个周期估计偏差大. 如一开始即投入自校正控制, 将引起水位振荡, 对后续控制不利. 为此, 在开始的几个周期, 边采用数字 PID 控制, 边进行参数估计, 然后切换到自校正控制. 这样, 获得了平稳的起动过程, 为后续获得高精度控制创造了条件.

## 3. $\lambda$ 的选择与鲁棒性

自校正控制器的特点是: 只要递推参数估计收敛, 自校正控制律就能渐近地趋向于参数已知时的最优控制. 所以如何保证递推参数估计收敛, 成了实现自校正控制的关键.

指数遗忘因子  $\lambda$  对参数辨识的影响是非常大的. 在线辨识过程中,  $\lambda < 1$  将对过去的数据考虑到  $c(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2}$ , 从(8)式可得:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+2/k) &= G(q^{-1})y(k) + B(q^{-1})F(q^{-1})u(k) \\ &\quad - c_1\hat{y}(k+1/k-1) - c_2\hat{y}(k/k-2). \end{aligned} \quad (9)$$

(9) 式中,  $G(q^{-1})$  为  $n_a - 1$  阶多项式  $G(q^{-1}) = a_1 + a_2q^{-1}$ ,  $B(q^{-1})F(q^{-1})$  为  $n_b + d - 1$  阶多项式  $B(q^{-1})F(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1q^{-1} + \beta_2q^{-2}$ . 令参数向量为

$$\theta^T(k) = [\alpha_1, \alpha_2, \beta_0, \beta_1, \beta_2, -c_1, -c_2],$$

观察向量为

$$\phi^T(k) = [y(k), y(k-1), u(k), u(k-1), u(k-2), \\ y(k+1/k-1)y(k/k-2)],$$

则

$$y(k+2/k) = \phi^T(k)\hat{\theta}(k). \quad (10)$$

式中  $\hat{\theta}(k)$  用具有指数遗忘因子的 RELS 方法计算:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)[y(k) - \phi^T(k-2)\hat{\theta}(k-1)], \quad (11)$$

$$K(k) = P(k-1)\phi(k-2)[\lambda + \phi^T(k-2)P(k-1)\phi(k-2)]^{-1}, \quad (12)$$

$$P(k) = \frac{1}{\lambda}[I - K(k)\phi^T(k-2)]P(k-1). \quad (13)$$

综上所述, 可得控制计算步骤如下:

- 1) 读取给定水位值  $y_r(k+2)$  和新的水位实测数据  $y(k)$ ;
- 2) 组成观察数据向量  $\phi(k)$  及  $\phi(k-2)$ ;
- 3) 用 RELS 方法计算  $\hat{\theta}(k)$ ;
- 4) 作两步预测  $y(k+2/k) = \phi^T(k)\hat{\theta}(k)$ ;
- 5) 计算最优控制  $u(k) = \frac{1}{\mu}[y_r(k+2) - y(k+2/k)]$ ;

产生遗忘作用, 从而使自校正控制具有跟踪受控过程动态特性变化的能力。然而应用于自校正控制的在线辨识又必然是闭环辨识, 此时充分激励的条件往往得不到满足。为了使水位控制平稳, 控制量不能剧烈变化, 也就不可能产生辨识所需的充分激励。在缺乏激励情况下, 如加快遗忘, 势必信息不足, 引起估计不确定。图 3 给出  $\lambda = 0.99$  时边界自校正控制结果。可见在落潮段, 随着  $P$  阵迹的增大, 参数估计出现不确定现象。此时, 由于控制输出电压低, 使在线辨识的激励几乎为零。从(13)式可见, 当观察向量  $\phi^T(k-2) \approx 0$  时,  $P(k) \approx P(k-1)/\lambda$ 。显然,  $P$  阵将因此迅速增大。图 3 中,  $P_{trace}(t)$  正说明了这一情况; 而  $P$  阵的增大则是造成估计不确定的原因(见(12)、(11)式)。所以,  $\lambda$  在辨识没有新息或激励很小情况下, 对过去数据的减权会造成估计不确定, 即出现所谓估计饱和(Wind up)现象<sup>[2]</sup>。一旦过程

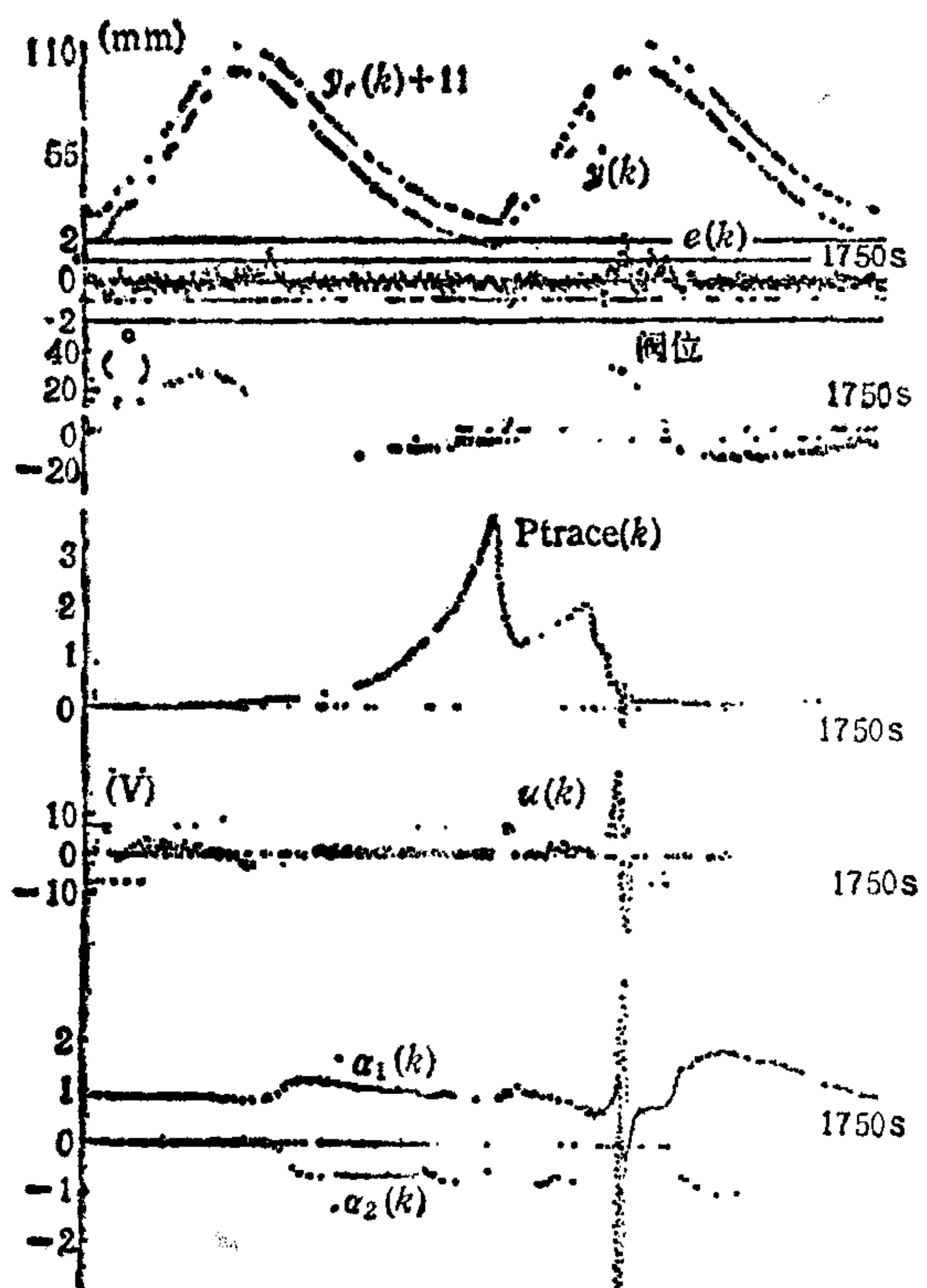


图 3

进入涨潮段,控制电压改变方向,辨识有新息进入时,即引起估计参数的急剧变化,见图3。这短时的估计发散造成控制不稳,而 $P$ 阵迹则出现了负值。出现上述现象的控制系统在要求高跟踪精度的潮汐边界控制中是无法应用的,必须提高估计的鲁棒性。

解决上述问题的一个直观方法是改变 $\lambda$ 值来限制 $P$ 阵的迹,用以抗估计饱和。设置trace $P$ 的一个限幅值 $P_m$ ,当 $P_{\text{trace}}(t) > P_m$ 时,令 $\lambda = 1$ 。试验结果表明,单纯限制 $P$ 阵增长,不能有效提高估计的鲁棒性。

从充分利用激励或新息的观点出发,根据边界控制的特点选用了一个较简单的按阀位变化改变 $\lambda$ 值的方法。

当阀位处于 $<-3.5^\circ$ 的区间时,辨识的激励几乎为零,此时令 $\lambda = 1$ ,可使原有信息得到保留,避免估计不确定, $P$ 阵也将因此减小;当阀位处于 $\geq -3.5^\circ$ 区间时,激励较强,新息较多,此时令 $\lambda < 1$ 可保持跟踪能力。图4是控制结果,可见采用此简单方法可有效地避免估计饱和,从而有效地提高估计的鲁棒性,也就有效提高了自校正控制的鲁棒性。

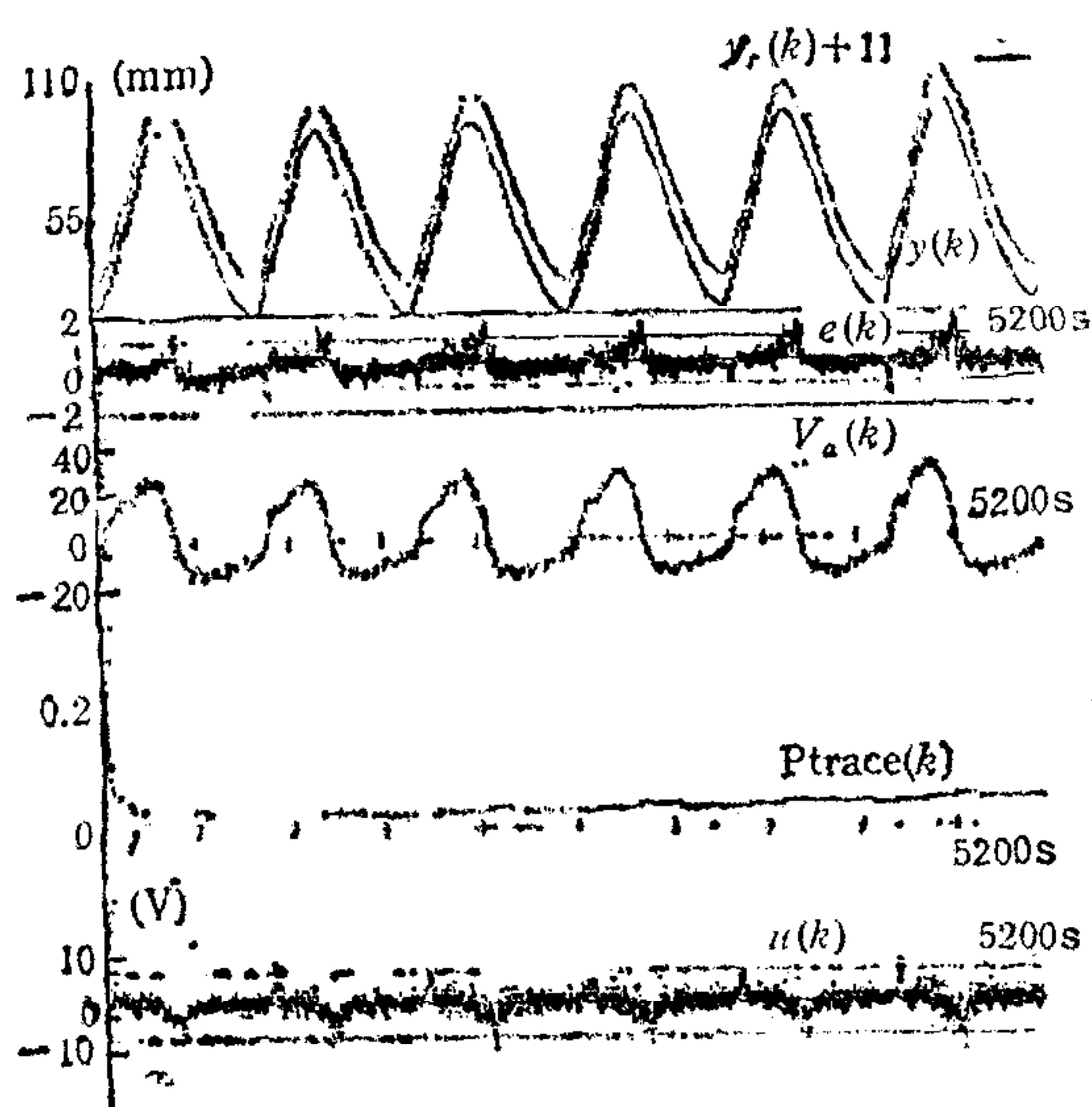


图 4

统计表明,  $|e(k)| > 1\text{mm}$  的共有 71 点, 没有  $|e(k)| > 2\text{mm}$  的点。这样的水位跟踪精度尚不能满足潮汐边界控制的要求。

观察图4,显见,为了克服控制阀过零度时的死区,  $|u(k)|$  出现较大值是必需的。从(7)式可见,此时  $y_r(k+2) - y(k+2/k)$  将增大。当估计收敛时,  $y(k+d/k) \approx y(k+2)$ , 出现在图4中,此时偏差增大。从(7)式直观地看,保持  $u(k)$  不变,  $\mu'$  减小将导致  $e(k+2)$  减小。然而,  $\mu'$  减小至一定程度,由于对  $u(k)$  所加权的减小,对  $u(k)$  的约束也减小;处极限情况时,自校正控制器将退化为自校正调节器,闭环将因非整数滞后而出现振荡。试验证实了上述分析,可见改变  $\mu'$  并不能克服非线性造成的跟踪误差。

如在设定值上作非线性补偿,令

$$y'_r(k+2) = y_r(k+2) + \Delta y_m(k+2), \quad (14)$$

然后系统按补偿后的设定值进行控制,即

$$u(k) = \frac{1}{\mu'} [y'_r(k+2) - y'(k+2/k)]. \quad (15)$$

补偿前后  $u(k)$  保持不变情况下,比较(8)、(15)式,并考虑(14)式,则

$$y_r(k+2) - \hat{y}(k+2/k) = y_r(k+2) - \hat{y}'(k+2/k) + \Delta y_m(k+2). \quad (16)$$

令

$$\Delta y_m(k+2) = y_r(k+2) - \hat{y}(k+2/k), \quad (17)$$

则

$$y_r(k+2) - \hat{y}'(k+2/k) = 0.$$

可见，在给定端施加非线性补偿，如能满足(17)式，则可以消除跟踪误差。

然而序列  $\{\hat{y}(k+2/k)\}$  是一个随机过程，每次试验仅能获得其一个样本；对某一瞬时  $kT_s, \hat{y}(k+2/k)$  便是一个随机变量。如果用一次试验所获得的样本值作为按(17)式补偿的根据，显然是不合理的。一般应作多次试验，获取众多样本，取其均值作为补偿根据，才是合理的。但多次试验费时太多，延缓调试过程，使模型试验效率降低。

为缩短调试过程，仍只作一次试验，所得一个  $\{\hat{y}(k+2/k)\}$  序列，并不是平稳随机过程的样本，当然也不具遍历性。但从设定潮型频谱与开环测得的受控对象固有振荡频带比较，周期  $T \leq 7\text{sec}$  的高频信号完全可以滤去，而不影响控制。这样就可以在一个序列上取 7 点求均值，作为居中一点的数学期望：

$$E\{\hat{y}(k+2/k)\} = \frac{1}{7} \sum_{i=k-3}^{k+3} \hat{y}(i+2/i).$$

于是，从一个样本取 7 点代替了 7 次试验。

通常，模型试验并不需要记录中间数据  $\hat{y}(k+2/k)$ ，而只记录系统输出  $y(k)$ 。在估计收敛时，可以为  $E\{\hat{y}(k+2/k)\} = y(k+2)$ ，故取

$$\Delta y_m(k) = \frac{1}{7} \sum_{i=k-3}^{k+3} e(i). \quad (18)$$

图 5 给出加非线性补偿后的控制结果，可见跟踪误差显著减小，此时误差绝对值的均值为 0.192mm，统计结果 5790 点中，仅 1 点超过 1mm，为 1.2mm。重复试验多次，所得  $E\{|e(k)|\}$  均小于 0.2mm，超过 1mm 的点在 5790 点中未超过 4 点。

#### 四、结 论

自校正控制应用于高精度水位跟踪，必须解决平稳起动、抗估计饱和与非线性补偿等

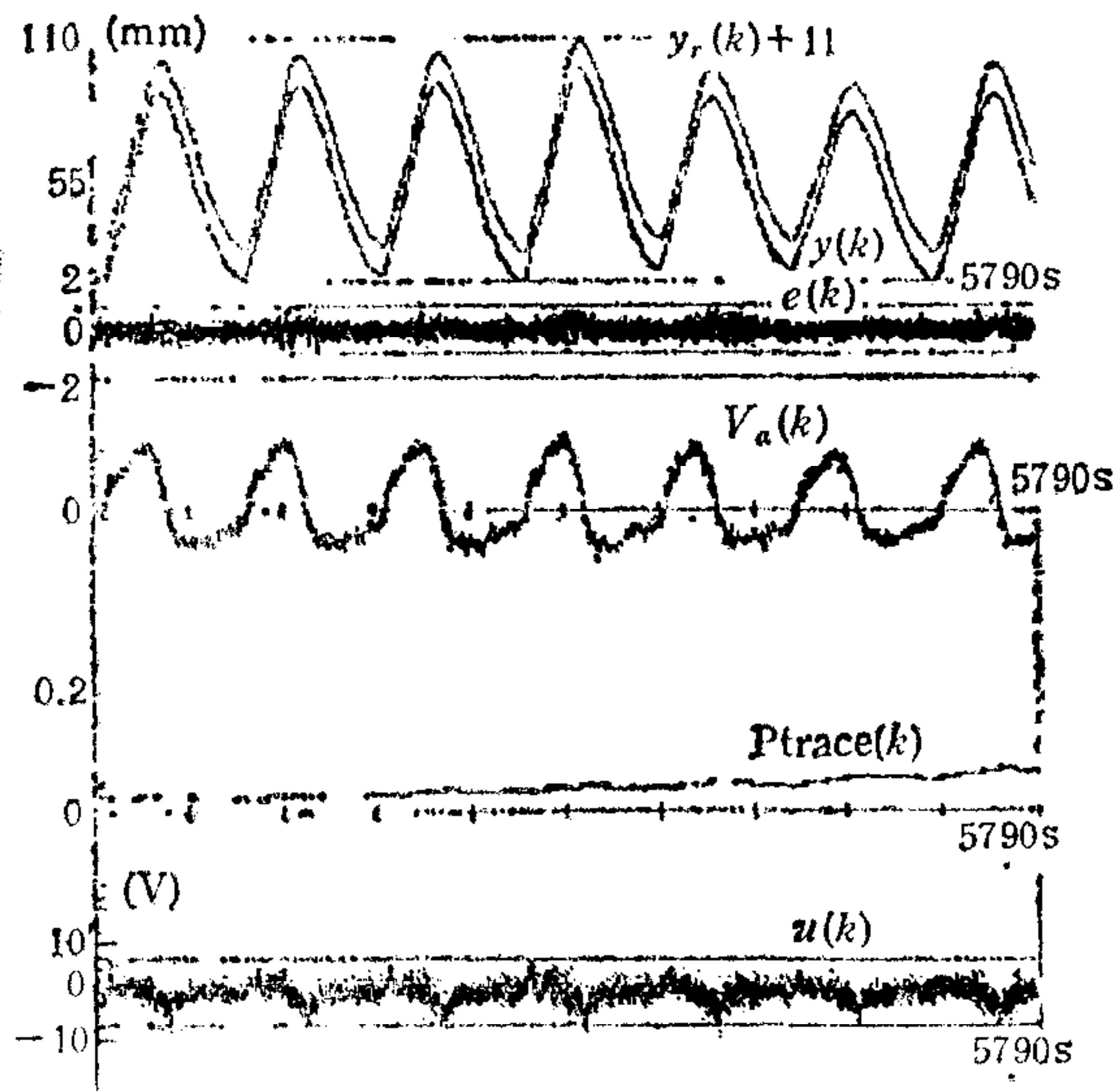


图 5

问题，才能付诸工程应用；按激励或新息量改变 $\lambda$ 来抗估计饱和，可有效提高估计的鲁棒性，从而提高控制的鲁棒性；而对给定过程进行非线性补偿，可达到跟踪的高精度。自校正控制在潮汐模型边界控制中的成功应用，大大缩短了调试过程，提高了试验精度与效率，使我国潮汐模型试验控制技术达到了一个新水平。

### 参 考 文 献

- [1] Funke E. R., Computer Control and Data Acquisition of a Tidal Model, Proceedings of the 13 Coastal Engineering Conference, 3 (1972), 2397—2404.
- [2] Adriaanse P., Caldwell C.R. and Droppert L.J., Rijnmond Tidal Model Control System, Journal A, 19 (1979), 1—9.
- [3] 王振东,欧阳忻明,汕头港模型试验的潮汐控制与水位采集系统,水利水运科学研究所,33(1987),3,91—98.
- [4] 卢惠章,ZD-065微机在潮汐控制、水位采集应用中的研究,水电部珠委科研所科研成果汇编(1983年度),1—14.
- [5] 韩曾晋,自适应控制系统,机械工业出版社(1983年),223—225.
- [6] Clark D.W. and Gawthrop P. J., Self-tuning Controller, Proc. IEE, 122 (1975), 9, 929—934.
- [7] Wittenmark R. and Astrom K. J., Practical Issues in the Implementation of Self-tuning Control, Automatica, 20 (1984), 5, 595—605.

## SELF-TUNING CONTROL OF TIDAL MODEL BOUNDARY

FENG PEITI TONG FUYAO

(Zhejiang University)

### ABSTRACT

In this paper the application of the self-tuning controller to the boundary control of the tidal model is discussed. In order to obtain a robust adaptive control, an available method to avoid estimator saturation is presented. A new method to compensate non-linear characteristics is given so that control accuracy is increased obviously.

**Key words** ——Adaptive control; self-tuning control; robustness.