

一类大时间滞后系统的预估

陈铁军 邱祖廉
(郑州工学院) (西安交通大学)

摘 要

本文研究一类具有大纯时间滞后系统的预估。所述系统的动态特性能用包含中间测量的链形模型描述。在这种模型的基础上,作者构造了充分利用测量信息的预估算法。该算法已在一个化工过程控制中成功应用。

关键词——建模,延时,预测。

一、引 言

实际工程中,常见到图1所示的大时间滞后系统。 u 和 y 是输入和输出,把它们分别定义为 z_0 和 z_N 。 $z_i(t)$ 是能测量的一维变量, $i=0,1,\dots,N$ 。 Σ_i 是按测量点划分的

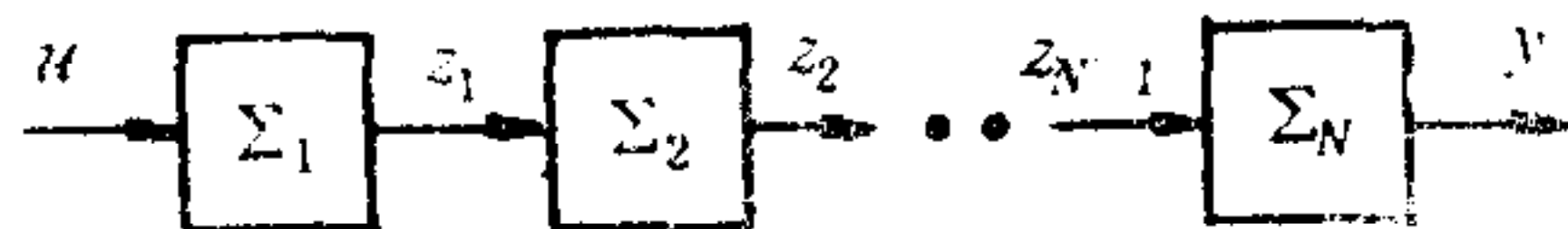


图1 带中间测量的链形系统结构图

子系统, $i=1,2,\dots,N$ 。该系统具有大纯时间滞后。分段后的子系统 Σ_i 中也包含有时间滞后特性。

文献[1,2]介绍了图1所示系统中一个特例的建模、预估和控制方法。这是研究此类带中间测量的串联系统在使用链形模型进行预估时的一般结果。

本文提出以链形模型描述串联系统的动态特性,并利用它构造预估算法。与传统最佳线性预估算法^[3]不同之处在于,本文所给出的算法是针对描述图1所示系统的链形模型而构造的。链形模型把系统的大时间滞后划分为若干较小的纯时间滞后,把复杂的动态特性进行分解,使问题的解决得到简化。

二、问题的提出

考虑图1所示系统的第 i 个子系统 Σ_i ,把 $z_{i-1}(t)$ 和 $z_i(t)$ 分别看作该子系统的输入和输出,并假设它们之间存在确定的动态关系,则对该子系统能建立相应的输入输出模

型。并且假设子系统动态模型的全体能表征整个系统的动态行为。各子系统的动态特性能用如下模型描述:

$$A_i(q^{-1})z_i(t) = q^{-d_i}B_i(q^{-1})z_{i-1}(t) + C_i(q^{-1})e_i(t), \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots$. $z_i(t)$ 是系统的测量变量, $i = 0, 1, \dots, N$. $z_0(t)$ 和 $z_N(t)$ 分别表示系统的控制输入 $u(t)$ 和受控输出 $y(t)$. d_i 是各子系统的滞后, 假定

$$d_i \geq 1. \quad (2)$$

$A_i(q^{-1}), B_i(q^{-1})$ 和 $C_i(q^{-1})$ 是一步后退算子 q^{-1} 的多项式,

$$A_i(q^{-1}) = 1 + a_{i1}q^{-1} + \dots + a_{in_i}q^{-n_i}, \quad (3)$$

$$B_i(q^{-1}) = b_{i0} + b_{i1}q^{-1} + \dots + b_{im_i}q^{-m_i}, \quad (4)$$

$$C_i(q^{-1}) = 1 + c_{i1}q^{-1} + \dots + c_{il_i}q^{-l_i}, \quad (5)$$

$i = 1, 2, \dots, N$. n_i, m_i 和 l_i 分别是多项式 $A_i(q^{-1}), B_i(q^{-1})$ 和 $C_i(q^{-1})$ 的阶次,

$i = 1, 2, \dots, N$. 设定义概率空间 (Ω, \mathcal{F}, P) 上的随机序列 $\{e_i(t) | i = 1, 2, \dots, N,$

$t = 1, 2, \dots\}$ 具有如下统计特性:

$$E\{e_i(t) | \mathcal{F}(t-1)\} = 0, \quad (6)$$

$$E\{e_i(t) \cdot e_j(s) | \mathcal{F}(t-1)\} = \begin{cases} \sigma_i^2, & i = j \text{ 及 } t = s \\ 0 & \text{其它,} \end{cases} \quad (7)$$

$i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N; t, s = 1, 2, \dots$. 式中 $\mathcal{F}(t)$ 是 σ 代数流.

为叙述方便, 定义几个变量

$$D_j \triangleq \sum_{i=1}^j d_i, \quad L_j^s \triangleq \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^j l_i, \quad C_j^s \triangleq \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^j c_i, \quad (8)-(10)$$

$s, j = 1, 2, \dots, N$.

考虑模型(1)–(7), 求第 j 个测量 $z_j(t)$ 的 D_j 步最佳超前预估算法, 实际上是求 $\mathcal{F}(t)$ 的可测函数 $\hat{z}_j(t + D_j | t)$, 使

$$E\{[z_j(t + D_j) - \hat{z}_j(t + D_j | t)]^2\} = \min. \quad (11)$$

三、预 估 算 法

定理. 考虑模型(1)–(7), 如果多项式 $C_i(q^{-1})$ 的所有零点都位于单位圆之内, 则满足(11)式的 $z_j(t)$ 的 D_j 步最佳超前预估 $\hat{z}_j(t + D_j | t)$ 取决于如下差分方程:

$$F_j(q^{-1})\hat{z}_j(t + D_j | t) = \sum_{i=0}^j Q_i(q^{-1})z_i(t). \quad (12)$$

式中

$$F_j(q^{-1}) \triangleq \prod_{i=1}^j C_i(q^{-1}), \quad (13)$$

$$Q_i(q^{-1}) \triangleq M_i(q^{-1}) + R_i(q^{-1}), \quad i = 1, 2, \dots, j, \quad (14)$$

$$M_j(q^{-1}) \triangleq 0, \quad (15)$$

$$Q_0(q^{-1}) \triangleq G_1(q^{-1})C_1^1(q^{-1})B_1(q^{-1}). \quad (16)$$

多项式 $G_i(q^{-1})$ 和 $R_i(q^{-1})$ 由如下恒等式唯一确定,

$$F_{j-i}(q^{-1}) = G_{j-i}(q^{-1})C_j^{i-1}(q^{-1})A_{j-i}(q^{-1}) + q^{-D_{j-i}}R_{j-i}(q^{-1}), \quad (17)$$

$$\rho[G_{j-i}(q^{-1})] = D_{j-i} - 1,$$

$$\rho[R_{j-i}(q^{-1})] = \begin{cases} \max [n_j + L_j^i - 1, L_j^{i+1} - D_j], & i = 0 \\ n_{j-i} + L_j^{i-1} - 1, & i = 1, 2, \dots, j-1. \end{cases} \quad (18)$$

$\rho[\cdot]$ 表示多项式 $[\cdot]$ 的阶次. 多项式 $F_i(q^{-1})$ 和 $M_i(q^{-1})$ 由如下等式唯一确定,

$$G_{j-i+1}(q^{-1})C_j^{i-1}(q^{-1})B_{j-i+1}(q^{-1}) = F_{j-i}(q^{-1}) + q^{-D_{j-i}}M_{j-i}(q^{-1}),$$

$$\rho[F_{j-i}(q^{-1})] = D_{j-i} - 1,$$

$$\rho[M_{j-i}(q^{-1})] = d_{j-i+1} + L_j^{i-1} + m_{j-i+1} - 1.$$

预估误差

$$\tilde{z}_j(t + D_j) \triangleq z_j(t + D_j) - \hat{z}_j(t + D_j | t)$$

$$= \sum_{i=1}^j G_i(q^{-1})e_i(t + D_i), \quad (19)$$

预估方差

$$E\{[z_j(t + D_j) - \hat{z}_j(t + D_j | t)]^2\} = \sum_{i=1}^j \sum_{s=0}^{D_i-1} g_{is}^2 \sigma_i^2, \quad (20)$$

g_{is} 是多项式 $G_i(q^{-1})$ 中的系数.

证明. 为书写简洁, 略去诸多项式中的 q^{-1} .

构造恒等式

$$F_j = A_j G_j C_j^j + q^{-D_j} R_j, \quad (21)$$

F_j 如(13)式定义, 待定多项式 G_j 和 R_j 的阶次分别为

$$\rho[G_j] = D_j - 1, \quad \rho[R_j] = \max[n_j + L_j^j - 1, L_j^{j+1} - D_j].$$

显然, 从(21)式能唯一确定 G_j 和 R_j .

给(21)式两边同乘以 $z_j(t + D_j)$, 并利用(1)–(7), 有

$$F_j[z_j(t + D_j) - G_j e_j(t + D_j)] = G_j C_j^j B_j z_{j-1}(t + D_{j-1}) + R_j z_j(t). \quad (22)$$

把多项式 $G_j C_j^j B_j$ 表示为

$$G_j C_j^j B_j = F_{j-1} + q^{-D_{j-1}} M_{j-1}, \quad (23)$$

$$\rho[F_{j-1}] = D_{j-1} - 1, \quad \rho[M_{j-1}] = d_j + L_j^j + m_j - 1.$$

显然, 从(23)式中能唯一得到多项式 F_{j-1} 和 M_{j-1} .

再构造恒等式

$$F_{j-1} = A_{j-1} G_{j-1} C_j^{j-1} + q^{D_{j-1}} R_{j-1}, \quad (24)$$

$$\rho[G_{j-1}] = D_{j-1} - 1, \quad \rho[R_{j-1}] = n_{j-1} + L_j^{j-1} - 1.$$

同样, G_{j-1} 和 R_{j-1} 由(24)式唯一给出. 于是, 有

$$\begin{aligned} F_j \left[z_j(t + D_j) - \sum_{i=0}^j G_{j-i} e_{j-i}(t + D_{j-i}) \right] &= G_{j-1} C_j^{j-1} B_{j-1} z_{j-2}(t + D_{j-2}) \\ &+ \sum_{i=0}^j (M_{j-i} + R_{j-i}) z_{j-i}(t). \end{aligned} \quad (25)$$

用数学归纳法可证明,若构造恒等式

$$G_{j-h}C_j^{i-h}B_{j-h} = F_{j-h-1} + q^{-D_{j-h-1}}M_{j-h-1}, \quad (26)$$

$$\rho[F_{j-h-1}] = D_{j-h-1} - 1, \quad \rho[M_{j-h-1}] = d_{j-h} + L_j^{i-h} + m_{j-h} - 1,$$

$$F_{j-h-1} = A_{j-h-1}G_{j-h-1}C_j^{i-h-1} + q^{-D_{j-h-1}}R_{j-h-1}, \quad (27)$$

$$\rho[G_{j-h-1}] = D_{j-h-1} - 1, \quad \rho[R_{j-h-1}] = n_{j-h-1} + L_j^{i-h-1} - 1.$$

可见,多项式 $F_{j-h-1}, M_{j-h-1}, G_{j-h-1}$ 和 R_{j-h-1} 都是唯一确定的。于是,有

$$\begin{aligned} F_j \left[z_j(t + D_j) + \sum_{i=0}^{h+1} G_{j-i}e_{j-i}(t + D_{j-i}) \right] \\ = G_{j-h-1}C_j^{i-h-1}B_{j-h-1}z_{j-h-2}(t + D_{j-h-2}) \\ + \sum_{i=0}^{h+1} (M_{j-i} + R_{j-i})z_{j-i}(t), \end{aligned} \quad (28)$$

$$h = 0, 1, \dots, j - 2.$$

考虑(28)式,并利用(14),(16)和(19)式,可得方程(12)。

观察方程(12),显然 $\hat{z}_j(t + D_j|t)$ 是 $\mathcal{F}(t)$ 可测的,于是

$$\hat{z}_j(t + D_j|t) = E[\hat{z}_j(t + D_j|t) | \mathcal{F}(t)] = E[z_j(t + D_j) | \mathcal{F}(t)]. \quad (29)$$

因此由方程(12)确定的预估算法 $\hat{z}_j(t + D_j|t)$ 满足条件(11)。

预估方差

$$\begin{aligned} E\{[z_j(t + D_j) - \hat{z}_j(t + D_j|t)]^2\} \\ = E\left\{\left[\sum_{i=1}^j \sum_{s=0}^{D_i-1} g_{is}e_i(t + D_i - s + 1)\right]^2 | \mathcal{F}(t)\right\} \\ = \sum_{i=1}^j \sum_{s=0}^{D_i-1} g_{is}^2 \sigma_i^2. \end{aligned} \quad (30)$$

此即第(20)式。证毕。

四、实际应用

本文所提出的预估算法在某中型煤(焦)头化肥厂的氢氮比控制中得到成功应用。该系统滞后时间长,干扰因素多,动态特性复杂,是化工过程控制中的一个难题。我们用微型计算机构成控制系统,以本文预估算法为基础,实现预估极点配置算法,使该系统能够长期高精度运行,满足了生产要求,获得较高经济效益。

该系统分为三个环节:造气、净化和合成(如图2所示)。系统的模型为^[1]:

$$\Delta z_1(t + 1) = a_{11}\Delta z_1(t) + b_{10}\Delta z_0(t - d_1) + b_{12} + c_{10}e_1(t),$$

$$z_2(t + 1) = b_{20}z_1(t + 1 - d_2) + c_{20}e_2(t),$$

$$z_3(t + 1) = a_{3d_4}z_3(t + 1 - d_4) + b_{30}z_2(t + 1 - d_3) + c_{30}e_3(t),$$

$$y(t) = z_3(t)/z_4(t), \quad z_3(t) + z_4(t) = v(t), \quad 0 \leq z_0(t) \leq z_0^M.$$

$z_i(t)$, $i = 1-4$, 分别表示气柜氢、净化氢、循环氢和循环氮含量百分比。 $z_0(t)$ 是控制输

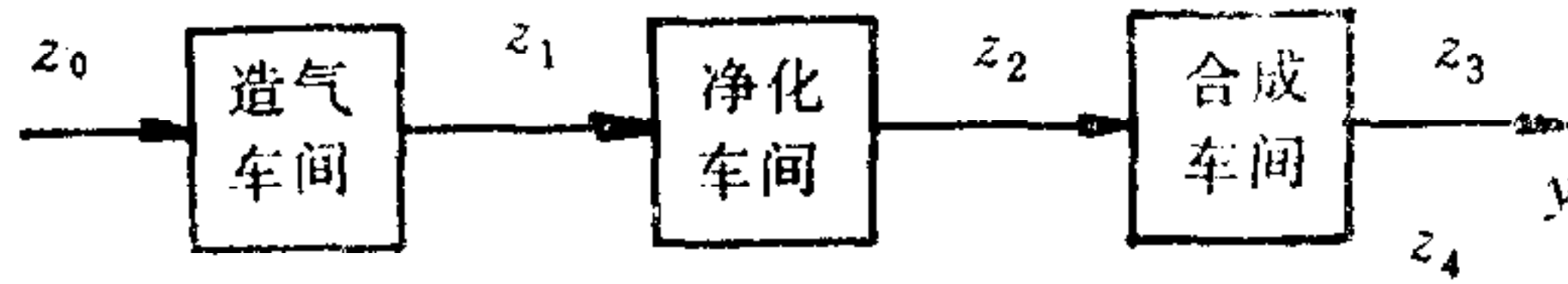


图 2 氢氮比系统框图

人,即加氮空气阀门开度. $y(t)$ 是受控输出,即氢氮比. $v(t)$ 表示循环氢和氮的总体积. $d_i, i = 1-3$, 分别为三个环节的输入滞后, d_4 表示循环回路的循环滞后. a_{ij}, b_{kl} 和 c_{sh} 是模型参数,一般与该系统的结构尺寸和工作状况有关. z_0^M 是控制输入 $z_0(t)$ 的上限. $\Delta z_1(t)$ 和 $\Delta z_0(t)$ 分别是气柜氢 $z_1(t)$ 和控制量 $z_0(t)$ 相对于其平衡点的偏差. $e_i(t)$ 表示建模误差,并假设它们服从统计特性(6)和(7)式.

按照前节的算法,可对各环节的输出进行预估,这里采用的是基于预估的极点配置算法. 详细设计步骤见文献[2].

所设计的微机氢氮比控制系统自 1986 年 9 月在该厂投入运行以来,进行了多种试验,以考察该系统的性能. 见图 3—5. 图中以间断点列构成的曲线是氢氮比值,中间的窄带子为氢氮比设定值 ± 0.15 范围. 该项目已通过省级技术鉴定,取得年净增 76.95 万元的经济效益,并获得专利权.

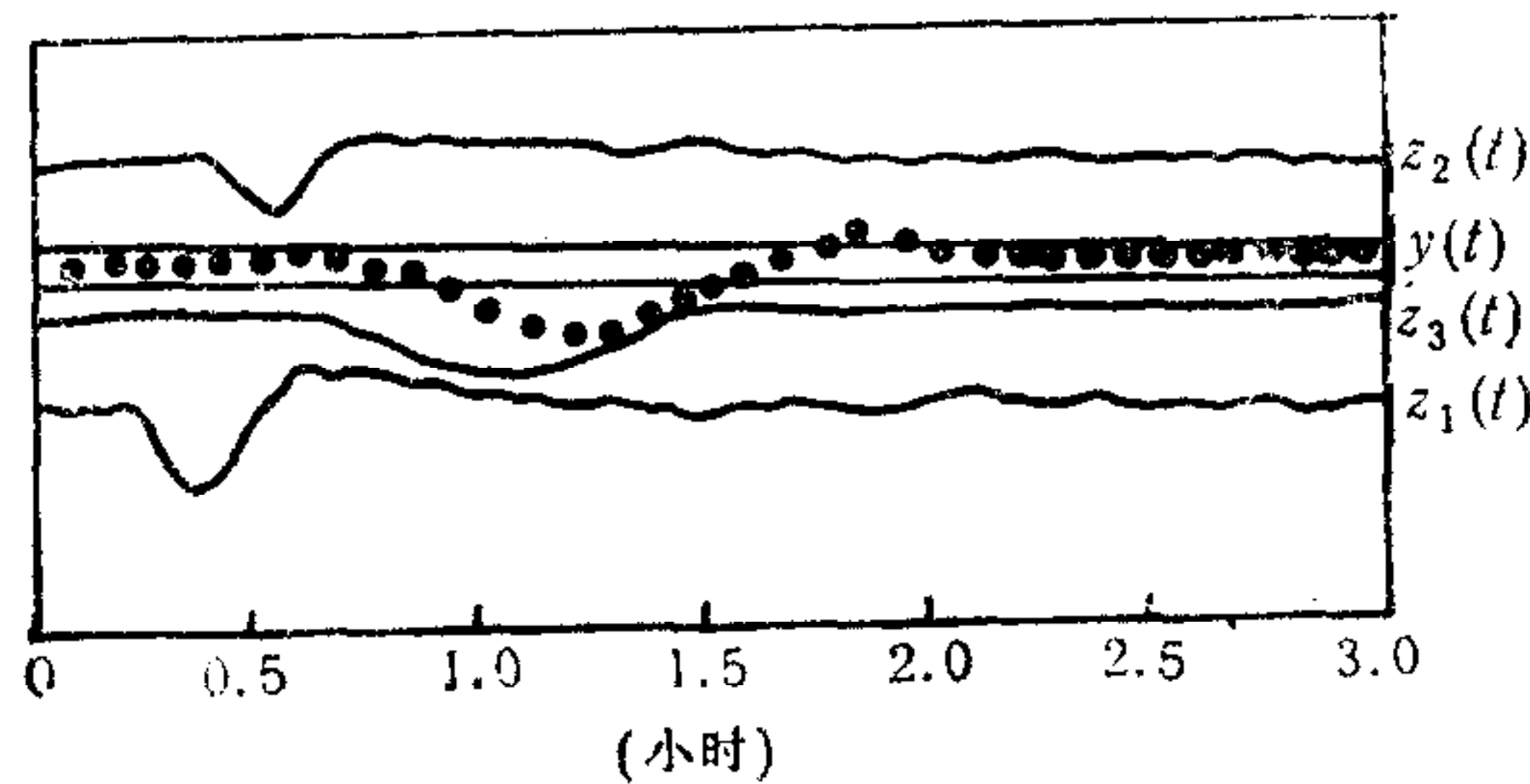


图 3 下限扰动试验时微机控制曲线

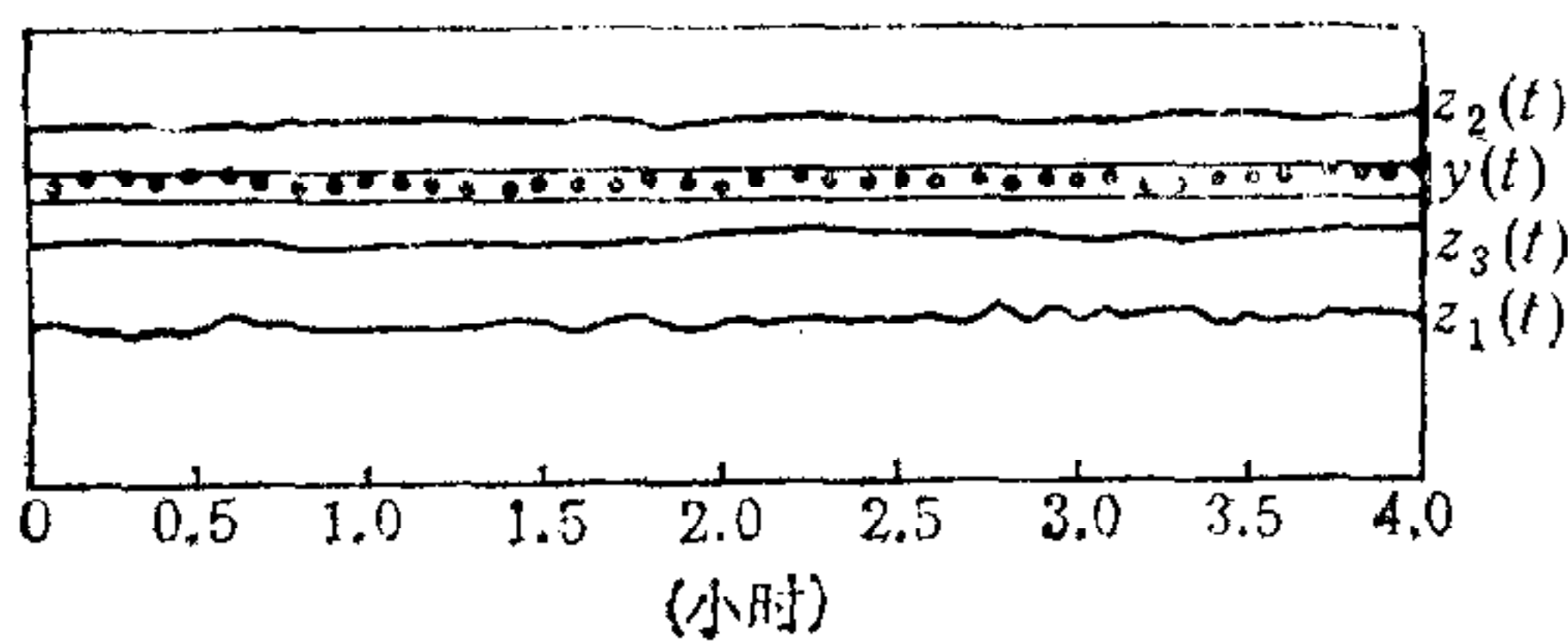


图 4 正常情况下微机控制曲线

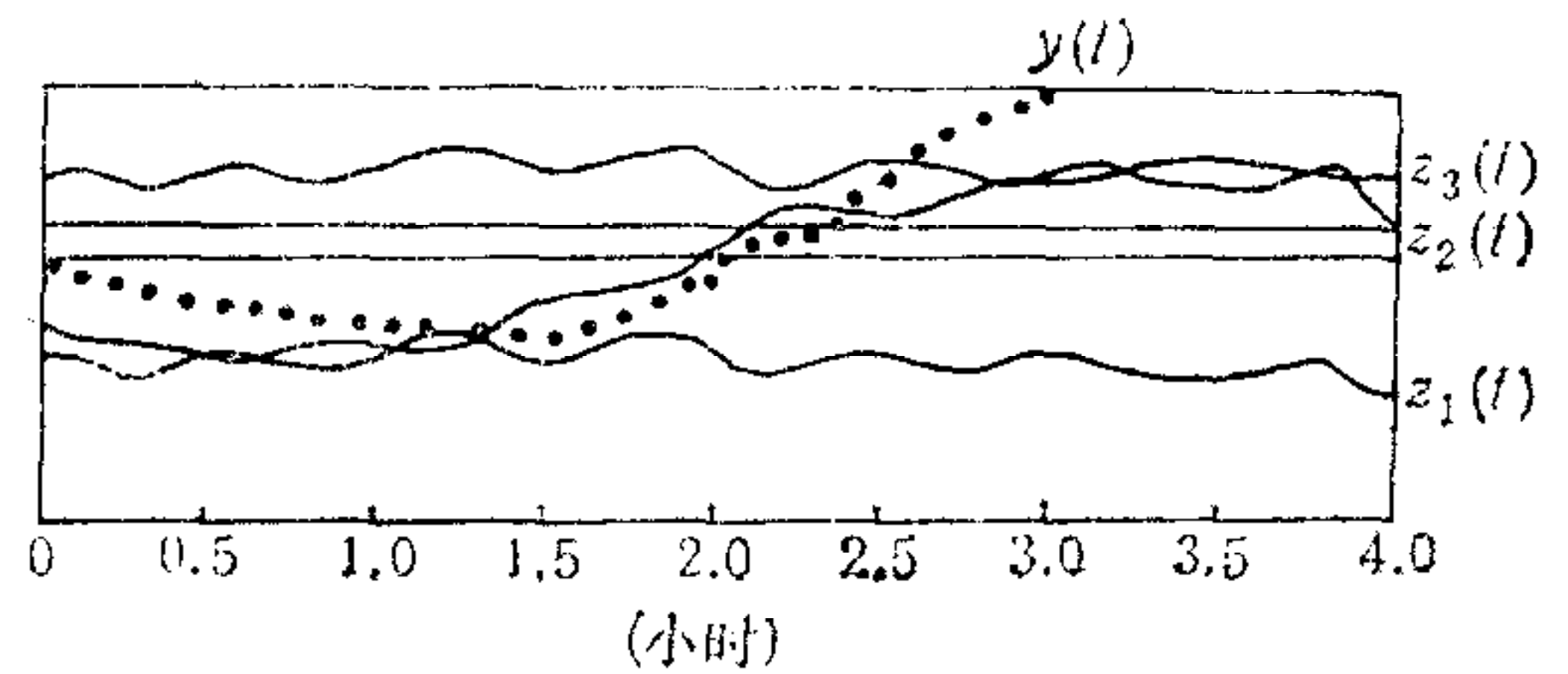


图 5 正常情况下原系统控制曲线

五、结 束 语

(1) 按测量信号建立受控系统的链形模型,容易抓住系统动态的实质,便于模型参数的在线估计,利于各种自适应算法的实现.

(2) 按链形模型构造的最佳预估算法,充分利用了系统的测量信息,在理论上具有最

优性, 在应用中容易得到较准确的预估值。

参 考 文 献

- [1] 陈铁军、邱祖廉, 氢氮比系统动态数学模型, 化工自动化及仪表, 1(1988), 15—22.
- [2] 陈铁军、邱祖廉, 高精度氢氮比控制系统, 西安交通大学学报, 1(1988), 37—46.
- [3] Åström, K. J., Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press, New York, (1970), 168.

A PREDICTOR FOR A CLASS OF SYSTEMS WITH LARGE TIME-DELAY

CHEN TIEJUN

(Zhengzhou Engineering College)

QIU ZULIAN

(Xi'an Jiaotong University)

ABSTRACT

The prediction problem for a class of systems with large time-delay is considered. The dynamic behavior of the system studied can be modelled by dynamic equations including medium measurements. An optimal predictor based on the proposed model is constructed, which contains not only the input and output, but also the medium measurements in the system. The predictor has been successfully used in practical engineering.

Key words —Modelling; time delay; prediction.